Climatologie du monde souterrain

TOME 2

Aérologie des systèmes karstiques

modèles des circulations d'air
et des transferts
de chaleur, vapeur d'eau et CO_2

Édition du Comité Départemental de Spéléologie de l'Isère

Adresse de l'éditeur : 6 boulevard Foch, 38000 Grenoble, France. On peut adresser les commande à cette adresse.
Avec une aide de la région spéléo Rhône-Alpes (région C), et de la Fédération Française de Spéléo.

CLIMATOLOGIE DU MONDE SOUTERRAIN

tome 1- Vent des Ténèbres,
tome 2- Aérologie des Systèmes Karstiques (ce volume)

L'auteur : Baudouin LISMONDE
Laboratoire de Écoulements Géophysiques et Industriels de Grenoble

Des observations ou des remarques sont bienvenues, on peut les envoyer à l'adresse de l'éditeur.

Mots clés :

aérage
aérologie
climatologie souterraine
courants d'air
géophysique du karst
grottes et gouffres
karst
milieux souterrains
spéléologie physique
thermique du karst
transferts dans le karst

Photos de couverture :
1ère page à gauche : cascade de glace à la grotte du Mort Ru (avec Nicole David, photo B.L.).
1ère page à droite : résurgence temporaire sur la route de la Balme à Saint-Julien-en-Vercors (avec Ingrid Walckiers, photo B.L.).
4e page : sommet du P 70 au trou de l'Alpe en Chartreuse et son courant d'air énigmatique (avec Hélène Bochaton, photo B.L.).
Le dessin de gauche représente un phénomène d'hystérésis sur le courant d'air dû à la mémoire thermique des grottes.
Le dessin de droite est tiré des publications de Derek Ford sur la grotte de Castleguard au Canada et représente des surfaces iso thermes dans le massif karstique.

ISBN 2-902670-49-4

Climatologie du monde souterrain

TOME 2

Aérologie des systèmes karstiques

modèles des circulations d'air
et des transferts
de chaleur, vapeur d'eau et CO_2

Baudouin LISMONDE

Remerciements

Une pensée pour Philippe Renault, qui s'est toujours intéressé à la climatologie et au dioxyde de carbone et m'a toujours soutenu dans mes tentatives pour promouvoir la modélisation des phénomènes climatiques.

Mes remerciements en premier à Jacques Choppy pour les Rencontres d'Octobre, réunions faites pour les spéléos, et qui permettent d'exposer des idées même si elles ne sont pas très faciles. Il m'a soutenu aussi pour publier une étude fort indigeste sur les transitoires souterrains dans la série des Mémoires du Spéléo Club de Paris.

J'ai une dette envers Robert Thérond dont la longue expérience en hydraulique souterraine lui a fait prendre conscience du rôle important des crues dans la formation des cavernes. Il n'a pas encore publié ses idées, mais plusieurs de celles qui sont reprises dans la fin de cet ouvrage sur l'agressivité de l'eau comprimée étaient connues de lui depuis longtemps.

Merci à Régine Landry qui a dessiné trois dessins pour ce deuxième tome. On les trouvera pages 106, 172, 313. Bien d'autres se trouvent dans le tome 1. Je remercie les éditions Belin pour l'autorisation de reproduction du dessin de Jean-Pierre Petit, énigmatique à l'envi (page 9).

Nicolas Florsch et l'Asepam (Association Spéléologique pour l'Étude et la Protection des Anciennes Mines) m'ont autorisé à utiliser leurs mesures climatiques à la mine du Chêne dans les Vosges. De même Francis Massen pour les mesures à la grotte de Mœstroff au Luxembourg. Je les en remercie.

Merci aussi à Philippe Audra pour la communication d'articles intéressants, à Francis Guichard qui m'a communiqué des observations et le spéléo Dordogne spécial sur le CO_2 , à Henri Paloc pour m'avoir passsé d'importants travaux sur les traçages, de même à Sibylle Weg (Hartig) de l'université de Dresde qui m'a fourni plusieurs articles de chercheurs est allemand. Remerciements aussi à tous les bénévoles qui font tourner les centres de documentation de la Fédération Française de Spéléo et de l'UIS, et permettent ainsi la circulation des idées (BBS). Un regret : ne pas avoir réussi à amorcer une collaboration avec les chercheurs du laboratoire souterrain du CNRS de Moulis.

Mes remerciements vont aussi à tous les spéléos du SGCAF ou d'autres clubs qui m'ont accompagné sous terre à l'occasion d'observations ou de mesures quelquefois ingrates : Frédéric Aitken, Agnès Daburon, Émmanuel Fouard, Chantal Fouard, François Landry, Éric Laroche-Joubert, Pierre Latapie, Bernard Loiseleur, Agnès Montauffier, Sylvain Caullireau, Donald Accorsi et bien d'autres. Merci aussi aux étudiants que j'ai encadrés et emmenés sur le terrain pour des études de climatologie souterraine, et qui m'ont obligé à clarifier mes idées.

Une pensée particulière pour Chantal Fouard et son énorme travail de relecture soignée et pointilleuse, et Paul Rice pour sa vérification et ses nombreuses corrections de l'anglais.

La commission scientifique de la FFS (Fabien Hobléa) a soutenu ce travail par une subvention pour du matériel de mesure. De même, les Spéléos grenoblois du CAF (Éric Laroche-Joubert) ont fait l'acquisition de capteurs de température (Dallas) qui ont été installés depuis un an sur le terrain, en particulier à la glacière de Corrençon et la grotte de la Ture.

Mon laboratoire, le LEGI de Grenoble, m'a permis de consacrer beaucoup de temps à cet ouvrage qui n'entre pas tout à fait dans le champ de ses activités. Merci à mes collègues pour leur compréhension. J'ai bien profité aussi des discussions avec mes collègues enseignants de l'IUT de génie thermique de Grenoble, établissement dans lequel j'enseigne.

On trouvera au début du tome 1, les noms d'autres personnes ayant contribué à cet ouvrage.

Introduction

Le contenu de l'ouvrage climatologie souterraine

Le deuxième tome de *Climatologie du Monde Souterrain* est intitulé *Aérologie des Systèmes Karstiques*. Il complète le premier tome, *Vent des Ténèbres* qui était axé sur la description de phénomènes tels qu'on pouvait les observer dans les cavités naturelles. Ce premier tome contenait aussi une longue liste de questions qui permettaient de faire un survol assez complet des phénomènes climatiques et une troisième partie montrant des mesures types permettant de fournir un canevas pour des expérimentations en climatologie souterraine.

Dans ce deuxième tome de l'étude de l'atmosphère souterraine, nous allons essayer de décrire sous forme quantitative certains des phénomènes présentés dans le premier tome. Ce deuxième tome est donc une sorte de théorie de la climatologie et des courants d'air souterrains. Il est donc plus difficile d'accès que le premier. Il est plutôt destiné à des chercheurs ou à des spéléos avertis. Il pourrait intéresser aussi des préhistoriens soucieux du climat de certaines grottes ornées, des ingénieurs ou des archéologues s'intéressant à l'aérage ancien des mines, voire des mineurs ou des architectes. Beaucoup de résultats sont classiques, mais certains sont nouveaux.

Il est d'un niveau deuxième cycle scientifique universitaire. Mais il suffit, pour le lire, de bases correspondant à un premier cycle scientifique. Il ne contient pas uniquement des résultats. Il se veut une sorte de manuel qui puisse donner les outils et les moyens d'aller plus loin. Nous signalerons d'ailleurs au passage certains problèmes difficiles très peu abordés ou à approfondir.

Façon de considérer le karst

Le karst est un objet géologique, de taille régionale, caractérisé par des évidements en son sein, résultant des interactions entre la roche et les fluides qui le traversent. Cette particularité lui permet de constituer une structure de drainage de l'eau. L'étude de sa forme et de son fonctionnement exige les efforts d'équipes pluridisciplinaires. Ce sont donc des chercheurs de divers horizons, géographes, géologues, hydrologues, géophysiciens, géochimistes et autres qui s'intéressent à cet objet. En fonction de leur intérêt commun au karst, ils méritent tous de s'intituler karstologues. La karstologie est donc l'étude du karst, à la croisée de nombreuses disciplines (Salomon, 2001). Sur la figure 1, nous avons représenté cette situation de la recherche sur le karst.

L'inconvénient de cette palette bariolée de spécialités scientifiques est le risque que le discours de l'un soit difficilement compris par l'autre. Une réunion générale des chercheurs sur le karst, pourrait devenir une sorte de tour de Babel où personne ne comprendrait le discours du voisin. Cette difficulté est réelle et constitue la cause principale du cloisonnement des disciplines scientifiques de la nature. Chacun reste avec les siens et ne se mélange surtout pas avec d'autres, avec qui il serait difficile de discuter.

Il faut pourtant affronter cet obstacle. Une méthode consiste à faire l'effort de traduire chaque résultat obtenu dans une spécialité en termes compréhensibles par ceux des autres spécialités. Cet exercice n'est pas facile, mais c'est la seule voie possible.

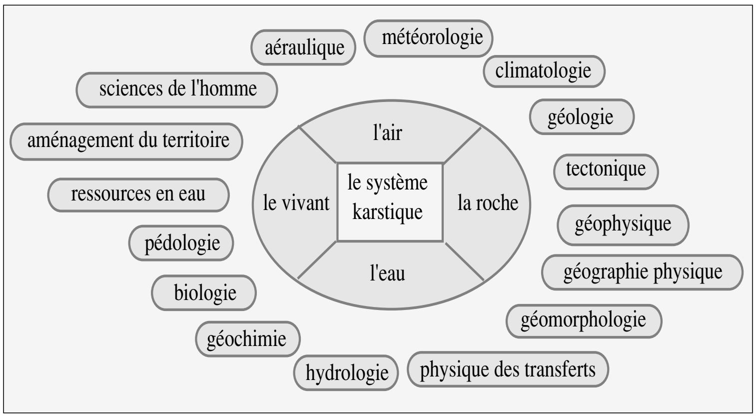


Fig. 0-1- Le système karstique et les sciences physiques, naturelles et humaines

The karstic system and the physical, natural and human sciences

Nous avons choisi de découper le système karstique en quatre parties : l'air, l'eau, la roche et la matière vivante. Ces composants interagissent entre eux, et interagissent aussi avec le milieu extérieur. Pour étudier l'air, nous avons été obligé d'examiner l'influence de l'eau et de la roche sur l'air et avons donc un peu débordé de notre sujet.

L'étude du karst est souvent abordée par les propriétés de la surface et du climat. Nous avons adopté ici une attitude totalement différente. Le karst est un objet dont la structure spatiale et fonctionnelle résulte de mécanismes internes relativement universels mais mal connus. Il est bien évident que les conditions aux limites jouent un grand rôle sur l'évolution d'un karst, et l'étude de cette relation doit être un chapitre de l'étude du karst. Mais il ne faut pas commencer par cela. Nous adoptons ici un point de vue qui est intérieur au système.

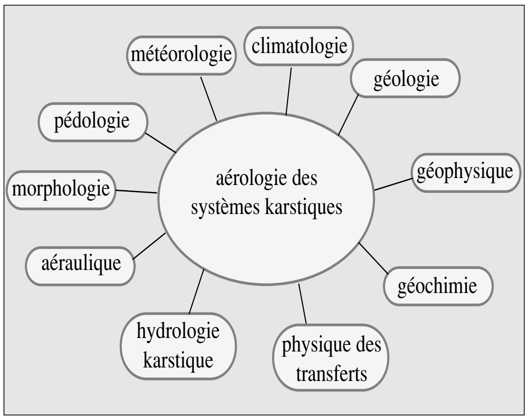


Fig. 0-2- L'aérologie karstique, la science de l'air dans les systèmes karstiques en tant que carrefour de plusieurs disciplines

Karstic aerology, the atmospherical science of karstic systems, is at the crossing of several sciences

L'aérologie souterraine

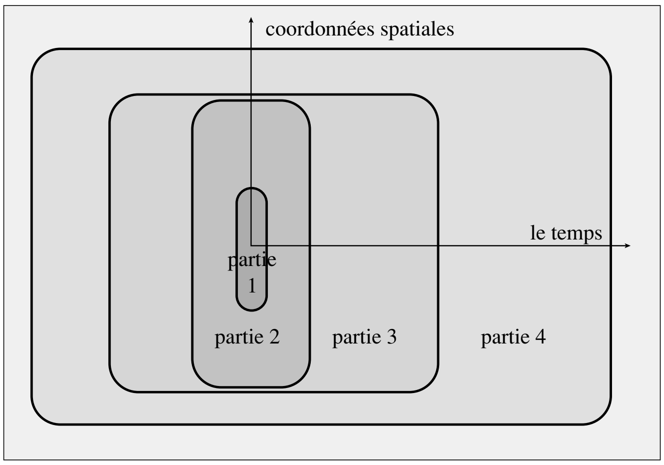
Aérologie, ce terme est tombé en désuétude. On trouve dans le dictionnaire que c'est l'étude de l'air à haute altitude. Ce n'est pas cela qu'on étudie ici. Alors pourquoi reprendre un mot passé de mode ? Il existe beaucoup de noms pour désigner les différentes disciplines qui recoupent nos préoccupations : mécanique des fluides, thermique de la terre, météorologie, climatologie, géochimie, environnement, modélisation des phénomènes naturels. C'est pour cette raison que nous avons retenu ce terme peu revendiqué et pas encore annexé. On trouve en météorologie un diagramme aérologique qui est un diagramme psychrométrique à pression variable pour l'étude des masses d'air en mouvement, ce qui est voisin de nos préoccupations. L'aérologie, dans notre idée, est l'étude de l'air par opposition à l'étude de l'eau, l'hydrologie. L'air dans tous ses états, mouvement, composition, diffusion, interaction thermique et chimique. Si nous rapprochons notre étude de la climatologie, ce deuxième tome concerne la modélisation climatique qui comprend l'étude des mécanismes généraux (ou encore climatonomie) et l'étude du rôle des facteurs locaux ou topoclimatologie (Hufty, 2001, p. 26).

Plan du tome 2

L'air souterrain est un être complexe. Ses propriétés, les causes de son mouvement, changent suivant les échelles d'espace ou de temps que l'on adopte pour l'observer. C'est ce fil directeur des échelles du temps et de l'espace que nous avons suivi dans le plan de l'ouvrage que nous avons divisé en quatre parties et 23 chapitres.

Fig. 0-3- Le plan de l'ouvrage dans le domaine spatio-temporel

The map of this book in a space-time representation The first part is in a limited domain, in the second all the cave is concerned, in the third, the time is extended until several years and, in the end part, secular variations are envisaged



Dans la première partie, nous commencerons par examiner le courant d'air à l'échelle locale de l'espace et du temps, celle du spéléo qui sent l'air lui caresser le visage. Le courant d'air est alors réduit à une petite bulle. On l'appellera «particule fluide» et c'est sur ce fragment d'air qu'on réfléchira. On analysera les causes du mouvement de cet air et on sera amené à considérer aussi des phénomènes plus globaux à l'échelle d'un tronçon de galerie ou d'un puits. On regardera aussi les transferts de chaleur, d'eau avec ses changements de phase et les transferts de dioxyde de carbone qui commandent le creusement chimique des cavernes et on donnera des définitions précises et adaptées aux problèmes.

Comme l'échelle locale est l'échelle de prédilection des physiciens, on trouvera dans cette partie la plupart des fondements physiques qui serviront dans les autres. Les physiciens avertis pourront glisser sur cette partie, alors qu'elle servira d'initiation à la physique des transferts pour les autres. Le niveau n'en est pas élevé mais l'abondance et la subtilité de certaines notions peuvent dérouter.

Échelle d'espace	Échelle de temps
(space scale)	*(time scale)*
$\Delta L = 10$ m	$\Delta t = 10$ s

Dans la deuxième partie, le courant d'air s'intégrera dans l'espace d'un réseau souterrain, supposé donné. On verra alors que les causes locales du mouvement résultent de causes plus globales à l'échelle du massif ou de l'atmosphère extérieure. En particulier la vitesse d'un courant d'air à une instant donné dépend de l'état thermique au même instant du massif karstique.

Échelle d'espace	Échelle de temps
(space scale)	*(time scale)*
$\Delta L = 10$ km	$\Delta t = 1$ jour *(day)*

La troisième partie intégrera un facteur fondamental qui est le temps. Les mouvements de l'air résultent de causes globales spatiales qui ne se comprennent que si on les envisage dans la durée. Par exemple, la température de la paroi d'une galerie résulte d'un passé plus ou moins proche. Il faut donc pénétrer dans la variable temps pour comprendre la machine thermique que constituent les courants d'air. Les transferts thermiques fournissent au karst une mémoire; c'est une mémoire glissante, c'est-à-dire que les phénomènes récents ont tendance à effacer les anciens. L'amplitude de la variable temporelle ne dépassera pas toutefois quelques années.

Échelle d'espace	Échelle de temps
(space scale)	*(time scale)*
$\Delta L = 10$ km	$\Delta t = 1000$ jours *(days)*

La quatrième partie envisage l'air et la climatologie souterraine comme un des éléments du système karstique. On se place là à des échelles de temps qui peuvent devenir séculaires. On essayera d'insérer l'air souterrain comme membre à part entière du système karstique, qui possède trois autres composantes : la roche, l'eau, la matière vivante. On verra alors que le courant d'air n'est pas qu'un élément passif du karst mais qu'il a son propre rôle, d'ailleurs fort méconnu, sur l'élaboration et l'évolution d'un réseau. Le réseau n'est plus donné mais résulte des interactions entre quatre sous-systèmes, dont l'air de la cavité. Mais là, tout ou presque reste à faire ! Nous nous contenterons d'aborder quelques points, la température dans un karst, le renouvellement de l'air souterrain en l'absence de courant d'air, les phénomènes d'évaporation-condensation et les transferts de dioxyde de carbone aux interfaces air-eau et tout au long des réseaux.

Échelle d'espace	Échelle de temps
(space scale)	*(time scale)*
$\Delta L = 50$ km	$\Delta t = 5.10^6$ années *(years)*

Façon d'aborder les difficultés physiques et mathématiques

Pour l'analyse des écoulements d'air, nous avons totalement renoncé à en faire l'étude à trois dimensions (par utilisation de l'équation de Reynolds de la turbulence avec des relations empiriques de fermeture). Vue la complexité des conditions aux limites, il est hors de question (et pour un bon bout de temps) de pouvoir prévoir la turbulence d'un écoulement souterrain en détail. Cela serait possible seulement pour des cavités de très faibles envergures (grotte de Lascaux par exemple).

Nous avons donc opté, comme en thermique industrielle, pour une description moyennée sur une section (description qu'on peut appelé 1-D). Cette simplification doit être compensée par l'utilisation de relations empiriques pour les interactions entre l'écoulement et la paroi, c'est-à-dire entre le nombre de Nusselt et les nombres caractérisant l'écoulement. La difficulté pour le karst est qu'il n'existe pas encore de relations bien adaptées à ce milieu. En ce qui concerne les actions dynamiques, nous suggérons d'utiliser la notion de résistance aéraulique (préconisée par les mineurs) mieux adaptée que la décomposition, habituelle à l'hydraulique, en perte de charge linéique et singulière.

Par rapport aux études classiques sur le climat souterrain, nous avons franchi le pas qui consiste à faire jouer à la roche un rôle thermique plus précis que celui qu'on lui prête habituellement. En effet, par souci d'éviter le calcul de la conduction dans la roche et son équation aux dérivées partielles, on remplace l'action de la roche par des mots qui laissent un vide artistique sur les phénomènes. Nous avons affronté cette difficulté, ce qui est relativement nouveau.

Dans tout l'ouvrage, nous n'emploierons que le système international d'unités SI et suivrons autant que possible les recommandations de l'AFNOR pour la désignation des grandeurs. Cela viendra s'opposer à certaines habitudes de langage du milieu de la karstologie, mais tant pis !

Importance de modèles simplifiés à différentes échelles de temps et d'espace

Le physicien est souvent pris pour un réductionniste. Il ne s'intéresse qu'à des phénomènes parfaitement isolés de leur contexte. C'est le «tout étant égal par ailleurs». Cette façon de procéder en physique est parfaitement compréhensible. Il faut diminuer la complication pour améliorer la précision et la netteté des concepts. On ramène ensuite des phénomènes plus complexes à un ensemble de phénomènes élémentaires. C'est le point de vue que nous avons adopté dans la première partie. Cet ensemble de lois locales et instantanées forme en quelque sorte les fondements de la physique de l'air du karst.

Mais cette façon de procéder a, bien sûr, une limite. On a une vision caricaturale de l'état d'esprit réductionniste dans la poursuite des états ultimes (dans le sens des petites dimensions) de la matière. Il est pourtant bien évident que la connaissance des propriétés des particules élémentaires ne peut être d'aucune utilité pour la connaissance du karst.

La physique a en réalité des objectifs bien différents de ceux de la physique dite fondamentale. La physique revient à mettre en regard des phénomènes et des grandeurs afin d'en tirer un modèle conceptuel et si possible prévisionnel. C'est bien sûr cette physique-là qui doit être à l'œuvre pour le karst.

Entre les relations élémentaires et instantanées du niveau local sur les transferts de masse et énergie, et les corrélations très complexes qui apparaissent dans l'évolution globale d'un karst, il y a place pour des relations intermédiaires qui synthétisent les relations locales instantanées à un niveau d'organisation plus élevé, et fournissent des modèles intermédiaires, des sortes d'ingrédients élaborés, très utiles pour la compréhension des karsts réels. C'est ce point de vue que nous avons adopté dans les parties deux et trois, en étendant d'abord à l'espace les relations locales instantanées puis en ouvrant, toute grande, l'échelle temporelle.

De ce fait, nous avons utilisé, dans des configurations géométriques très simplifiées, les équations de la physique des transferts, qui sont presque toujours des équations aux dérivées partielles, et nous les avons résolues numériquement par des méthodes aux différences finies (les non-linéarités étant traitées par des méthodes itératives) dans des configurations géométriques simplistes. En faisant varier les paramètres et en analysant les solutions, il nous a été possible de tirer quelques enseignements, voire quelques relations algébriques, synthétisant les résultats. Ce sont ces relations qui constituent, dans notre esprit, les ingrédients théoriques utiles pour la description et la compréhension de la climatologie souterraine.

Des mesures sur le terrain peuvent s'insérer dans ce cadre théorique, permettant la détermination de grandeurs globales, éclairant la théorie qui permet en retour de prévoir d'autres phénomènes. Nous avons peu utilisé les mesures. Elles sont pourtant fondamentales car aucune théorie ne peut fonctionner sans la contrepartie expérimentale, mais dans cette discipline-ci, c'est la théorie qui est à la traîne.

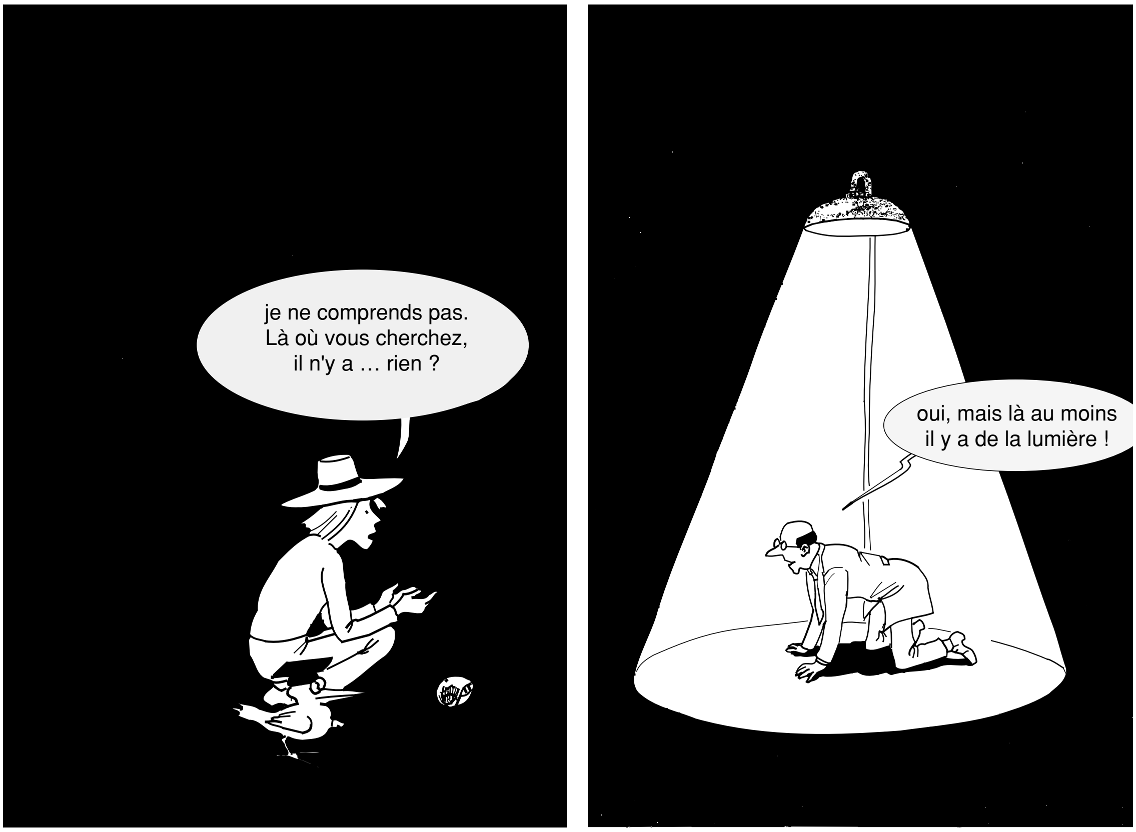


Fig. 6 et 7- Dessins de Jean-Pierre Petit, tiré de «Le mur du silence» (1983)
Le héros à gauche, Anselme Lanturlu, est un jeune chercheur
atypique mais perspicace et original qui n'a pas peur d'affronter l'Obscur.
Ce dessin montre admirablement la difficulté des études karstiques :
il faut sortir de la lumière pour affronter les ténèbres,
celles de l'esprit et celles du monde souterrain

(avec l'aimable autorisation des Éditions Classiques E. Belin, Paris)

On connaît la blague sous-jacente. Un ivrogne cherche sa montre sous un réverbère.
On lui demande pourquoi il la cherche là. Il répond : parce qu'au moins là, c'est éclairé

«I don't know; where you search, there is nothing ?»
«Yes, but there is, at least, some light !»
It is a good sketch of karstic studies.
The research worker should confront the darkness of subterranean world
and the darkness of mind.

Sommaire

ANNEXES

Index des notations et symboles

Symbole	Signification
a	diffusivité thermique de l'air $a = 20.10^{-6}$ $m^2.s^{-1}$
a_c	diffusivité thermique du calcaire $a_c = 1{,}13.10^{-6}$ $m^2.s^{-1}$
a_e	diffusivité thermique de l'eau $a_e = 0{,}137.10^{-6}$ $m^2.s^{-1}$
a_g	diffusivité thermique de la glace $a_g = 1{,}0.10^{-6}$ $m^2.s^{-1}$
a_h	diffusivité massique de la vapeur d'eau dans l'air
a_{CO2}	diffusivité massique du dioxyde de carbone dans l'air
A	constante dimensionnée ou non
b	inverse d'une longueur (m^{-1})
c_p	capacité thermique massique à pression constante de l'air, $c_p = 1006$ $J.kg^{-1}.K^{-1}$
c_v	capacité thermique massique à volume constante de l'air, $c_v = 712$ $J.kg^{-1}.K^{-1}$
c_c	capacité thermique massique du calcaire, $c_c = 810$ $J.kg^{-1}.K^{-1}$
c_e	capacité thermique massique de l'eau, $c_e = 4180$ $J.kg^{-1}.K^{-1}$
c_g	capacité thermique massique de la glace, $c_g = 2040$ $J.kg^{-1}.K^{-1}$
c_0	vitesse du son, (en $m.s^{-1}$),
C	concentration (en $kg.m^{-3}$)
C	constante dimensionnée ou non
°C	symbole du degré Celsius, unité de température
d	opérateur différentiel
d	épaisseur ou distance (en m)
D	diamètre d'un conduit (en m), ou diamètre aéraulique (= 4S/P)
D_{th}	diamètre équivalent thermique d'un conduit (en m)
$D_{aér}$	diamètre équivalent aéraulique d'un conduit (en m)
e	énergie interne massique de l'air (en $J.kg^{-1}$)
E	constante dimensionnée ou non
f	fréquence d'un phénomène oscillant (en Hz ou s^{-1})
F	force d'interaction (en N)
g	accélération de la pesanteur ($g = 9{,}81$ $m.s^{-2}$)
G	grandeur physique extensive
Gr	nombre de Grashof en convection naturelle
h	enthalpie massique de l'air (en $J.kg^{-1}$)
h_s	enthalpie spécifique de l'air humide (en joule par kilogramme d'air sec = $J.kgas^{-1}$)
$h_{calcite}$	enthalpie massique de corrosion de la calcite (en Joule par kilogramme de calcite transformée en bicarbonate). $h_{calcite} = 3.10^6$ J/kg
h_{th}	coefficient d'échange thermique (en $W.°C^{-1}.m^{-2}$)
H	hauteur dans le sens vertical (en m)
i	nombre entier
I	intensité acoustique (en $W.m^{-2}$)
I*	intensité acoustique. I* = 120 + 10 log(I) (en db acoustique)
j	nombre entier
J	symbole du Joule, unité d'énergie dans le système SI
k	nombre entier
$\vec{k}$	vecteur unitaire sur la verticale ascendante
K	coefficient de perte de charge singulière
K	symbole du Kelvin, unité de température absolue
kg	symbole du kilogramme, unité de masse dans le système SI
L	longueur dans l'axe d'un conduit (en m)
L_h	chaleur latente massique d'évaporation de l'eau à 0°C (= $2{,}5.10^6$ $J.kg^{-1}$)
L_g	chaleur latente massique de fonte de la glace (= $3{,}35.10^5$ $J.kg^{-1}$)
m	masse (en kg)
m	symbole du mètre, unité de longueur dans le système SI
m_e	masse d'eau (en kg)
m	nombre entier
m	coefficient polytropique
$\dot{m}$	débit masse d'eau évaporée ou condensée (en $kg.s^{-1}$)
$\dot{m}_e$	débit masse d'eau (en kg/s)
M	masse molaire d'un gaz (en $kg.mole^{-1}$)
n	nombre entier
$\vec{n}$	vecteur unitaire normal à une surface
N	symbole du Newton, unité de force
Nu	nombre de Nusselt d'un transfert thermique. Il s'exprime en convection forcée sous la forme d'une relation $Nu = a\ Re^m.Pr^n$.
p	pression (en Pa)
p_m	pression motrice ($p_m = p + \rho\ g\ z$, en Pa)
P	périmètre d'une section de conduit (en m)
Pa	symbole du Pascal, unité de pression dans le système SI
Pé	période d'un phénomène périodique (en s)
Pr	nombre de Prandtl de l'air (= $\nu/a = 0{,}71$)
q*	densité surfacique de débit masse (en $kg.m^{-2}.s^{-1}$)
q, q_m	débit masse ou massique pour l'air (en $kg.s^{-1}$)
q_v	débit volume ou volumique pour l'air (en $m^3.s^{-1}$)
Q	quantité de chaleur (en J)
r	constante des gaz parfait pour l'air

($r = 287$ J.kg^{-1}.K^{-1})

r coordonnée radiale d'un point (m)

R résistance aéraulique d'une galerie (en kg^{-1}.m^{-1}) (ou Kem)

R rayon d'une galerie (pour les calculs numériques) (en m)

R_{th} résistance thermique (K.W^{-1})

R* constante universelle des gaz parfaits (= 8,32 J.mole^{-1}.K^{-1})

Ra nombre de Rayleigh

Re nombre de Reynolds (= V D / ν)

Ri nombre de Richardson en fluide stratifié

s symbole de la seconde, unité de temps dans le système SI

s abscisse curviligne (en m)

s_e entropie massique (en J.kg^{-1}.K^{-1})

s_i section d'un resserrement (en m^2)

S surface transversale, surface de passage (en m^2)

Sc nombre de Schmidt

S_e entropie (en J.K^{-1})

Sh nombre de Sherwood d'un transfert de masse

Si signe d'une vitesse (Si = 1 ou -1)

t temps (en s)

t_0 temps caractéristique (en s)

T température de l'air ou autre (en °C ou en K)

T_s température sèche (= T)

T_h température humide (en °C ou K)

T_m température de l'air moyennée le long d'une galerie (°C ou K)

T_p température de paroi (°C)

T_r température de rosée (en °C ou K)

T' température de la roche (°C)

u longueur de conduction rendue sans dimension par l'épaisseur de pénétration

U vitesse d'un fluide ou d'un solide (en m.s^{-1})

v volume (en m^3)

V vitesse (en m.s^{-1})

V vitesse moyennée transversalement, de l'air dans la conduite à un instant donné (m.s^{-1})

$\vec{V}$ vecteur vitesse (en m.s^{-1})

w humidité spécifique de l'air (en kg de vapeur par kg d'air sec)

w_s humidité spécifique à la saturation (en kg de vapeur saturé par kg d'air sec)

w_i fraction massique ou titre massique du constituant i (en kg de i / kg du total)

w_{CO2} fraction massique ou titre massique du dioxyde de carbone

$w_{calcite}$ masse de calcite emportée en kg par kg d'eau (sous forme de bicarbonate soluble)

W travail ou énergie (en J)

W symbole du Watt, unité de puissance dans le système SI

x, y, z coordonnées cartésiennes (en m)

z coordonnées vers le haut (en m)

α *(alpha)* pression partielle relative ou fraction molaire en CO_2

α_c coefficient d'énergie cinétique

α_i fraction molaire d'un composant de l'air sec (pression partielle relative)

α_{conv} coefficient numérique pour la corrélation de Colburn de convection forcée en régime turbulent

β *(bêta)* coefficient de dilatation volumique à pression constante
$\beta = 1/\rho(d\rho/dT)_p = 1/T$ pour un gaz parfait comme l'air (en K^{-1})

β_e, β_c effusivité d'un matériau (en J.m^{-2}.K^{-1} s$^{-1/2}$)
effusivité de l'eau $\beta_e = 1548$ J.m^{-2}.K^{-1} s$^{-1/2}$,
du calcaire $\beta_c = 1506$ J.m^{-2}.K^{-1} s$^{-1/2}$.

γ *(gamma)* rapport c_p/c_v pour l'air ($\gamma = 1{,}4$)

δ *(delta)* gain ou rapport entre les amplitudes des températures intérieure et extérieure

δT anomalies des températures aux entrées

Δ différence de deux valeurs d'une grandeur

Δ *(laplacien)* opérateur mathématique laplacien

Δp *(delta p)* perte de charge (en Pa)

∂ *(del)* opérateur de la dérivée partielle

ε *(epsilon)* hauteur équivalente des rugosités d'un conduit (en m)

ε nombre entier valant 0 ou 1

ε_r émissivité de rayonnement de la surface d'un corps (compris entre 0 et 1)

η *(êta)* efficacité en terme énergétique

θ, θ' *(thêta)* température de l'air, de la roche sans dimension

θ_p température sans dimension de la paroi

Θ *(Thêta)* tempérament des mineurs (en kg$^{1/2}$.m$^{1/2}$)

λ *(lambda)* rapport de différences de température

λ, λ_a conductivité thermique de l'air,
$\lambda_a = 0{,}025$ W.m^{-1}.K^{-1} à 10°C

λ_c conductivité thermique du calcaire homogène,
$\lambda_c = 2{,}15$ à $2{,}25$ W.m^{-1}.K^{-1}

λ_e conductivité thermique de l'eau
$\lambda_e = 0{,}573$ W.m^{-1}.K^{-1} à 10°C

λ_g conductivité thermique de la glace
$\lambda_g = 1{,}88$ W.m^{-1}.K^{-1}

λ_r longueur d'onde d'une radiation lumineuse (en m)

Λ *(Lambda)* coefficient de perte de charge linéique

μ *(mu)* viscosité dynamique de l'air = 17,6.10^{-6} Pa.s à 10°C

μ_e viscosité dynamique de l'eau = 1,31.10^{-3} Pa.s à 10°C

ν *(nu)* viscosité cinématique de l'air

= 14.10^{-6} $m^2.s^{-1}$ à 10°C
ν_e viscosité cinématique de l'eau
= $1,31.10^{-6}$ $m^2.s^{-1}$ à 10°C
ρ, ρ_a *(rhô)* masse volumique de l'air = 1,293 $kg.m^{-3}$ pour les conditions normales
ρ_e masse volumique de l'eau , ρ_e = 1000 $kg.m^{-3}$
ρ_e masse volumique de la glace , ρ_g = 920 $kg.m^{-3}$
ρ_c masse volumique du calcaire ,
ρ_c = 2320 à 2500 $kg.m^{-3}$
σ *(sigma)* constante de Boltzmann du rayonnement (= $5,67.10^{-8}$ $W.m^{-2}.K^{-4}$)
σ tension superficielle de l'eau dans l'air (en $N.m^{-1}$)
σ signe d'une vitesse (= -1 ou +1)
τ *(tau)* temps sans dimension
τ_0 temps caractéristique sans dimension
ξ, η *(xi, êta)* coordonnées x , r ou y sans dimension
ξ_L longueur de la conduite sans dimension
φ *(phi)* densité de flux de chaleur (en $W.m^{-2}$)
se calcule par la relation $\varphi = Nu\ \lambda_a\ \Delta T / D$
$\varphi_{géotherm}$ densité du flux géothermique $\approx 0,06$ $W.m^{-2}$
Φ *(Phi)* flux de chaleur (en W)
$\Phi_{géotherm}$ flux de chaleur géothermique (en W)
ψ *(psi)* humidité relative (de 0 à 1 mais notée en %)
ψ_s humidité relative à saturation (= 1 soit 100 %)
ω *(oméga)* pulsation de l'oscillation de la température extérieure sans dimension
ω gradient vertical des températures (en $K.m^{-1}$)
Ω *(Oméga)* pulsation (= $2\pi f$, en s^{-1}).
$\Omega_{équi}$ ouverture équivalente d'un conduit (en m^2)

Aerology of karstic Systems

The second volume of ***Climatology of the subterranean World*** *is intitled* ***Aerology of karstic Systems****.*

It completes the first volume : ***Wind of Darkness****, which described some phenomena in a qualitative manner and suggested some climatic experiments in caves. Wind of Darkness is intended for cavers interested in climatic questions : wind and air flow in cave galleries, origin of air flow, meaning of air currents to find new galleries, ventilation during dynamiting, condensation and evaporation of water, mist and ice formation… It is easy enough to read and understand.*

This second volume analyses the cave climatology from a different point of view. The physics properties are formalised. Some mathematical equations are proposed for a quantitative phenomena descriptions. Here are the classical equations of mathematical physics, with partial differential equations. The resolution of these is only possible with a computer. We have elaborated some finite-difference methods of resolution in the Basic langage. These numerical experiments allows us to find simplified algebraïc relations which constitue macroscopic tools for the physical comprehension. We have also attempted to proposed some forecast models of cave climate.

This volume is divided into four parts. The first is devoted to the local relations, local in time and space. It is a resumé of basic notions of physics : the characteristics and composition of air, the static equilibrium of an air bed, the moist adiabatic gradient, the psychrometric diagram of moist air, the dynamics and the Bernoulli's equation, the head loss causes, the aeraulic resistances, the conduction of heat, the transport equations of mass, momentum and energy, the diffusion equation of CO_2 *in water and air…*

The second part is devoted to phenomena pin-point localized in time but not in space. The air flow is studied in all the cave. The chimney effect and others are reviewed and computed. The transient phenomena are also examined (Helmholtz oscillator).

The third part is a study of caves in the extent of time and space. The principle aim is to analysed the memory associated with heat storage in limestone. The hysteresis cycles are explained.

The last part is an overview of karst. The karstic system is decomposed in 4 sub-systems : air, water, limestone and life. The repartition of temperature in karst, the different causes of air and CO_2 *transport, the mechanisms of* CO_2 *pressure increasing are examined. The time scales are secular.*

In the annexes, some local and turbulence transport equations are indicated. A brief study is made of the waterfall action on the air flow. A short bibliography and an alphabetical index end the book.

At the beginning of each part, is a summary in english of the results so far.

Première partie

L'air souterrain,

ses caractéristiques et ses interactions locales avec la cavité

Cette première partie est consacrée à l'atmosphère souterraine dans ses aspects locaux. Nous examinerons tout d'abord les caractéristiques utiles de l'air : pression, température, masse volumique. Puis nous étudierons la composition de l'air et, en particulier, deux gaz retiendront notre attention : la vapeur d'eau qui joue un rôle important du fait des possibilités de condensation et d'évaporation et le dioxyde de carbone qui est une particularité des milieux confinés.

Puis nous verrons comment cet air peut rester en équilibre mécanique, et nous établirons différents profils thermiques d'atmosphère. Nous insisterons sur la notion de gradient adiabatique humide, centrale en météorologie. Cela nous conduira à une méthode de correction des altimètres sous terre.

Le mouvement de l'air souterrain sera étudié sur la base de l'équation de Bernoulli, qui sera l'équation pivot pour l'étude des courants d'air. On comprendra le courant d'air comme le résultat de l'action d'un terme moteur et d'un terme résistant (les fameuses pertes de charge). On reliera la perte de charge à la notion de résistance aéraulique. La question du diamètre équivalent d'une galerie pour les circulations de fluide, sera examinée, ainsi que le rôle de la stratification en densité sur l'écoulement.

On abordera ensuite les transferts de chaleur. L'équilibre est caractérisé par l'uniformité des températures. La cinétique des transferts sera basée sur des relations empiriques et on introduira les nombres sans dimension traduisant les flux transférés, habituels dans ce domaine. On fournira les bases du calcul des échanges de chaleur entre un courant d'air et une paroi. La convection naturelle et le rayonnement thermiques seront étudiés succinctement. Le diamètre équivalent d'une galerie pour les transferts sera ici encore examiné.

Les transferts de masse pour la vapeur d'eau sont liés à l'évaporation et la condensation. L'équilibre entre l'eau et l'air est basé sur une humidité saturante dans l'air. Pour la cinétique, on établira un parallèle avec les transferts de chaleur (hypothèse de Lewis) qui nous permettra de transposer les résultats de l'un à l'autre. Cette analogie a malheureusement une portée limitée dans le karst.

Enfin, nous étudierons les mises en solution et les dégazages du dioxyde de carbone qui traduisent les échanges entre l'air et l'eau. Ces phénomènes sont caractérisés par un état d'équilibre basé sur la loi de Henry et une cinétique des transferts à rattacher aux cinétiques précédentes (transferts de chaleur ou de masse).

Cette première partie contient beaucoup de données de physique générale et pourra être parcourue rapidement par les physiciens. En revanche, pour les autres, elle pourra constituer une introduction à la physique de l'atmosphère souterraine et constituera les fondations des parties suivantes.

First part

The subterranean air

Its characteristics, and its local interactions with the cave

The first part is a panoramic view of all the air properties concerned by subterranean climatology.

In the first chapter are presented the principal air charactéristics, thermodynamical data, CO_2 and vapor concentrations with the psychrometric diagram, energetic data. The air density is finely calculated because of its influence on the pressure gradient and air flow.

In the second chapter, the mechanical equilibrium of air versus thermal repartition and composition of air is studied. The wet adiabatic thermal gradient is calculated. Altimetric corrections are mentioned.

The next chapter concerns air dynamics. Different forces are examined and the Bernoulli equation is shown. In permanent flow, this equation is equivalent to : motor terms (head apport) are equal to resistant terms (head loss). It is demonstrated that the only significant head loss are the stretched passages, and we prove the flow is turbulent. The classical distinction of regular and singular head loss is presented, but the best method of calculus is the mine method with the notion of aeraulic resistance. Some phenomena are indicated : ejection or induction flow, acoustic emission, thermal stratification with density currents.

In the 4th chapter, thermal transferts are studied. The equation of thermal conduction is complicated by the unknown parameters of the conductivity of limestone. Limestone rock is not homogeneous. Different solutions of equations are presented : thermal shock in temperature or flux, wall with temperature varying periodically. This last problem is fundamental in climatology because the air temperature variations are periodical. Then, the forced convection is analysed. The surface between air and rock is very complicated and it is demonstrated that the fineness of the description must be adapted with frequency of air temperature variations. The thermal flux is calculated with Nusselt number, associated with empirical correlations based on the conduit diameter. The equivalent diameter for thermal phenomena is larger than the equivalent aeraulic diameter. It is not possible to define a global thermal resistance. The thermal resistance is only a local transfert characteristic. But it is possible to define a transfer efficiency, anologous with efficiency in the thermic exchange. After, natural convection is studied with the Grashof and Rayleigh numbers, associated with empirical relations. The radiation transfer is briefly presented. The Stefan-Boltzmann is shown and the competition between conduction and radiation is analysed.

The 5th chapter is concerned with the evaporation and condensation phenomena. The calculus of transfert is made with the Lewis analogy. The mixing of two saturated air flows leads to mist production which is computed.

In the next chapter, the transfer of CO_2 between air and water is presented. The equilibrium is given by Henry's law, and the mass flux is calculated with the Fick equation. The speleothem formation associated with CO_2 emission is viewed and the possible relaxation phenomena, in relation to mechanical instability of air receiving carbon dioxid, is evoked.

1.1. Les grandeurs caractérisant l'air

Particule fluide. Si on considère un volume d'air assez petit, les caractéristiques de cet air sont les mêmes dans tout le volume. On dit que le fluide est homogène. Dans une configuration donnée d'écoulement, ce volume à caractéristiques homogènes est appelé particule fluide. La taille d'une particule fluide change suivant les écoulements, de quelques micromètres pour les écoulements près des parois à quelques mètres pour l'atmosphère. Typiquement les météorologues utilisent une description, dite synoptique, par particule fluide de 10 km de large sur 10 m de haut. Dans l'étude des courants d'air souterrains, la particule fluide devrait être assez petite en modélisation numérique complète pour tenir compte des couches limites.

1.1.1. Les grandeurs thermodynamiques

a) Masse volumique ρ_a (en kilogramme par mètre cube, kg.m^{-3})

C'est la masse contenue dans l'unité de volume. Par exemple pour une pression de 10^5 Pa et une température de 5°C, la masse volumique de l'air est de 1,25 kg.m^{-3}. La masse volumique varie avec la température, la pression et la composition de l'air. On verra plus loin (§ 1.1.6.c) une expression précise de la masse volumique qui tient compte de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone.

b) Pression p (en Pascal, Pa, ou Newton par mètre carré). On utilise aussi le bar (1 bar = 10^5 Pa).

Si on isole par la pensée un cube d'air et qu'on remplace les actions extérieures par des forces, la pression est la contrainte normale qu'il faudrait appliquer pour remplacer l'air extérieur. Une contrainte est une force divisée par une surface.

La notion de pression est fondamentale en mécanique des fluides, la pression (par son gradient, c'est à dire ses variations spatiales) est un des deux facteurs qui font avancer un fluide, l'autre étant l'entraînement visqueux (c'est-à-dire lié à des forces tangentielles dues à la viscosité).

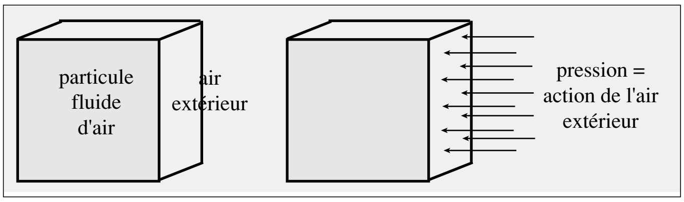


Fig. 1-1- La pression est la contrainte normale appliquée sur une surface (ici un cube d'essai)

The pressure is a normal stress on a surface

La pression atmosphérique est de l'ordre de 10^5 Pa = 1000 hPa. Les perturbations s'accompagnent d'une baisse de pression. En revanche, les anticyclones correspondent à des zones de hautes pressions. La pression est le plus souvent comprise (au niveau de la mer) dans la plage 0,95 - 1,050 bar.

Dans les régions tempérées, la pression subit une petite oscillation semi-diurne. La pression présente un maximum vers 10 h du matin et vers 22 h en plaine. En montagne, la pression présente un minimum vers 6 h du matin et deux maxima à 11 h et 22 h.

c) Température T (en degré Celsius = °C, ou en Kelvin = K)

La température caractérise l'agitation des molécules constituant le gaz. Elle est proportionnelle à l'énergie cinétique d'agitation de ces molécules. L'échelle Celsius est repérée par la glace fondante (0°C) et l'eau bouillante (100°C) pour une pression standard. L'échelle Kelvin a même unité, mais elle est décalée vers l'origine absolue des températures. Le zéro Kelvin correspond à -273,15 degré Celsius. Cette échelle Kelvin ou échelle absolue est celle que l'on doit choisir pour écrire l'équation des gaz parfaits ou les échanges de chaleur par rayonnement. En revanche, l'échelle Celsius suffit pour les échanges thermiques par conduction et convection.

Les températures usuelles en climatologie souterraine des systèmes karstiques sont situées dans la plage -10°C à +35°C.

d) Vitesse $\vec{V}$ (en mètre par seconde, $m.s^{-1}$)

La vitesse est un vecteur, c'est-à-dire qu'il faut trois nombres pour la caractériser en un point. En un point donné, dans une galerie rectiligne, la vitesse moyennée dans le temps est parallèle à la paroi, mais pas forcément la vitesse instantanée. Ce phénomène de fluctuation des vitesses est appelé turbulence. Cette turbulence est d'autant plus grande que la vitesse est plus grande et que les parois sont plus irrégulières.

Les fluctuations de la vitesse sont caractérisées par l'intensité turbulente, racine carrée de l'écart quadratique moyen, divisée par la vitesse moyenne.

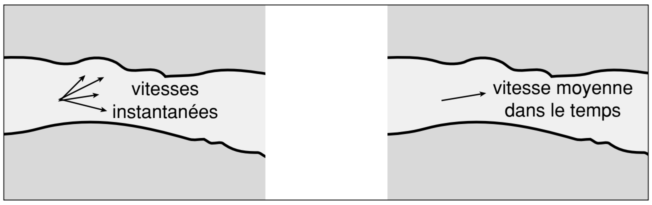


Fig. 1-2- La vitesse en un point, fluctue au cours du temps en intensité et direction. On définit le vecteur moyenne temporelle

The velocity at a point, is a fluctuate vector. The mean velocity is the temporal mean of velocity

1.1.2. Équation d'état

L'équation d'état, dite encore relation phénoménologique, traduit la relation qui existe entre les trois grandeurs T, ρ et p . Nous admettrons que l'équation d'état des gaz est celle des gaz parfaits, c'est-à-dire :

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R^*}{M} T = r T \quad (1.1)$$

Dans cette expression p est la pression (en Pa), R^* est la constante des gaz parfaits = 8,31441 $J.mol^{-1}.K^{-1}$, M est la masse molaire, $M = 29.10^{-3}$ kg/mole pour l'air sec, $M = 44.10^{-3}$ kg/mole pour le dioxyde de carbone et pour la vapeur d'eau $M = 18.10^{-3}$ kg/mole , ρ est la masse volumique, et T la température en K.

Il existe des relations plus précises, mais dans l'étude des phénomènes naturels, cette relation est largement suffisante (car presque tous les gaz sont loin de leur température de liquéfaction).

1.1.3. Composition de l'air sec

L'air des cavernes n'est pas de composition totalement constante. On sépare classiquement dans l'air atmosphérique la vapeur d'eau (H_2O gazeux) et l'air sec. La vapeur d'eau est en quantité variable.

L'air sec contient de l'oxygène, de l'azote, de l'argon et du dioxyde de carbone (CO_2). Ce dernier a une concentration constante, de 0,035% en volume, dans l'atmosphère libre, mais une concentration variable de 0,035% à 5% dans l'air des cavernes. On reviendra au § 4.3.6 sur les variations de la composition de l'air souterrain.

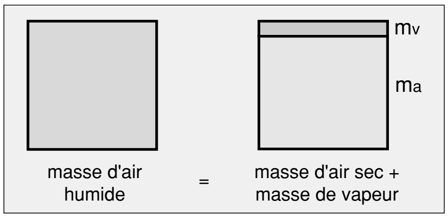


Fig 1-3- L'air humide est composé d'air sec et de vapeur d'eau

The humid air is composed of dry air and steam

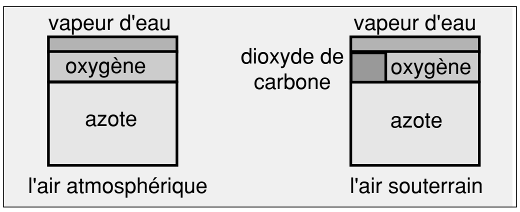


Fig. 1-4- L'air atmosphérique et l'air souterrain : La différence porte sur le dioxyde de carbone qui partage la place avec l'oxygène
Le CO_2 est beaucoup plus abondant sous terre qu'au-dessus.
La vapeur d'eau est presque toujours à saturation.

Difference between atmospheric air and subterranean air more carbon dioxyde and saturated air in cave

a) L'air sec atmosphérique

L'organisation de l'aviation civile internationale propose la description moyenne suivante pour l'air sec (sans humidité) de l'atmosphère à la surface de la terre :

composants	fraction molaire α_i composition en masse	masse molaire M (g/Mole)	(en %)	composition volumétrique
Azote	0,7809	28,0134	78,09	75,51
Oxygène	0,2095	31,9988	20,95	23,01
Argon	0,0093	39,948	0,93	1,286
Dioxyde de carbone	3.10^{-4}	44,0099	0,035	
Néon	$1,8.10^{-5}$	20,183	$1,8.10^{-3}$	
Hélium	$5,24.10^{-6}$	4,0026	$5,24.10^{-4}$	
Krypton	$1,0.10^{-6}$	83,8	1.10^{-4}	
Hydrogène	5.10^{-7}	2,0159	$5,0.10^{-5}$	
Xénon	8.10^{-8}	47,998	$8,0.10^{-6}$	
Ozone	$1,0.10^{-8}$	47,998	$1,0.10^{-6}$	

Tableau 1:1- La composition de l'atmosphère (l'air sec)
The composition of atmospherical air

La fraction molaire (notée α) est le nombre de moles divisé par le nombre total de moles. La fraction molaire est très voisine de la pression partielle relative du constituant. La composition volumétrique est le volume occupé par le gaz divisé par le volume total et elle est exprimée en %. Elle est égale à la fraction molaire. Cette composition de l'air sec reste à peu près constante jusqu'à 85 km d'altitude.

Si on adopte comme unité de pression le bar (10^5 Pa), la pression atmosphérique vaut à peu près un bar et la fraction molaire s'exprime avec le même nombre que la pression partielle en bar, mais comme l'unité de fraction molaire est différente d'une pression, nous ne suivrons pas cette habitude de compter les fractions molaires en bar.

De même, la fraction massique w_i, c'est-à-dire le rapport de la masse d'un composant i par rapport à la masse totale, pourra se calculer à partir de la fraction molaire par :

$$w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_i}{\rho} = \frac{r}{r_i}\frac{p_i}{p_a} = \frac{M_i}{M}\frac{p_i}{p_a} = \frac{M_i}{M}\,\alpha_i \qquad (1.2)$$

Dans cette relation M_i est la masse molaire du constituant i et M la masse molaire de l'air (= 29.10^{-3} $kg.m^{-3}$). Par exemple pour la vapeur d'eau, on obtient :

$$w_{vap} = \frac{m_{vap}}{m} = \frac{18}{29}\,\alpha_{vap} = 0,622\,\alpha_{vap} \qquad (1.3)$$

et pour le dioxyde de carbone, on obtient :

$$w_{CO2} = \frac{m_{CO2}}{m} = \frac{44}{29}\,\alpha_{CO2} = 1,517\,\alpha_{CO2} \qquad (1.4)$$

Différences isotopiques des constituants de l'air souterrain. On sait que les corps simples (C, O_2, N_2…) sont en réalité des mélanges en proportions plus ou moins constantes de différents isotopes. Un isotope d'un corps se distingue d'un autre par le nombre de neutrons de son noyau. Les réactions chimiques peuvent favoriser certains isotopes au détriment d'autres.

Le carbone 14 est depuis longtemps utilisé pour dater certaines concrétions très récentes (moins de 35 000 ans). Il est produit principalement par le bombardement de la terre par les rayons cosmiques. C'est un corps radioactif de demi-vie 5730 ans. La datation par la teneur résiduelle en ^{14}C suppose connue la teneur initiale. Malheureusement, cette teneur initiale a subi des fluctuations au cours des âges, fluctuations principalement dues à des causes astronomiques (champ magnétique terrestre qui dévie plus ou moins les rayons cosmiques…). On doit donc étalonner cette méthode avec d'autres (Uranium-Thorium par exemple).

Par ailleurs, le concrétionnement fait apparaître une légère augmentation de l'isotope O_{18} de l'oxygène (O_{16} majoritairement). Mieux, cette augmentation dépend de la température au moment du concrétionnement. La comparaison du rapport isotopique O_{18}/O_{16} de la concrétion avec celui de l'eau qui percolait à l'époque de formation permet donc de remonter aux paléo-températures. De même, les essais nucléaires dans l'atmosphère ont mis en circulation des éléments radioactifs. La comparaison entre la teneur en certains composés (Tritium par exemple) d'une eau ancienne avec les archives atmosphériques permettent de dater approximativement l'eau en question. Mais ces mesures n'ont actuellement pas d'applications à l'air souterrain. Elles servent essentiellement à apporter des renseignements sur l'atmosphère extérieure ou la date de formation des concrétions. Ces études sont donc à rattacher à l'étude de la roche karstique.

b) Le radon

En revanche, le radon fait exception. C'est un gaz radioactif, présent seulement à l'état de traces dans l'air (fraction molaire = 10^{-20}), qui provient de la décomposition radioactive de l'uranium (^{238}Ur) des roches. Le radon est la cause de 50 % environ de la dose en rayon α subie dans sa vie par un homme. C'est dire son importance pour les questions de santé publique. L'uranium étant présent principalement dans des roches granitiques, ce sont les réseaux qui surmontent ces roches qui en seront pourvus (massifs anciens). Le radon a une durée de demi-vie de 3,825 jours, c'est-à-dire qu'une masse de 1 g de radon au bout de 3,8 jours s'est réduite à 0,5 g de radon + à peu près 0,5 g de corps variés (polonium et autres) par une cascade de désintégrations (alpha et béta) qui le conduit finalement au plomb. Dans sa propre désintégration, le radon émet des particules alpha, Hélium ionisé (à l'énergie de 5,48 MeV). La teneur en radon ne se mesure pas en fraction molaire mais en Becquerel par mètre cube qui est facilement détectable par des détecteurs peu coûteux. Le Becquerel représente l'activité d'un corps qui subit une désintégration par seconde. Les normes limites admises pour les locaux d'habitation sont de 1000 Bq/m^3.

^{238}Ur →	^{234}Th ↓		^{230}Th → ^{226}Ra → ^{222}Ra → ^{218}Po →	^{214}Pb ↓		^{210}Pb ↓		^{206}Pb
		↑			↑		↑	
	^{234}Pa ↓			^{214}Bi ↓		^{210}Bi ↓		
		↑			↑		↑	
	^{234}Ur →			^{214}Po →		^{210}Po →		

Tableau 1:2- La chaîne des désintégrations de l'uranium 238

Le tableau ci-dessus représente la chaîne de désintégration de l'uranium 238 jusqu'au plomb 206. Dans cette chaîne, le radon est le seul élément gazeux. Une flèche horizontale représente une désintégration α (émission d'un atome d'Hélium ionisé), alors qu'une flèche verticale descendante représente une désintégration β (émission d'un électron). Les flèches verticales montantes ne sont là que pour la continuité.

$4{,}5.10^9$ ans	→ 24,5 j ↓	↑	83400 ans → 1590 ans → 3,825 jours → 3,05 mn →	26,8 mn ↓	↑	22 ans ↓	↑	stable
	1,14 mn ↓	↑		19,7 mn ↓	↑	5 jours ↓	↑	
	233 000 ans →			0,15 ms →		140 jours →		

Tableau 1:3- Les demi-vies des éléments de la chaîne de désintégration

Le tableau ci-dessus représente les demi-vies de chacun des éléments. Le temps de demi-vie est le temps au bout duquel la moitié des atomes d'un composant donné s'est désintégré. Ces durées sont très disparates. On voit que le radon se transforme rapidement en plomb 210 après trois désintégrations α et deux désintégrations β.

Ce gaz provoque le cancer du poumon. On trouve dans Agricola (1556) la première description de ce genre de maladie des mineurs du Harz. Certaines grottes peuvent présenter une teneur en radon qui dépasse les normes de salubrité. Des mesures ont été faites dans les grottes de nombreux pays (curieusement, assez peu en France). Par exemple, une intéressante étude de Garcia-Gomez (Garcia-Gomez, 2000) indique que les teneurs des grottes irlandaises sont comprises entre 500 et 11300 Bq/m^3, celles de Hongrie entre 300 et 5300 Bq/m^3 et celles d'Espagne entre 50 et 20000 Bq/m^3 (Ile de Lanzarotte). On remarque que les teneurs en radon des grottes peuvent se trouver dans la zone dangereuse. Des mesures devraient être effectuées par la Fédération française de spéléo avec l'aide des équipes des CHU et des DDASS afin d'établir une liste des grottes françaises à ne pas trop fréquenter.

L'intérêt scientifique secondaire de ce gaz est qu'il constitue un traceur naturel qui permet, dans les grottes qui en sont pourvues, de suivre les masses d'air dans leur mouvement (cf. Masssen, et al. 1997) et de mesurer les temps de renouvellement de l'air des grottes. Malheureusement la courte durée de demi-vie rend délicate l'interprétation des concentrations.

c) Loi de Stokes et diamètre des suspensions

On trouve aussi dans l'air des cavernes des poussières, qui peuvent être transportées par les courants d'air. La viscosité dynamique de l'air étant 60 fois plus faible que celle de l'eau, le transport de matières en suspension par l'air est beaucoup plus faible que par l'eau. La loi de Stokes fournit la vitesse de chute V d'une particule dans l'air :

$$V = 3.10^{-4}\ \rho\ d^2 \qquad (1.5)$$

Dans cette relation, V est en m/s, ρ est la masse volumique de la particule et d est le diamètre de la particule supposée sphérique. Pour une vitesse de chute identique, les particules dans l'air ont un diamètre $\sqrt{60} = 7{,}75$ fois plus petit que dans l'eau, correspondant à une masse près de 500 fois plus petite.

Au-dessous de 0,1 µm, les particules sont des colloïdes. Elles ne suivent plus la loi de Stokes mais sont agitées par le mouvement brownien (choc des molécules sur la particule).

d) Dioxyde de carbone

Ce gaz est en quantité très variable dans l'air souterrain alors qu'il est en très faible quantité dans l'atmosphère extérieure. L'importance du dioxyde de carbone (anciennement gaz carbonique ou anhydride carbonique) tient à deux effets. D'une part, c'est un gaz qui peut être dangereux pour le spéléo lorsque sa fraction molaire dépasse 5%. D'autre part, il joue un rôle fondamental dans le creusement des cavernes. Son importance pour la corrosion est plus grande que la température.

On repère la quantité de dioxyde de carbone par sa pression partielle. Cette pression partielle est la pression qu'aurait le gaz occupant le même volume et à la même température absolue s'il était tout seul. On note α la pression partielle relative du dioxyde de carbone, c'est-à-dire le titre molaire (ou fraction molaire) :

$$\alpha = \frac{p_{CO2}}{p} \qquad (1.6)$$

Elle est très faible en général (supérieure ou égale à 3.10^{-4}) mais peut atteindre exceptionnellement 5% et plus.

On peut aussi calculer le titre massique ou fraction massique w_{CO_2} du dioxyde de carbone (qui représente le rapport entre la masse de dioxyde de carbone et la masse totale) en fonction du titre molaire α (le calcul a déjà été fait plus haut, éq. 1.4) :

$$w_{CO2} = \frac{m_{CO_2}}{m} = 1{,}52\ \alpha_{CO2} \qquad (1.7)$$

La pression partielle de CO_2 dans l'air des cavernes est faible dans les gouffres de montagne, d'une part, parce que ces gouffres sont souvent ventilés et, d'autre part, parce que la production de CO_2 dans les sols est plus faible. En revanche dans les cavités des plateaux, cette pression partielle peut devenir assez importante de 0,5 à 5% voire localement plus. On reviendra sur cette question au § 4.5.1.

1.1.4. La vapeur d'eau et le diagramme de l'air humide

La vapeur d'eau joue un rôle à part, ce qui explique que nous lui consacrions un paragraphe particulier. L'air ordinaire est appelé air humide. Il est séparé en un air sec (sans vapeur d'eau) et en vapeur d'eau.

L'eau sous forme liquide sera appelée eau, alors que sous forme gazeuse, elle sera appelée vapeur d'eau ou vapeur tout court. Le terme de vapeur d'eau que nous utilisons décrit un gaz. Il n'a rien à voir avec le brouillard qui sort d'une cocotte minute. Ce brouillard-là est en effet formé de gouttes d'eau. Il s'agit alors d'une masse liquide dispersée et non d'une masse gazeuse.

L'eau joue un rôle très important à cause d'une propriété spéciale qu'elle présente par rapport aux autres gaz de l'air, c'est qu'elle passe facilement de l'état gazeux à l'état liquide et réciproquement, et cela à la température ambiante (celle des grottes). Ce changement d'état s'accompagne d'un dégagement ou d'une absorption importante de chaleur (la chaleur latente, L_h à peu près égale à $2{,}5.10^6$ J.kg^{-1}).

Dans l'étude de la vapeur d'eau, nous utiliserons les méthodes de la climatisation et traitements d'air qui sont les plus adaptées à nos problèmes. En particulier, nous adopterons les deux notions d'humidité spécifique et d'enthalpie spécifique définies ci-après.

a) Humidité spécifique

On appelle humidité spécifique w le rapport entre la masse de vapeur et la masse d'air sec dans un volume donné (nous avons adopté l'appellation usitée en climatisation, elle est appelée encore «rapport» par les météorologues). Ainsi un volume d'air humide de masse m contient une masse m_a d'air sec et une masse m_v de vapeur et éventuellement une masse m_b de brouillard. On a la relation suivante :

$$w = \frac{m_v}{m_a} \qquad \text{et} \qquad m = m_a + m_v + m_b \quad \Rightarrow \quad m - m_b = m_a\left(1 + w\right) \tag{1.8}$$

En l'absence de brouillard, $m_b = 0$. On remarque que l'humidité spécifique n'est pas un titre massique (ou fraction massique). Cette grandeur permet des calculs simplifiés quand il se produit des évaporations ou condensations, car au cours de ces transformations, la masse d'air sec reste constante.

b) Pression partielle de vapeur

On peut aussi raisonner en pressions partielles. La pression partielle d'un gaz est la pression qu'aurait ce gaz s'il était tout seul dans le volume à la même température. La loi de Dalton s'écrit :

$$p = p_a + p_v \tag{1.9}$$

Dans la relation, p est la pression totale, c'est-à-dire la pression ordinaire de l'air humide, p_a est la pression partielle de l'air sec, p_v la pression partielle de la vapeur.

On admettra que la vapeur d'eau et l'air obéissent à l'équation des gaz parfaits :

$$\frac{p_a}{\rho_a} = \frac{R^*\,T}{M_a} \qquad \frac{p_v}{\rho_v} = \frac{R^*\,T}{M_v} \tag{1.10}$$

Dans ces relations ρ_a est la masse volumique de l'air sec et ρ_v celle de la vapeur. R^* est la constante universelle des gaz parfaits ($R^* = 8{,}32$ J.mole^{-1}.K^{-1}). Et M_a et M_v sont respectivement la masse molaire de l'air (29.10^{-3} kg.mole^{-1}) et de la vapeur ($= 18.10^{-3}$ kg.mole^{-1}).

On démontre facilement une relation entre l'humidité spécifique et la pression partielle de vapeur :

$$w = \frac{m_v}{m_a} = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{p_v}{p_a}\frac{M_v}{M_a} = \frac{18}{29}\frac{p_v}{p_a} = 0{,}622\,\frac{p_v}{p_a} \quad \Rightarrow \quad \boxed{w = 0{,}622\,\frac{p_v}{p - p_v}} \tag{1.11}$$

Comme p_v est petit devant p aux températures des grottes, on en déduit que l'humidité spécifique est voisine de 62% de la pression partielle relative de la vapeur d'eau.

Relation entre p et p_a $\frac{p_v}{p_a} = \frac{1}{0{,}622}\,w = 1{,}608\,w \quad$ et $\; p = p_a + p_v \quad \Rightarrow p = p_a\left(1 + 1{,}608\,w\right)$ $\qquad (1.12)$

On peut aussi calculer la masse volumique de l'air humide :

$$\rho = \frac{m_a + m_v}{V} = \frac{m_a\left(1 + w\right)}{V} = \rho_a\left(1 + w\right) = \frac{p_a}{r_a\,T}\left(1 + w\right) \;\Rightarrow\; \rho = \frac{p}{r_a\,T}\frac{1 + w}{\left(1 + 1{,}608\,w\right)} \tag{1.13}$$

avec $r_a = 287$ J.kg^{-1}.K^{-1}, p en Pa, T en K, et w en kg_{vap}/kg_{as}.

L'équation des gaz parfaits pour l'air humide devient :

$$\frac{p}{\rho} = r_a\, T \,\frac{1 + w}{(1 + 1{,}608\, w)} \tag{1.14}$$

Les météorologues définissent la température virtuelle comme la quantité : $T_v = T \,\frac{1 + w}{(1 + 1{,}608\, w)}$ (1.15)

Cela leur permet de garder r_a comme constante des gaz parfaits au lieu de :

$$r = r_a \,\frac{1 + w}{(1 + 1{,}608\, w)} \tag{1.16}$$

On verra une application plus loin dans l'atmosphère de Laplace. Mais nous ne suivrons pas cette habitude car cette notion n'a d'intérêt que pour les modèles théoriques.

c) Le diagramme de l'air humide (ou diagramme de Carrier)

Nous allons maintenant étudier le diagramme de l'air humide ou diagramme psychrométrique. Nous nous limiterons au diagramme de Carrier. Il s'agit d'un réseau de plusieurs familles de courbes représentant les caractéristiques de l'air humide en fonction de la température. En abscisse, on trouve la température (en °C) et en ordonnée, l'humidité spécifique, c'est-à-dire la masse de vapeur d'eau divisée par la masse du seul air sec. Il en existe beaucoup d'autres (diagramme de Mollier par exemple entre l'enthalpie spécifique et l'humidité spécifique) mais celui-ci est assez pratique.

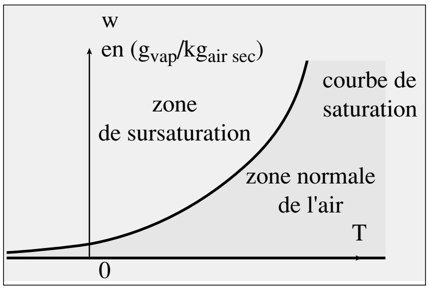


Fig. 1-5- Le diagramme de l'air humide avec la courbe de saturation (cf. aussi figure 1-9)

The humid air diagram or psychrometric diagram

Courbe de saturation. On constate qu'un air donné, à température donnée, ne peut contenir qu'une quantité limitée de vapeur d'eau (gaz). Au-delà de cette quantité maximale, il apparaît une condensation sur les parois ou un brouillard dans l'air. Sur le diagramme de l'air humide, la courbe de saturation représente ce maximum à une température donnée et pour la pression atmosphérique. On voit que la quantité maximale de vapeur que peut contenir l'air augmente fortement avec la température. Comme il y a une relation entre l'humidité spécifique et la pression partielle de vapeur, on en déduit que la saturation correspond à une certaine pression partielle qu'on appelle pression de vapeur saturante p_{vs}.

On peut retenir une relation empirique comme celle du *Smithsonian Meteorological Tables* valable entre 0 et 100 °C et qui s'écrit :

$$p_{vs} = 610{,}78 \exp\left(\frac{17{,}08085\, \theta}{234{,}175 + \theta}\right) \tag{1.17}$$

Dans cette expression θ est la température exprimée en °C , et p_{vs} est en Pa.
On trouve d'autres relations comme celle de Cadiergues :

$$p_{vs} = 613{,}338 \exp\left(\frac{17{,}5572\, \theta}{241 + \theta}\right) \tag{1.18}$$

Si la pression de vapeur devient plus grande que la pression de vapeur saturante, il se produit une condensation en gouttes (brouillard) à condition qu'il y ait des noyaux de condensation (microparticules ou ions). Sinon l'air est dit sursaturé.

Dans l'équilibre glace-vapeur, la pression de vapeur saturante décroît plus vite qu'avec l'eau quand la température diminue. La relation s'écrit (Cadiergues) :

$$p_{vs} = 613{,}338 \exp\left(\frac{22{,}464\, \theta}{241 + \theta}\right) \tag{1.19}$$

Dans cette expression θ est la température exprimée en °C , et p_{vs} est en Pa. On trouve le tracé détaillé figure 1-9.

Approximation parabolique. Les expressions ci-dessus étant un peu compliquées, on peut essayer de trouver une expression parabolique pour la pression de vapeur saturante. La relation indiquée ci-dessous convient bien dans l'intervalle [0°C - 30 °C].

$$p_{vs} \approx 671{,}5 + 20{,}77\ \theta + 3{,}246\ \theta^2 \tag{1.20}$$

Choppy (1986, p. 53) propose la relation approchée suivante :

$$p_{vs} = 100\left(\frac{\theta}{6} + 1\right)^2 + 500 = 600 + 66{,}7\ \theta + 2{,}78\ \theta^2 \tag{1.21}$$

Humidité relative ψ**.** On appelle humidité relative le rapport entre la pression partielle de vapeur et la pression de vapeur saturante (on note souvent en % ce rapport compris entre 0 et 1). À la saturation $\psi_s = 1$ (soit 100 %).

$$\psi = \frac{p_v}{p_{vs}} \qquad w_s = 0{,}622\ \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{w}{w_s} = \frac{p_v}{p_{vs}}\ \frac{p - p_{vs}}{p - p_v} \tag{1.22}$$

Comme p_v aussi bien que p_{vs} est petit devant p , la pression totale de l'air, on en déduit que l'humidité relative est voisine du rapport de l'humidité spécifique sur l'humidité spécifique à la saturation.

Connaissant p_{vs} et ψ , il est facile d'en déduire w par la relation déjà vue plus haut :

$$w = 0{,}622\ \frac{\psi\ p_{vs}}{p - \psi\ p_{vs}} \tag{1.23}$$

Les hygromètres à cheveux qui indiquent une humidité de 100 % dans un brouillard, indiquent en général une humidité inférieure à 100 % quand ils sont placés dans un nuage de cristaux de glace.

Rôle de la pression sur la pression de vapeur saturante. La pression partielle de vapeur saturante reste à peu près constante quand la pression de l'air se modifie. On en déduit qu'à saturation, w_s diminue quand la pression augmente, et augmente quand la pression diminue, comme on le constate sur la relation (1.23). On verra plus loin les conséquences de cette propriété quand une masse d'air subit une compression ou une détente (cf. § 1.5.1.e).

d) Lecture du diagramme de l'air humide

Ce diagramme a été construit pour une pression de $1{,}013.10^5$ Pa. On pourrait facilement en construire d'autres pour des pressions différentes. Sur ce diagramme, on peut représenter par un point les caractéristiques d'un air humide donné.

Température sèche. Si on met un thermomètre dans un courant d'air, la température qu'il indique est la température au sens ordinaire du terme. En climatisation, on appelle aussi cette température la température sèche de l'air.

Température humide. Si on entoure le bulbe sensible d'un thermomètre avec un tissu mouillé, le courant d'air fait évaporer une partie de l'eau du thermomètre qui se refroidit. La température qu'on obtient est dite température humide.

Ce thermomètre a sa surface recouverte d'une pellicule d'eau. L'air qui vient au contact du coton se charge lui aussi d'humidité et le point représentatif sur le diagramme de l'air humide se trouve sur la courbe de saturation. Mais autour du bulbe existe un gradient de concentration si l'air au loin n'est pas saturé. Il y a donc une évaporation de l'eau.

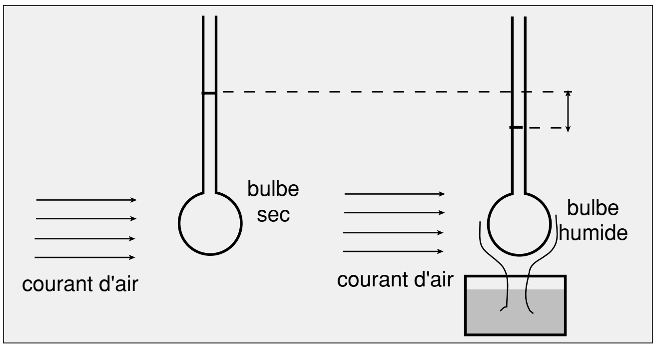


Fig. 1-6- Thermomètre sec et thermomètre humide. Le thermomètre humide est entouré d'un coton qui reste humide par capillarité. L'évaporation de l'eau provoque un refroidissement et maintient le thermomètre à une température plus basse que l'ambiante.

The dry and wet thermometers

Cette évaporation est compensée par l'eau qui monte de la réserve d'eau par capillarité. Mais l'évaporation produit un refroidissement de l'eau et du thermomètre. Le point représentatif de l'air au loin sur le diagramme de Carrier se déplace vers la courbe de saturation (MA). On montre que la transformation d'une particule d'air sec qui se rapproche du bulbe humide est à peu près une isenthalpe (l'énergie du changement d'état est prélevée sur la chaleur sensible). La température plus basse du bulbe est celle qu'indique le thermomètre. C'est la température de bulbe humide (dite aussi température humide) T_h.

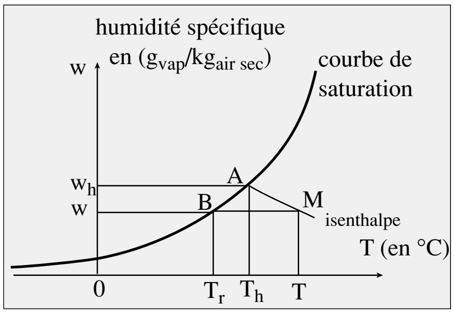


Fig. 1-7- Température sèche T, température humide T_h et température de rosée T_r

Dry bulb temperature and wet bulb temperature. The segment MA is an isentalpic transformation

Cette température humide est toujours plus basse que la température sèche (sauf en cas de sursaturation). La différence peut atteindre plusieurs degrés. Elle est d'autant plus différente que l'air au loin est plus sec. Elle ne dépend pas de la vitesse de l'air à condition que cette vitesse ne soit pas trop petite. Dans les appareils de mesure, on installe un petit ventilateur pour obtenir une vitesse suffisante (psychromètre à ventilation forcée) ou bien dans les modèles anciens, le thermomètre était placé au bout d'une ficelle que l'on faisait tournoyer (thermomètre à fronde).

Dans les récipients poreux dont l'évaporation de surface maintient le liquide intérieur frais (*porròn* espagnol), la température minimale que l'on peut obtenir est précisément la température humide de l'air ambiant. Si l'air extérieur est saturé, la température humide est identique à la température sèche (pas de refroidissement du vase).

Cette notion subtile nous servira à comprendre les phénomènes thermiques sur les parois humides des grottes. Les mesures des auteurs indiquent souvent une différence entre les températures de paroi et la température de l'air.

Température de rosée. Considérons une masse d'air humide et plaçons en son sein une paroi que l'on peut refroidir progressivement. L'air au voisinage de la paroi froide se refroidit. Pour une certaine température de la paroi, des gouttes de condensation apparaissent sur la paroi. La température d'apparition de ces gouttes est appelée température de rosée de l'air. Sur le diagramme de l'air humide, le point représentatif se trouve sur une horizontale partant du point figuratif (MB) car l'humidité spécifique ne change pas au cours de la transformation.

Point figuratif de l'air humide. Il y a plusieurs façons pour trouver le point figuratif d'un air humide sur le diagramme de l'air humide. La plus simple est de connaître la température et l'humidité spécifique de l'air (abscisse et ordonnée du point figuratif). Mais on peut utiliser d'autres couples de données. Par exemple on connaît la température sèche et la température humide de l'air (thermomètre à température humide). Ou bien, on connaît la température et la température de rosée de l'air (thermomètre à température de rosée), ou bien encore, on connaît la température et l'humidité relative de l'air.

Les autres caractéristiques du diagramme de l'air humide. On trouve les familles de courbes isenthalpes (à enthalpie spécifique constante), les isochores (à volume spécifique constant), les iso-humidités relatives constantes. On reverra ces notions au § suivant.

1.1.5. Les caractéristiques énergétiques de l'air

On a déjà vu la température qui est commune à tous les gaz contenus dans un air donné au repos (principe zéro de la thermodynamique).

a) Capacité thermique massique

La capacité thermique massique de l'air est notée c . Elle était dénommée il y a 20 ans chaleur massique et il y a 50 ans chaleur spécifique. Soyons moderne et adoptons les dénominations correctes ! Cette grandeur s'exprime en Joule par kilogramme et par degré Celsius, $J.kg^{-1}.°C^{-1}$. Elle varie un peu avec la composition et la température de l'air. On distingue deux capacités thermiques massiques, suivant que la transformation du gaz se fait à volume constant ou à pression constante. On les distingue par l'indice p ou v accolé à c (pour l'air, $c_p = 1004\ J.kg^{-1}.°C^{-1}$ et $c_v = 713\ J.kg^{-1}.°C^{-1}$). La capacité thermique massique à pression constante est plus grande que l'autre car l'apport de chaleur dilate l'air du système qui doit fournir un travail contre la pression de l'air extérieur.

La relation de Mayer permet de relier les deux capacités thermiques massiques de l'air : (1.24)

$$r = c_p - c_v \quad \text{avec} \quad r = 287 \text{ J.kg}^{-1}\text{.K}^{-1}$$

La capacité thermique massique intervient dans la relation de définition de l'énergie thermique : (1.25)

$$\Delta Q = m\, c_p\, \Delta T$$

Cette relation montre qu'une énergie thermique ΔQ (en J) permet une augmentation ΔT (en °C) de la température d'une masse m d'air (en kg).

Capacité thermique massique de la vapeur à 0°C $c_p = 1859$ J kg^{-1} °C^{-1}.
Capacité thermique massique du dioxyde de carbone à 0°C $c_p = 815$ J kg^{-1} °C^{-1}.

La capacité thermique des gaz varie très peu avec la température.
Capacité thermique massique de l'air à 0°C $c_p = 1004$ J kg^{-1} °C^{-1}.
Capacité thermique massique de l'air à 50°C $c_p = 1007$ J kg^{-1} °C^{-1}.

L'eau, qui peut se retrouver dans l'air sous forme de gouttes, a une capacité qui varie légèrement en fonction de la température. On peut proposer une relation précise reportée sur le graphique ci-dessous : (1.26)

$$c_e = 4217{,}8 - 3{,}485\,\theta + 1{,}1817.10^{-1}\,\theta^2 - 1{,}9701.10^{-3}\,\theta^3 + 1{,}7038.10^{-5}\,\theta^4 - 5{,}6814.10^{-8}\,\theta^5$$

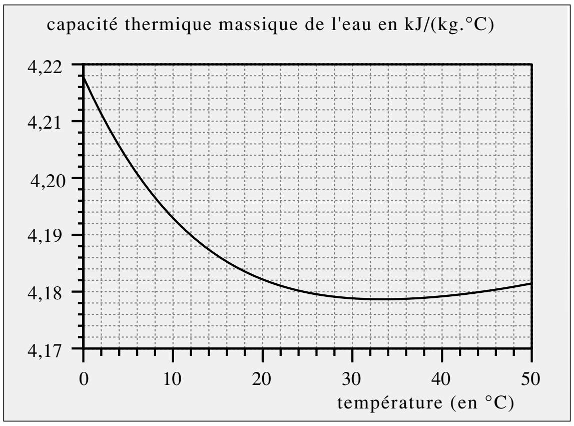


Fig. 1-8- La capacité thermique massique de l'eau en fonction de la température

The massic thermic capacity of water versus temperature

À titre de comparaison, indiquons la valeur de la capacité thermique massique du calcaire : $c_c = 810$ J.kg^{-1}.°C^{-1}

b) Conductivité thermique

La conductivité thermique de l'air est notée λ_a (lire *lambda*, en watt par mètre et par degré Celsius, W.m^{-1}.°C^{-1}). Elle varie avec la température. Elle traduit physiquement l'aptitude d'un matériau à transmettre des flux en régime permanent. On trouve aussi l'appellation de conductibilité.

Température	°C	0	5	10	15	20	25	30
conductivité air	W.m^{-1}.°C^{-1}	0,0242	0,0246	0,0250	0,0254	0,0258	0,0262	0,0266
conductivité eau	W.m^{-1}.°C^{-1}	0,550	0,562	0,573	0,585	0,596	0,607	0,617

Tableau 1:4- Conductivité thermique λ_a de l'air et de l'eau λ_e

Pour le calcaire, λ_c vaut environ 2,25 W m^{-1} °C^{-1}. On reviendra plus loin sur la difficulté de définir la conductivité thermique du calcaire qui n'est pas un corps pur mais une roche, de composition variable et de structure complexe.

c) Diffusivité thermique

La diffusivité thermique de l'air est notée a . C'est le rapport $a = \lambda_a / \rho_a c_p$ (en mètre carré par seconde, $m^2.s^{-1}$). Cette diffusivité thermique représente les possibilités d'évolutions plus ou moins rapides d'un champ de températures au sein d'un matériau donné. Pour le calcaire $a_c = 2{,}2.10^{-6}\ m^2.s^{-1}$.

en $m^2\ s^{-1}$	0°C	10 °C	20 °C	30 °C
air a_a	$18{,}9.\ 10^{-6}$	$20{,}0.\ 10^{-6}$	$21{,}4.\ 10^{-6}$	$22{,}8.\ 10^{-6}$
eau a_e	$0{,}131.\ 10^{-6}$	$0{,}136.\ 10^{-6}$	$0{,}143.\ 10^{-6}$	$0{,}148.\ 10^{-6}$

Tableau 1:5- Diffusivité thermique de l'air et de l'eau en fonction de la température

On remarque la faible diffusivité thermique de l'eau, 200 fois plus petite que celle de l'air. Le calcaire est intermédiaire, 10 fois moins diffusif que l'air. Ce qu'on a dit sur la conductivité thermique peut être étendu à la diffusivité. C'est une grandeur à redéfinir dans chaque cas pour un milieu inhomogène comme le calcaire.

d) Effusivité

On verra aussi apparaître dans les régimes transitoires ou variables une grandeur déduite des précédentes.

C'est l'effusivité β définie par $\sqrt{\lambda \rho c}$ en $J.m^{-2}.K^{-1}.s^{-1/2}$ ou $kg.s^{-3/2}.K^{-1}$.

Effusivité de l'air $\beta_e = 5{,}6\ J.m^{-2}.K^{-1}.s^{-1/2}$
Effusivité de l'eau $\beta_e = 1548\ J.m^{-2}.K^{-1}.s^{-1/2}$
Effusivité du calcaire $\beta_c = 1506\ J.m^{-2}.K^{-1}.s^{-1/2}$

On remarque que les effusivités de l'eau et du calcaire sont voisines. Cette grandeur traduit l'aptitude d'un matériau à transmettre des flux en régime transitoire.

e) Énergie interne massique e (en joule par kilogramme, $J.kg^{-1}$)

L'énergie interne d'un air sec (considéré comme un gaz parfait) ne dépend que de sa température, ($de = c_v\ dT$).
de représente l'accroissement de l'énergie interne pour un accroissement *dT* de la température.

Cette énergie interne représente ici l'énergie cinétique d'agitation des molécules. Si le gaz contient de la vapeur d'eau, on a intérêt à tenir compte de la chaleur latente de changement d'état de l'eau. Par ailleurs, le fluide qui circule, comme on le verra plus loin, ne peut le faire que s'il existe des différences de pression, mais alors le gaz récupère le travail des forces nécessaires à la circulation, et liées à la différence de pression.

f) Enthalpie massique h (en joule par kilogramme, $J.kg^{-1}$)

On montre facilement en thermodynamique que la fonction qui prend en compte ce travail des pressions est l'enthalpie ($h_a = e + p/\rho$). Dans toutes les considérations énergétiques, nous prendrons donc, non pas l'énergie interne massique, mais l'enthalpie massique h_a (en joule par kilogramme, $J.kg^{-1}$) pour caractériser le fluide. De cette manière nous n'aurons pas à considérer la travail des forces variables de pression que rencontre le fluide. L'enthalpie massique de l'air dépend de sa température et de la quantité de vapeur qu'il contient. Si le gaz était sec, on aurait $dh_a = c_p\ dT$.
De même on peut définir l'enthalpie massique de la vapeur d'eau h_v. Elle est donnée par (Dal Zotto et al, 2000) :

$$\text{formule tirée des tables} \quad h_v = 2500{,}7 + 1{,}85\ \theta - 3{,}7.10^{-4}\ \theta^2 - 6{,}16.10^{-6}\ \theta^3 \quad (1.27)$$

$$h_v \text{ en } J.kg^{-1}, \quad \theta \text{ en } °C$$

Le premier terme correspond à la chaleur de changement d'état de l'eau en vapeur à 0°C et les autres à la chaleur sensible. L'enthalpie de changement d'état de l'eau en vapeur se calcule en fonction de la température par la relation :

$$\Delta h_{eau}^{vapeur} = h_v(\theta) - h_e(\theta) \quad (1.28)$$

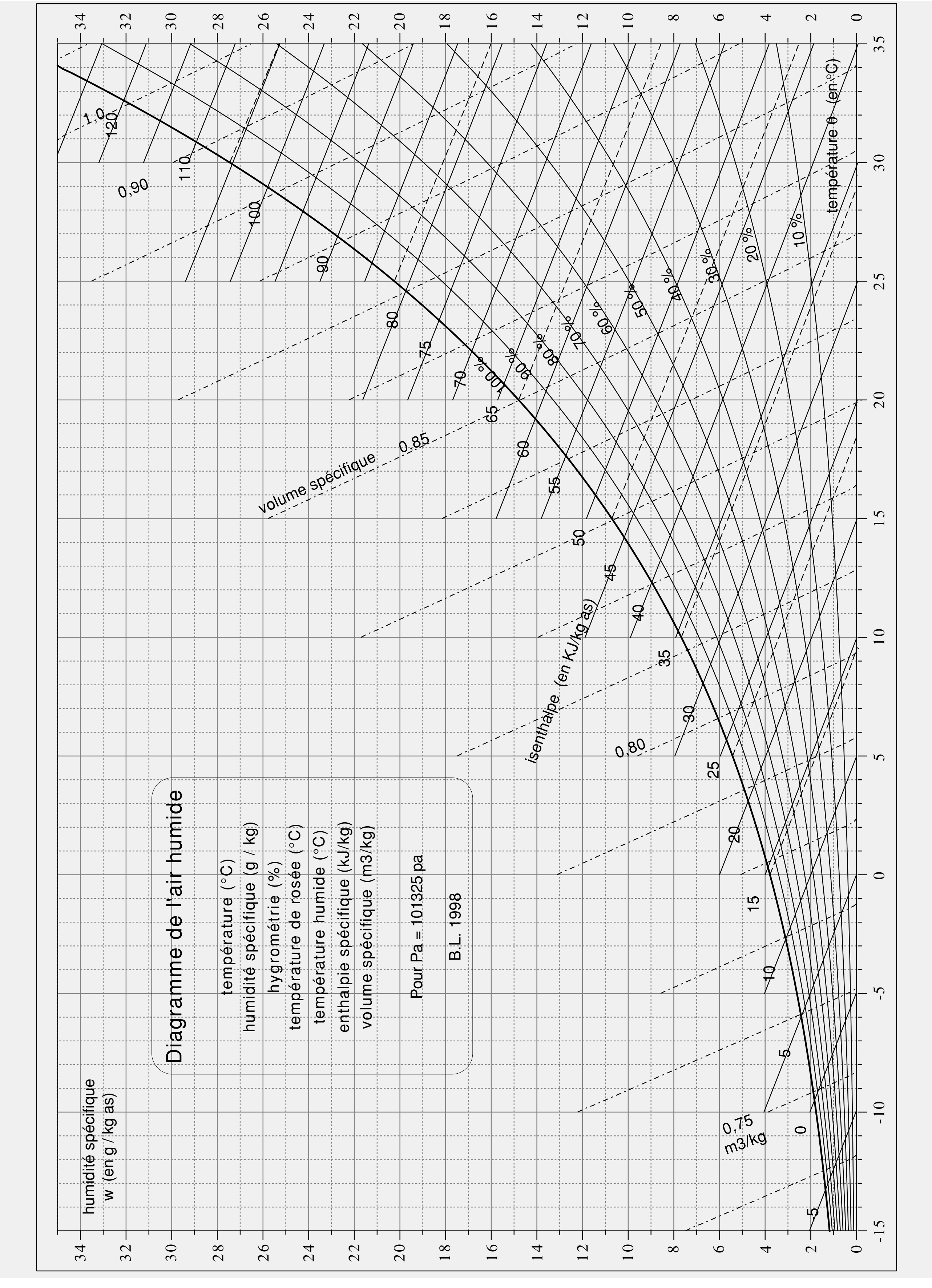


Fig. 1-9- Courbe de saturation de la vapeur d'eau dans l'air en fonction de la température

Saturation curves of steam in the air versus temperature

g) Enthalpie spécifique de l'air humide

L'air des cavités contient toujours de la vapeur d'eau. On appelle alors cet air : air humide. Et la vapeur est susceptible de se condenser libérant ainsi la chaleur latente de vaporisation. On appelle enthalpie spécifique, l'enthalpie de l'air humide (air sec + vapeur) par unité de masse d'air sec. Cette enthalpie est une fonction d'état. Elle dépend de la température de l'air et de l'humidité spécifique de cet air. Cette fonction à deux variables est représentée sous la forme d'une famille de courbes sur le diagramme de l'air humide.

On fera donc bien attention au fait que l'enthalpie spécifique de l'air humide n'est pas une enthalpie massique ordinaire. Mais son emploi est très pratique dans tous les phénomènes d'évaporation et condensation.

L'enthalpie spécifique est prise égale à zéro pour un air à 0°C sans vapeur d'eau. L'enthalpie de l'eau est prise égale à 0 quand elle est sous forme liquide et à 0°C. L'enthalpie spécifique d'un air humide comporte donc un terme de chaleur, dite chaleur latente, liée à l'état de vapeur de l'eau, et un second, dite chaleur sensible liée à la température.

$$h = L\,w + (c_{pa} + c_{pv}\,w)\,\theta \quad = 2{,}5008.10^3 w + (1{,}006 \ + 1{,}8266\ w)\,\theta \qquad (1.29)$$

Lorsqu'on raisonne à l'aide de la grandeur enthalpie, on n'a pas à prendre en compte la chaleur latente qui est intégrée automatiquement dans l'enthalpie.

L'enthalpie massique de la vapeur d'eau seule se calcule par la relation : $h_v = L + c_{pv}\,\theta$ (1.30)

On remarque, et c'est très important, que l'humidité absolue de la vapeur d'eau est le plus souvent négligeable en ce qui concerne les masses ou les débits masses. En revanche, la chaleur latente de la vapeur d'eau est tellement grande qu'on ne peut pas la négliger dans l'enthalpie, c'est-à-dire dans les bilans d'énergie.

Par exemple, considérons un air à 20 °C saturé en vapeur d'eau. L'humidité absolue vaut alors w = 0,015 kg de vapeur par kg d'air sec. Le rapport des masses est donc de 1,5 % ce qui est négligeable. En revanche, le rapport des enthalpies de la vapeur et de l'air sec est alors de 188 %. La vapeur d'eau joue le rôle le plus important pour l'enthalpie.

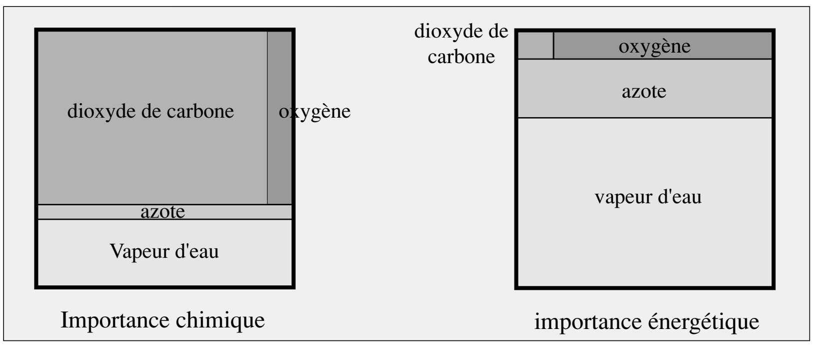
Énergie superficielle. On peut se demander si l'énergie superficielle, celle liée à la tension superficielle, joue un grand rôle dans la formation des brouillards. On sait que cette énergie est le produit de la tension superficielle (en N/m) par la surface totale des gouttes. La part de l'énergie superficielle augmente donc quand la taille des gouttes diminue. Mais il est facile de démontrer qu'il faudrait que les gouttes aient une taille ridiculement petite (plus petite que le nanomètre) pour qu'il y ait égalité entre les deux énergies (Badino, 1995, p. 22).

h) Diagramme de l'air humide (figure page ci-contre)

Sur le diagramme de l'air humide, qui représente en abscisse la température (dite aussi température sèche) et en ordonnée l'humidité spécifique, on trouve aussi des grandeurs énergétiques. La plus importante d'entre elles est l'enthalpie spécifique dont on trouve les iso-valeurs. On s'attachera à identifier les différentes familles de courbes : isothermes (températures constantes), isenthalpes (enthalpie h constante) et isochores (volume spécifique v constant). Le volume spécifique est le volume de l'air humide divisé par la masse d'air sec.

Fig. 1-10- Importances relatives des différents gaz de l'air souterrain d'un point de vue chimique et d'un point de vue énergétique

Relative importances of different subterranean gases with regard to chemical and energetical properties



1.1.6. Viscosités et masse volumique

a) Viscosité dynamique

Quand un fluide présente du cisaillement, des forces tangentielles de frottement ont tendance à retenir les parties les plus rapides. Ces forces sont proportionnelles à la viscosité. Cette viscosité s'appelle viscosité dynamique μ (lire mu ; l'unité est le pascal seconde = Pa.s).

La viscosité dynamique de l'air est $\mu = 17{,}6.10^{-6}$ Pa.s à 10°C.

b) Viscosité cinématique

On peut en déduire une deuxième viscosité, appelée viscosité cinématique ν (lire nu, l'unité est le $m^2.s^{-1}$) définie par la relation $\nu = \mu / \rho$. Cette viscosité-là est la diffusivité de quantité de mouvement. La viscosité dynamique représente la capacité pour un fluide à transmettre un flux de quantité de mouvement (force tangentielle). La viscosité cinématique est aussi la diffusivité de quantité de mouvement. Elle traduit la capacité d'un fluide à voir évoluer plus ou moins rapidement son champ de vitesse en régime non permanent.

La viscosité cinématique de l'air varie avec la température et comme l'inverse de la pression. Pour une pression de $1{,}025.10^5$ Pa, on obtient :

en $m^2\ s^{-1}$	0°C	10 °C	20 °C	30 °C
air ν_a	$13{,}2.\ 10^{-6}$	$14{,}1.\ 10^{-6}$	$15{,}0.\ 10^{-6}$	$15{,}9.\ 10^{-6}$
eau ν_e	$1{,}79.\ 10^{-6}$	$1{,}31.\ 10^{-6}$	$1{,}01.\ 10^{-6}$	$0{,}80.\ 10^{-6}$

Tableau 1:6- Viscosités cinématiques de l'air et de l'eau en fonction de la température

Massen (1997 p. 109) indique la relation de Netz qui fournit à peu près les valeurs au-dessus :

$$\nu = \frac{4{,}87.10^{-4}}{p} \frac{T^{1,5}}{1 + 172{,}6/T} \quad \text{avec T en K et p en Pa} \tag{1.31}$$

c) Retour sur la masse volumique

Comme la composition de l'air peut changer d'une cavité à l'autre, proposons une expression générale de la masse volumique de l'air en fonction des fractions molaires (pressions partielles relatives) de chacun des constituants et des grandeurs thermodynamiques : pression et température. Si on admet que chacun des gaz obéit à l'équation des gaz parfaits, le résultat est facile à obtenir :

$$\rho = \frac{M\,p}{R^*\,T} \tag{1.32}$$

Dans cette relation, ρ est la masse volumique de l'air à la pression p et la température Kelvin T, R* est la constante universelle des gaz parfaits (vue au § 1.1.2) et M est la masse molaire équivalente de l'air. On la calcule par la relation barycentrique :

$$M = \sum_i \alpha_i M_i \qquad \text{avec} \qquad \sum_i \alpha_i = 1 \tag{1.33}$$

Dans cette expression, α_i représente les fractions molaires des différents composants gazeux et M_i les différentes masses molaires (en $kg.mole^{-1}$).

Si on détaille les différents gaz, on obtient :

$$1000\ M = 32\ \alpha_{O2} + 28\ \alpha_{N2} + 40\ \alpha_A + 18\ \alpha_{vap} + 44\ \alpha_{CO2} \tag{1.34}$$

On caractérise en général la vapeur d'eau par l'humidité relative ψ , on utilise donc pour trouver α_{vap} la relation :

$$\alpha_{vap} = \frac{p_{vap}}{p} = \psi \frac{p_{vapsat}}{p} = \frac{\psi}{p} f(\theta) \qquad \text{avec} \quad f(\theta) = 610{,}78 \exp\left(\frac{17{,}08085\ \theta}{234{,}175 + \theta}\right) \tag{1.35}$$

En général, le dioxyde de carbone provient d'une oxydation et, de ce fait, il prend la place d'un même nombre de moles d'oxygène de sorte qu'on a $\alpha_{O2} = 0{,}2095 - \alpha_{CO2}$. En effet la réaction est de la forme :

$$O_2 \text{ (gazeux)} + C \text{ (solide)} \Leftrightarrow CO_2 \text{ (gazeux)}$$

Exemple numérique. Calculons la masse volumique d'un air de 17 % d'oxygène, 78 % d'azote, 1% d'Argon, de 50 % d'humidité relative et 4 % de CO_2 à 10°C et 10^5 Pa de pression.

$$\alpha_{vap} = \frac{0{,}5}{10^5}\ 610{,}78 \exp\left(\frac{17{,}08085.\ 10}{234{,}175 + 10}\right) = 6{,}147.\ 10^{-3}$$

$$1000\ M = 32\ .\ 0{,}17 + 28{,}013\ .\ 0{,}78 + 40\ .\ 0{,}01 + 18\ .\ 6{,}15.10^{-3} + 44\ .\ 0{,}04 = 29{,}55 \text{ kg.mole}$$

$$\rho = \frac{29{,}55.10^{-3}.\ 10^5}{8{,}3144\ .\ 283{,}15} = 1{,}255 \text{ kg.m}^{-3}$$

On vérifiera que pour 20,95 % d'oxygène, 78,09 % d'azote, 0,93% d'Argon, 0,03 % de dioxyde de carbone, une température de 0°C et une pression valant $1{,}013.10^5$ Pa, (conditions normales de température et de pression), on obtient une masse volumique de l'air atmosphérique $\rho = 1{,}293$ kg.m^{-3}.

Rôle de chacun des facteurs. Pour bien voir le rôle de chacun des facteurs qui interviennent dans l'expression de la masse volumique, nous allons calculer la variation qu'il faut à chacun des facteurs pour obtenir une augmentation de la masse volumique de 1% quand la température est de 5°C et la pression de 10^5 Pa, c'est-à-dire pour ρ assez voisin de 1,25 kg/m^3 et une pression de vapeur saturante $p_{vs} = f(\theta) = 873$ Pa. Nous supposerons que l'augmentation de CO_2 s'accompagne d'une diminution de l'oxygène.

pression $$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{M}{R^* T} \approx \frac{1}{287.278} = 1{,}253.10^{-5} \text{ kg.m}^{-3}.\text{Pa}^{-1} \qquad \frac{\Delta \rho}{\rho} = 0{,}01 \Rightarrow \Delta p = 998 \text{ Pa} \qquad (1.36)$$

température $$\frac{\partial \rho}{\partial \theta} \approx \frac{M}{r T^2} = \frac{10^5}{287.278^2} = 4{,}51.10^{-3} \text{ kg.m}^{-3}.°\text{C}^{-1} \qquad \frac{\Delta \rho}{\rho} = 0{,}01 \Rightarrow \Delta \theta = -2{,}77\ °\text{C} \qquad (1.37)$$

altitude $$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho\, g \frac{\partial \rho}{\partial p} = -\frac{\rho\, g}{r T} = -\ 1{,}537.10^{-4} \text{ kg.m}^{-4} \qquad \frac{\Delta \rho}{\rho} = 0{,}01 \Rightarrow \Delta z = -\ 81 \text{ m} \qquad (1.38)$$

humidité $$\frac{\partial \rho}{\partial \psi} = -11.10^{-3}\frac{f(\theta)}{R^* T} = -\frac{11.10^{-3}.873}{8{,}314.\ 278} = -\ 4{,}2.10^{-3} \text{ kg.m}^{-3} \qquad \frac{\Delta \rho}{\rho} = 0{,}01 \Rightarrow \Delta \psi = -1{,}12 = -112\ \% \qquad (1.39)$$

CO_2 $$\frac{\partial \rho}{\partial \alpha_{CO2}} = 12.10^{-3}\frac{p}{R^* T} = \frac{12.10^{-3}.10^5}{8{,}314\ .\ 278} = 0{,}519 \text{ kg.m}^{-3} \qquad \frac{\Delta \rho}{\rho} = 0{,}01 \Rightarrow \Delta \alpha_{CO2} = 0{,}024 = 2{,}4\ \% \qquad (1.40)$$

On déduit aussi pour la masse volumique et dans les conditions adoptées plus haut (5°C et 10^5 Pa), qu'une augmentation de 1 % de CO_2 équivaut à :

une augmentation de masse volumique de	0,42 %
un refroidissement de	1,15 °C,
une descente de	33,7 m,
une diminution de l'humidité relative de	47 % à 5°C,

Cette diminution de l'humidité relative serait de 67% à 0°C, 47 % à 5°C, 34% à 10°C, 18 % à 20°C et 10% à 30°C.

De même, on montrerait qu'une augmentation de 100 % de l'humidité relative correspond à une diminution de la masse volumique de 0,62 % à 0°C, 0,89 % à 5°C, 1,23 % à 10°C, 2,32 % à 20°C et 4,18 % à 30°C.

On trouvera au § 4.3.6.b une discussion générale sur les variations de composition de l'air souterrain.

1.2. L'air en équilibre mécanique

Si une masse d'air est immobile dans le champ de pesanteur, on peut montrer que les surfaces isobares (dont la pression est la même partout), les surfaces isothermes (températures identiques) et les surfaces isochores (masses volumiques identiques) sont des plans horizontaux. L'équilibre mécanique suppose donc que l'air est disposé en strates horizontales aussi bien pour les pressions que pour les températures et les masses volumiques.

1.2.1. Les deux relations disponibles

a) L'équation de la statique

Elle traduit la propriété que la force engendrée par la différence des pressions s'oppose au poids de l'air et lui permet de rester immobile. La relation s'écrit (z est orienté vers le haut) :

$$dp = -\rho \, g \, dz \quad \text{(équation de la statique)} \qquad (1.41)$$

dp est la variation de pression pour la dénivellation dz , ρ est la masse volumique et g est l'accélération de la pesanteur ($g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2}$).

Si le fluide possède une masse volumique constante, cette équation s'intègre en $p + \rho \, g \, z = \text{constante}$ (1.42)

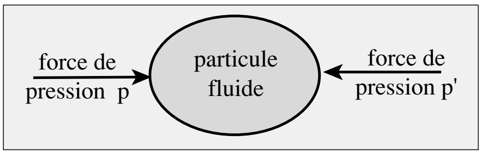


Fig. 1-11- Rôle des pressions dans l'équilibre mécanique p = p'

Prominent part of pressure for the mechanical equilibrium

Pression motrice. La pression que l'on considère, est la pression thermodynamique, qu'en hydraulique on appelle aussi pression statique. Il est d'usage en hydraulique d'introduire une grandeur nouvelle qu'on appelle pression motrice, qu'on note p_m (ou pression étoilée p*) et que l'on définit par : $p_m = p + \rho \, g \, z$

On voit que l'équilibre se ramène à l'énoncé suivant : *la pression motrice dans un fluide homogène au repos est constante dans tout le fluide*.

Pour un fluide non homogène pour lequel la masse volumique varie avec l'altitude, cette propriété est fausse, mais on peut définir une grandeur que nous appellerons pression motrice équivalente définie par :

$$p_m - p_{m0} = p - p_0 + g \int_0^z \rho(z) \, dz \qquad (1.43)$$

Alors on pourra dire que la pression motrice équivalente est constante dans un fluide au repos, même pour ce fluide inhomogène (car ρ dépend de z).

Réciproquement, on montrera plus loin que si la pression motrice (ou pression motrice équivalente) n'est pas constante dans un fluide, ce dernier est soumis à des forces qui vont le mettre (ou qui le maintiennent) en mouvement. C'est pour cela qu'on parle de pression motrice : les variations spatiales (ou gradients) de pression motrice sont la cause principale du mouvement d'un fluide.

b) Équation des gaz parfaits

Cette équation relie les grandeurs thermodynamiques. C'est une équation dite phénoménologique (empirique). Elle ne traduit pas un grand principe de la physique mais un certain comportement de matériau. Nous l'avons déjà vue plus haut (cf. § 1.1.2).

c) Relations supplémentaires de fermeture

Les trois grandeurs (thermodynamiques) p, ρ, T sont reliées par deux équations : l'équation de la statique et la loi des gaz parfaits. Si on néglige les variations de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone, il manque une équation pour finir le calcul. L'atmosphère possède ainsi un degré de liberté. Elle n'est donc pas calculable *a priori.* Les météorologues mesurent la répartition des températures avec l'altitude, ce qui leur fournit une relation supplémentaire.

Mais dans les cavités, il y a au moins 5 grandeurs pour décrire en un point l'atmosphère souterraine : p, ρ, T, α, ψ, c'est-à-dire la pression, la masse volumique, la température, la pression partielle relative en dioxyde de carbone et l'humidité relative de l'air (on peut rajouter les teneurs en azote et oxygène si ces teneurs ne sont pas celles de l'atmosphère extérieure). Compte tenu des deux relations précédentes, l'expérimentateur doit donc faire trois mesures ; en général, la température, la pression partielle en dioxyde de carbone et le degré d'humidité.

La pression lui servira éventuellement à mesurer l'altitude par rapport à un point de référence. Dans les zones profondes des cavités, on peut souvent négliger la mesure de l'humidité en supposant l'air saturé. On se ramène ainsi à deux mesures : la température et la pression partielle de dioxyde de carbone.

1.2.2. Deux atmosphères types : isotherme et Laplace

a) Atmosphère isotherme

Il est facile de déterminer le profil vertical de la pression d'une atmosphère au repos, si on néglige la teneur en eau et en dioxyde de carbone et si on connaît une relation entre la température et l'altitude. Supposons par exemple que la température reste constante lorsqu'on monte (atmosphère isotherme), on obtient alors les deux équations :

$$\begin{cases} dp = -\rho\, g\, dz \\ \dfrac{p}{\rho} = r\,T_0 \end{cases} \quad \frac{dp}{p} = \frac{-g\,dz}{r\,T_0} = -\frac{dz}{e_z} \;\rightarrow\; p = p_0 \exp\left(-\frac{z - z_0}{e_z}\right) \quad \text{avec} \quad e_z = \frac{r\,T_0}{g}$$

$$\text{soit encore} \qquad z - z_0 = \frac{r\,T_0}{g} \ln\left(\frac{p_0}{p}\right) \qquad (1.44)$$

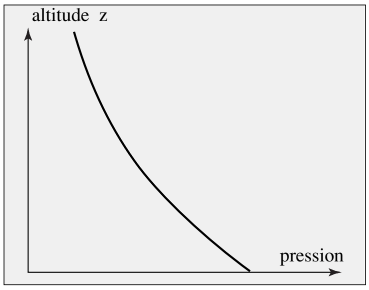


Fig. 1-12- Variation de la pression atmosphérique en fonction de l'altitude

Atmospheric pressure versus altitude

La pression d'une atmosphère isotherme diminue exponentiellement avec l'altitude ; e_z représente l'épaisseur typique de l'atmosphère. Cette épaisseur dépend du gaz considéré, par l'intermédiaire de la constante $r = R^* / M$.
Par exemple pour du dioxyde de carbone l'épaisseur serait réduite dans la proportion 29/44 et pour des molécules beaucoup plus grosses, l'épaisseur pourrait être beaucoup plus petite.

L'agitation moléculaire pour les gaz est telle qu'il ne peut y avoir de phénomène de décantation : un gaz plus lourd (ou plus léger) ne peut plus se séparer de l'air, une fois que le mélange a été fait. Mais tant que le mélange n'est pas fait, les gaz peuvent rester longtemps séparés car le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène très lent. La diffusion turbulente est un bien meilleur agitateur.

b) Atmosphère de Laplace

Elle tient compte du fait que l'air contient de la vapeur d'eau. L'expression de l'équation d'état se fait avec la température virtuelle (qui est fonction de l'humidité spécifique, cf. § 1.1.4.b). On suppose de plus que la température virtuelle est proportionnelle au logarithme de la pression. $T_v = k \ln(p)$.

$$\rho = \frac{p}{r_a\,T} \frac{1 + w}{(1 + 1{,}608\,w)} = \frac{p}{r_a\,T_v} \qquad (1.45)$$

On écrit l'équation de la statique $\quad dp = -\rho\, g\, dz = \dfrac{p}{r_a\,T_v} g\, dz \;\Rightarrow\; dz = \dfrac{r_a\,T_v}{g}\dfrac{dp}{p} \qquad (1.46)$

On intègre l'équation :

$$z - z_0 = \frac{r_a\,k}{g} \int_{p0}^{p} \ln(p)\frac{dp}{p} = \frac{r_a\,k}{2\,g}\left[\ln(p)^2 - \ln(p_0)^2\right] = \frac{r_a\,k}{2\,g}\left[\ln(p) + \ln(p_0)\right]\left[\ln(p) - \ln(p_0)\right] \qquad (1.47)$$

Soit encore en appelant T_{vm} la valeur moyenne de la température virtuelle de z_0 à z :

$$z - z_0 = \frac{r_a}{g} \frac{T_v + T_{v0}}{2} \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = 29{,}26\ T_{vm} \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) \qquad (1.48)$$

Cette relation généralise l'atmosphère isotherme dans le cas d'un air humide. Elle permet de trouver la distance verticale entre deux isobares. Elle montre que dans le cas de cette atmosphère, la distance est proportionnelle à la température virtuelle moyenne. C'est tout l'intérêt de la notion de température virtuelle que de remplacer l'influence de l'humidité dans la masse volumique par une généralisation de la température.

On remarque enfin que la notion de température virtuelle pourrait être étendue aux variations de dioxyde de carbone de l'air.

1.2.3. Gradients adiabatiques sec et humide

Avant d'étudier l'équilibre de l'atmosphère et la stabilité de cet équilibre, nous allons définir deux notions : le gradient adiabatique sec et le gradient adiabatique humide. Ces deux expressions semblent barbares mais elles recouvrent des notions assez simples. Si on considère des grandeurs comme la pression ou la température, dont les valeurs dépendent de l'altitude z , le gradient est le rapport de la variation de la grandeur pour un accroissement donné d'altitude (noté dT/dz ou bien dp/dz).

a) Gradient adiabatique sec

Le mot adiabatique vient du grec et signifie littéralement sans échange de chaleur. Les météorologues ont imaginé l'expérience de pensée suivante. Soit une bulle d'air isolée par la pensée. Supposons qu'elle monte pour une raison ou pour une autre, assez vite pour qu'elle ne puisse pas échanger de la chaleur avec l'air ambiant (on verra avec les échanges de chaleur qu'il faut du temps pour faire varier une température par conduction thermique). La bulle rencontre de l'air à pression plus faible et elle se détend, donc se refroidit. Cette détente est dite adiabatique.

On dira que le gradient thermique de l'atmosphère est adiabatique si la bulle en montant est constamment à la même température que l'air ambiant ou plutôt si l'air ambiant a le même profil de température qu'une bulle qui monte (ou descend) d'une manière adiabatique, c'est-à-dire rapidement.

Le savant Français Simon Laplace a trouvé, dans le cas d'une transformation adiabatique réversible la relation entre p et ρ qui s'écrit :

$$\frac{p}{\rho^{\gamma}} = \text{constante} \qquad (1.49)$$

Les grandeurs c_p , c_v , γ et r sont reliées par les deux relations (la relation de Mayer valable pour un gaz parfait, et la relation de définition de γ).

$$r = c_p - c_v = 287\ \mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}405 \quad \Rightarrow \quad c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} r \qquad (1.50)$$

L'équation de Laplace, associée à l'équation de la statique et à l'équation des gaz parfaits, permet de calculer la température en fonction de l'altitude :

$$\frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} \quad \Rightarrow \quad dT = -\frac{T}{p}\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)\rho\, g\, dz \quad \Rightarrow \quad \boxed{dT = -\frac{g}{c_p}\, dz} \qquad (1.51)$$

La baisse de température pour une montée de 100 m est de 0,975 °C, voisine de 1°C. C'est le gradient adiabatique sec. Ce gradient dépend un peu de la composition de l'air.

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{adiab sec}} = -\,0{,}01\ \text{°C/m} \qquad (1.52)$$

b) Gradient adiabatique humide

Si maintenant, la bulle d'air qui monte est saturée en humidité. Le refroidissement adiabatique au cours d'une détente (montée) va provoquer une légère condensation (figure ci-contre). Ce phénomène est exothermique (libère de la chaleur) et limite le refroidissement de la bulle à environ 0,5°C pour 100 m de montée. C'est le gradient adiabatique humide.

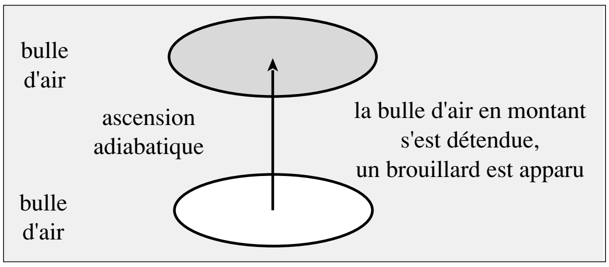


Fig. 1-13- Ascension d'un air saturé. L'apparition d'un brouillard limite le refroidissement de l'air

The mist formation reduce the air cooling

Si la bulle d'air est chargée en brouillard et qu'elle descend, elle suit le gradient adiabatique humide puisque des gouttes de brouillard peuvent s'évaporer, mais si elle est simplement à 100 % d'humidité, sans gouttes de brouillard, alors la bulle en descendant va suivre le gradient adiabatique sec et sa température va augmenter de 1 °C pour 100 m. Son humidité relative va diminuer.

Sur la figure ci-contre, on a représenté une atmosphère à profil de température adiabatique. Le gradient dans l'air sec est le gradient adiabatique sec, dans le nuage, c'est le gradient adiabatique humide.

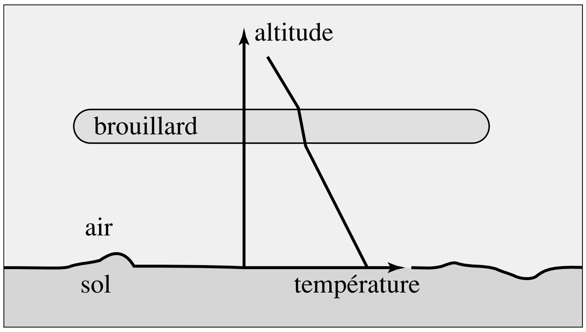


Fig. 1-14- Atmosphère à gradient de température adiabatique (avec nuage)

Atmosphere with adiabatic gradient

Nous allons maintenant conduire le calcul (pénible) qui fournit l'expression exacte du gradient adiabatique humide.

La variation d'énergie interne de l'air au cours d'une détente est égale au travail des forces de pression, travail cédé à l'extérieur.

$$dE = -p\,dV \quad \text{et comme} \quad H = E + p\,V \quad \Rightarrow \quad dH = V\,dp \quad V \text{ étant le volume} \tag{1.53}$$

Et comme $dH = m_a\,dh$ et $V = m_a\,v$ (h étant l'enthalpie spécifique et v le volume spécifique de l'air humide), on obtient :

$$dh = v\,dp \qquad \text{avec} \quad v = \frac{r_a\,T}{p_a} = \frac{r_a\,T}{p}\left(1 + 1{,}608\,w_s\right) \tag{1.54}$$

Dans cette relation, p est la pression, p_a est la pression partielle de l'air sec , p_{vs} la pression de vapeur saturante.

On suppose que les gouttes de brouillard se déposent sous forme d'eau de condensation sur les parois, donc n'interviennent pas dans le refroidissement ultérieur. La variation de l'enthalpie spécifique se calcule à partir de la variation de température, et de la chaleur latente libérée.

$$dh = \left[c_{pa} + w_s\,c_{pv}\right] dT + L\,dw_s \tag{1.55}$$

$$\text{avec} \quad dw_s = \frac{\partial w_s}{\partial \theta}\,dT + \frac{\partial w_s}{\partial p}\,dp \tag{1.56}$$

$$\text{En adoptant l'expression} \quad p_{vs} = p_{vs0}\exp\left(\frac{\beta\,\theta}{\theta_1 + \theta}\right) \quad \text{et} \quad w_s = 0{,}622\,\frac{p_{vs}}{p - p_{vs}} \tag{1.57}$$

On calcule les deux dérivées partielles de w_s (cf. § 1.1.4.c)

$$\frac{\partial w_s}{\partial \theta} = \beta\,\frac{\theta_1}{\left(\theta_1 + \theta\right)^2}\left(1 + 1{,}608\,w_s\right) w_s \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial w_s}{\partial p} = -\frac{w_s}{p}\left(1 + 1{,}608\,w_s\right) \tag{1.58}$$

avec $P_{vs0} = 613{,}338$ Pa $\quad \beta = 17{,}5572 \qquad \theta_1 = 241$ °C

En reportant dans l'équation de bilan d'énergie, on en déduit la relation :

$$dh = v\,dp = \frac{r_a T}{p}\left(1 + 1{,}608\ w_s\right) dp \quad \text{et} \quad dh = \left[c_{pa} + w_s\ c_{pv}\right] dT + L\left(\frac{\partial w_s}{\partial \theta} dT + \frac{\partial w_s}{\partial p} dp\right) \tag{1.59}$$

$$\left(1 + 1{,}608\ w_s\right)\left(\frac{r_a T}{p} + L\ w_s\right) dp = \left[c_{pa} + w_s\ c_{pv} + \beta \frac{\theta_1}{\left(\theta_1 + \theta\right)^2}\left(1 + 1{,}608\ w_s\right) L\ w_s\right] dT \tag{1.60}$$

En divisant les deux membres de l'équation par $\left(1 + 1{,}608\ w_s\right) T$

$$\left(r_a + \frac{L\ w_s}{T}\right)\frac{dp}{p} = \left[\frac{c_{pa} + w_s\ c_{pv}}{1 + 1{,}608\ w_s} + \beta \frac{\theta_1}{\left(\theta_1 + \theta\right)^2} L\ w_s\right]\frac{dT}{T} \tag{1.61}$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{A}\frac{p}{T} \quad \text{avec} \quad A = \frac{r_a + \dfrac{L\,w_s}{T}}{\dfrac{c_{pa} + w_s\,c_{pv}}{1 + 1{,}608\ w_s} + \beta \dfrac{\theta_1}{\left(\theta_1 + \theta\right)^2} L\ w_s} \tag{1.62}$$

Et comme l'équation de la statique nous fournit :

$$dp = -\,\rho\, g\, dz = -\,\frac{p}{r_a T}\,\frac{1 + w_s}{\left(1 + 1{,}608\ w_s\right)}\, g\, dz \tag{1.63}$$

On en déduit le gradient adiabatique humide :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{adiab humide}} = \frac{A\ T}{p}\frac{dp}{dz} = -\,\frac{A\ g}{r_a}\ \frac{1 + w_s}{1 + 1{,}608\ w_s} \tag{1.64}$$

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{adiab humide}} = -\,\frac{g\left(1 + \dfrac{L\ w_s}{r_a T}\right)\left(1 + w_s\right)}{\left(c_{pa} + w_s\ c_{pv}\right) + \beta\, L \dfrac{\theta_1}{\left(\theta_1 + \theta\right)^2}\left(1 + 1{,}608\ w_s\right) w_s} \tag{1.65}$$

En posant $L = 0$, on trouve le gradient adiabatique sec d'un air humide :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{ad sec}} = -\,\frac{g\ \left(1 + w_s\right)}{c_{pa} + w_s\ c_{pv}} \approx -\,0{,}01\ \text{°C/m} \tag{1.66}$$

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{adiab humide}} = \left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{ad sec}} \frac{1 + \dfrac{L\ w_s}{r_a\ T}}{1 + \beta\, L \dfrac{\left(1 + 1{,}608\ w_s\right) w_s}{c_{pa} + w_s\ c_{pv}}\ \dfrac{\theta_1}{\left(\theta_1 + \theta\right)^2}} \tag{1.67}$$

On aurait pu utiliser la relation de Clapeyron pour calculer la dérivée de w_s en fonction de la température. Elle s'écrit :

$$L = T\,(v_v - v_e)\,\frac{dp_{vs}}{dT} \tag{1.68}$$

Si on néglige le volume massique de l'eau v_e par rapport au volume massique de la vapeur v_v , alors on commet une erreur de l'ordre du 1/1000 et on trouve :

$$\frac{\theta_1}{\left(\theta_1 + \theta\right)^2} = \frac{L}{T^2\ \beta\ r_v} \tag{1.69}$$

Et en reportant dans l'expression du gradient adiabatique on obtient l'expression utilisée en météorologie (Triplet et Roche, 1986 page 64) :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiab\ humide} = -\ \frac{g}{c_{pa}}\ (1 + w_s)\ \frac{1 + \frac{L\,w_s}{r_a\,T}}{1 + \frac{w_s}{c_{pa}}\left(c_{pv} + \frac{L^2}{r_v\,T^2}(1\ +\ 1{,}608\ w_s)\right)} \qquad (1.70)$$

Dans cette expression, w_s est l'humidité spécifique à la saturation (en kg de vapeur par kg d'air sec), L la chaleur latente de changement d'état à la température T, r_a la constante pour l'air sec (r_a = 287 $J.kg^{-1}.K^{-1}$). c_{pa} la capacité thermique massique de l'air sec à pression constante (c_{pa} = 1006 $J.kg^{-1}.K^{-1}$), r_v la constante des gaz parfait pour la vapeur (r_v = 462 $J.kg^{-1}.K^{-1}$).

température	(°C)	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30
pression (Pa)	altitude									
$1{,}00.10^5$	109 m	0,766	0,709	0,649	0,588	0,529	0,476	0,429	0,388	0,354
$0{,}95.10^5$	538 m	0,757	0,699	0,638	0,577	0,519	0,466	0,420	0,380	0,347
$0{,}90.10^5$	986 m	0,749	0,689	0,628	0,566	0,508	0,456	0,410	0,372	0,340
$0{,}85.10^5$	1457 m	0,739	0,679	0,616	0,555	0,497	0,446	0,401	0,363	0,332
$0{,}80.10^5$	1948 m	0,728	0,667	0,604	0,542	0,485	0,435	0,391	0,355	0,325
$0{,}75.10^5$	2465 m	0,717	0,654	0,591	0,529	0,473	0,423	0,381	0,346	0,317

Tableau 1:7- Valeurs absolues du gradient adiabatique humide (en °C/100 m)
en fonction de la pression (lignes) et de la température (colonnes)
Les gouttes d'eau du brouillard sont supposées captées par les parois
Les altitudes correspondent à l'atmosphère standard (cf. plus loin, § 1.2.4.b)
(tiré de Triplet et Roche, 1986 p. 64)

L'observation du tableau montre que le gradient adiabatique humide est à peu près compris entre -0,4°C/100 m et -0,6°C/100 m dans les cavités usuelles. Par exemple, à la Dent de Crolles, on pourra adopter la valeur de -0,55°C/100 m.

On peut proposer l'expression analytique approchée pour ce gradient adiabatique humide :

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_{adiab\ humide} \approx\ -\ 4{,}26\ -\ 0{,}113\ \theta + 0{,}227\ z \qquad (1.71)$$

avec z en km et θ en °C.

Exemple : pour une température de 10°C et une altitude standard de 1000 m, on trouve un gradient de -5,16 °C/km, valeur voisine de celle du tableau.

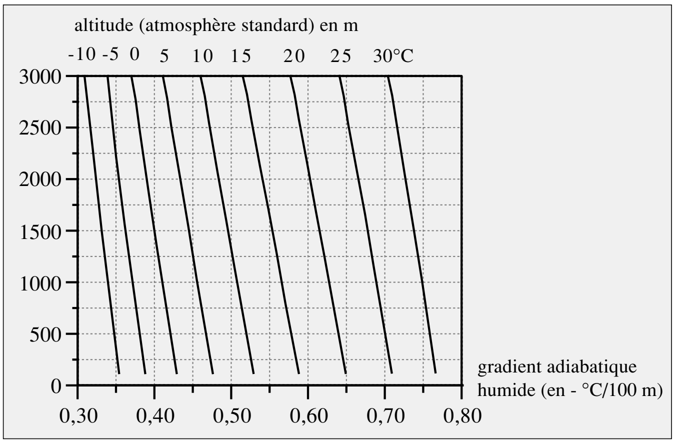


Fig. 1-15- Les valeurs du gradient adiabatique humide
en fonction de la pression et de la température.
On a utilisé ici l'atmosphère standard
pour graduer en altitude plutôt qu'en pression

Humid adiabatic gradient versus altitude and temperature

1.2.4. Atmosphère à gradient thermique constant

Beaucoup d'atmosphères sont à gradients thermiques constants, au moins sur une certaine dénivellation. C'est le cas en particulier des atmosphères isothermes et adiabatiques. On note α le gradient de température : α = dT / dz

a) Répartition des pressions en fonction de l'altitude (gradient de température constant)

On calcule facilement la répartition des pressions en fonction de l'altitude. Pour un gradient de température constant ω, il existe une relation entre p et ρ qu'on appelle relation polytropique et qui s'écrit (R^* est la constante universelle des gaz parfaits (= 8,3244 $J.K^{-1}.mole^{-1}$), et M est la masse molaire de l'air (voisine de 29.10^{-3} $kg.mole^{-1}$) :

$$\frac{p}{\rho^m} = \text{cte} \quad \text{avec} \quad m = \frac{1}{1 + \frac{\omega\, R^*}{g\, M}} \tag{1.72}$$

La constante m est la coefficient polytropique et cette constante dépend du gradient thermique ω . On vérifie que si $m = \gamma$, alors on retombe sur le gradient adiabatique sec (grâce à la relation de Mayer).

En effet
$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{\omega\, R^*}{g\, M}} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{g\, M}{R^*}\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) = -\frac{g}{c_p} = -0{,}01\ ℃.m^{-1} \tag{1.73}$$

On en déduit la répartition des pressions avec l'altitude :

$$\frac{dp}{p} = \frac{m}{m-1}\frac{dT}{T} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) = \frac{m}{m-1}\ln\left(\frac{T}{T_r}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{p}{p_r} = \left(\frac{T}{T_r}\right)^{m/(m-1)}$$

$$\text{soit encore} \quad \frac{p}{p_r} = \left[1 + \frac{\omega}{T_r}(z - z_r)\right]^{\frac{m}{m-1}} \tag{1.74}$$

Pour le point de référence d'altitude z_r, la pression est p_r et la température est T_r.

b) L'atmosphère type AOIC (atmosphère standard) (figure 2-14, et Triplet et Roche, 1986 p. 95)

L'étalonnage des altimètres suppose connue la répartition en altitude de la pression. L'aéronautique a donc défini une atmosphère standard. Elle est caractérisée par un gradient thermique constant de $\omega' = -0{,}0065$ °C/m. Le coefficient polytropique correspondant est $m' = 1{,}235$. Le point de référence a été choisi au niveau de la mer à une température de 15°C et à la pression de $1{,}01325.10^5$ Pa. L'expression analytique de la répartition des pressions est donc :

$$p = p_0\left[1 + \frac{\omega'}{T_0}(z - z_0)\right]^{\frac{m'}{m'-1}} \quad \Rightarrow \quad p = 1{,}01325.10^5\left(1 - \frac{0{,}0065\, z}{288{,}15}\right)^{5,25} \tag{1.75}$$

On observe que le gradient de température est proche en valeur numérique du gradient adiabatique humide.

1.2.5. Correction des altimètres

Les altimètres sont étalonnés à partir de l'atmosphère standard. Pour un gouffre de gradient de température ω, calculons la correction à apporter à l'indication de l'altimètre.

a) Correction exacte

En un point de référence, on tourne la couronne des altitudes de l'altimètre de la valeur Δz_r pour faire coïncider l'altitude de l'altimètre z'' avec l'altitude réelle de référence ($z''= z_r$).

La pression p_r est mesurée par l'altimètre au point de référence, ω' est le gradient vu au § 1.2.4.B au-dessus :

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 + \frac{\omega'}{T_0}(z' - z_0)\right]^{\frac{m'}{m'-1}} \quad \Leftrightarrow \quad z' = z_0 + \frac{T_0}{\omega'}\left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m'-1}{m'}} - 1\right] \tag{1.76}$$

L'indication des altitudes sur l'altimètre est z' avant correction, et z'' après correction.

$$z'' = \Delta z_r + z' = \Delta z_r + z_0 + \frac{T_0}{\omega'}\left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m'-1}{m'}} - 1\right] \tag{1.77}$$

On calcule Δz_r en appliquant la relation à l'altitude de référence.

$$z'' = z_r \quad \text{pour} \quad p = p_r \iff \Delta z_r = z_r - z_0 - \frac{T_0}{\omega'}\left[\left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{\frac{m'-1}{m'}} - 1\right] \tag{1.78}$$

$$\text{d'où} \quad z'' = z_r + \frac{T_0}{\omega'}\left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{\frac{m'-1}{m'}}\left[\left(\frac{p}{p_r}\right)^{\frac{m'-1}{m'}} - 1\right] \tag{1.79}$$

La pression réelle se calcule par (ω est le gradient thermique réel dans la cavité) :

$$\frac{p}{p_r} = \left[1 + \frac{\omega}{T_r}(z - z_r)\right]^{\frac{m}{m-1}} \tag{1.80}$$

On reporte cette expression dans l'indication de l'altimètre et on obtient :

$$z'' = z_r + \frac{T_0}{\omega'}\left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{\frac{m'-1}{m'}}\left[\left(1 + \frac{\omega}{T_r}(z - z_r)\right)^{\frac{m}{m-1}\frac{m'-1}{m'}} - 1\right] \tag{1.81}$$

Cette équation fournit l'altitude corrigée z en fonction des autres paramètres du problème.

$$z = z_r + \frac{T_r}{\omega}\left\{\left[1 + \frac{\omega'}{T_0}\left(\frac{p_0}{p_r}\right)^{\frac{m'-1}{m'}}(z'' - z_r)\right]^{\frac{m-1}{m}\frac{m'}{m'-1}} - 1\right\} \tag{1.82}$$

Au fur et à mesure qu'on se déplace par rapport au point de référence, l'écart entre l'indication de l'altimètre et l'altitude réelle se creuse et la différence s'écrit :

$$z - z'' = z_r - z'' + \frac{T_r}{\omega}\left\{\left[1 + \frac{\omega'}{T_0}\left(\frac{p_0}{p_r}\right)^{\frac{m'-1}{m'}}(z'' - z_r)\right]^{\frac{m-1}{m}\frac{m'}{m'-1}} - 1\right\} \tag{1.83}$$

b) Correction approchée

Pour des dénivellations peu importantes, on peut simplifier l'expression en développant au premier ordre :

$$z - z'' \approx z_r - z'' - \frac{\omega'}{\omega}\frac{m'}{m}\frac{m-1}{m'-1}\frac{T_r}{T_0}\left(\frac{p_0}{p_r}\right)^{\frac{m'-1}{m'}}(z_r - z'')$$

Évaluons le deuxième membre en explicitant m et m'. On constate que le gradient de température n'influe que sur le deuxième ordre, donc n'intervient pas pour les petites dénivellations.

$$\frac{z - z''}{z_r - z''} \approx 1 - \frac{T_r}{T_0}\left(\frac{p_0}{p_r}\right)^{\frac{m'-1}{m'}} \tag{1.84}$$

$$\text{soit encore} \quad \frac{z - z''}{z_r - z''} \approx 1 - \frac{273{,}15 + \theta_r}{288{,}15}\left(\frac{1{,}01325.10^5}{p_r}\right)^{0{,}1902} \tag{1.85}$$

c) Exemples de correction au gouffre Berger

Le point de référence est à la cote - 200 soit $z_r = 1260$ m, la pression a été relevée et vaut $p_r = 0{,}856.10^5$ Pa. La température à cette cote est $\theta_r = 4$°C. On cale l'altimètre. La température au fond est environ 6,8 °C. Le gradient de température pour le gouffre Berger entre -200 et le fond à -1120 m vaut en moyenne $\omega = -0{,}003$ °C/m.

$$\text{le coefficient polytropique vaut} \quad m = \frac{1}{1 + \frac{\omega\, r}{g}} = \frac{1}{1 - \frac{0{,}003.287}{9{,}81}} = 1{,}0962 \tag{1.86}$$

L'altimètre au Grand Éboulis indique la cote z''= 1020 m soit une dénivellation de 240 m par rapport au point de référence. Calculons la dénivellation corrigée.

La correction simplifiée donne $\frac{z - z''}{z_r - z''} \approx 1 - \frac{277,15}{288,15}\left(\frac{1,01325}{0,856}\right)^{0,1902} = 6,82.10^{-3}$

soit $z = 1020 + (1260 - 1020).6,82.10^{-3} = 1021,64$ m

La dénivellation passe de 240 m à 238,4 m.

La correction complète fournit quant à elle :

$$z = 1260 - \frac{277,15}{0,003}\left\{\left[1 - \frac{0,0065}{288,15}\left(\frac{1,01325}{0,856}\right)^{0,1902}(1020 - 1260)\right]^{\frac{0,08776}{0,1902}} - 1\right\} = 1022,06 \text{ m}$$

La dénivellation passe de 240 m à 238 m.

La correction approchée suffit puisqu'elle fournit la correction avec une précision de 20%.

L'altimètre au Vestiaire indique la cote z''= 820 m soit une dénivellation de 440 m par rapport au point de référence. Calculons la dénivellation corrigée.

La correction simplifiée donne $\frac{z - z''}{z_r - z''} \approx 1 - \frac{277,15}{288,15}\left(\frac{1,01325}{0,856}\right)^{0,1902} = 6,82.10^{-3}$

soit $z = 820 + (1260 - 820).6,82.10^{-3} = 823,00$ m

La dénivellation passe de 440 m à 437 m.

La correction complète fournit quant à elle :

$$z = 1260 - \frac{277,15}{0,003}\left\{\left[1 - \frac{0,0065}{288,15}\left(\frac{1,01325}{0,856}\right)^{0,1902}(820 - 1260)\right]^{\frac{0,08776}{0,1902}} - 1\right\} = 824,32 \text{ m}$$

La dénivellation passe de 440 m à 435,7 m.

On voit que dans ce cas, il vaut mieux prendre la correction complète car l'erreur sur la correction atteint 30 %.

L'altimètre au fond (cote donnée pour -1122 m) donne comme indication z''= 340 m soit une dénivellation de 920 m par rapport au point de référence. Calculons la dénivellation corrigée.

La correction simplifiée donne le même résultat qu'au-dessus :

$$\frac{z - z''}{z_r - z''} \approx 6,9.10^{-3}$$

soit $z = 340 + (1260 - 340).6,9.10^{-3} = 346,3$ m

La dénivellation passe de 920 m à 914 m.

La correction complète fournit quant à elle :

$$z = 1260 - \frac{277,15}{0,003}\left\{\left[1 - \frac{0,0065}{288,15}\left(\frac{1,01325}{0,856}\right)^{0,1902}(340 - 1260)\right]^{\frac{0,08776}{0,1902}} - 1\right\} = 351,75 \text{ m}$$

La dénivellation passe de 920 m à 908,3 m. La correction a doublé en prenant la formule complète. La conclusion est facile. Pour de grandes dénivellations, il faut adopter la formule complète ! On remarque aussi que cette correction est souvent modeste, peut être plus faible que la précision des altimètres, auquel cas il est inutile de la faire !

Ce calcul a été conduit dans l'hypothèse d'absence de mouvement de l'air (statique). Nous n'avons pas tenu compte des courants d'air qui ont tendance à transformer les pressions. On peut montrer que si les pertes de charge sont régulièrement réparties tout le long de la dénivellation, c'est le gradient thermique de l'atmosphère extérieure qui devient pertinent pour la correction de l'altimètre.

1.2.6. Stabilité de l'air de composition uniforme

Nous avons vu l'équation de la statique qui indique que la somme des forces agissant sur une particule fluide au repos est nulle. Mais de même qu'en mécanique générale on trouve des systèmes instables comme par exemple un crayon en équilibre sur la pointe, de même on va trouver des fluides en équilibre mécanique instable, c'est-à-dire que la moindre perturbation suffira à les mettre en mouvement.

On va montrer que le gradient adiabatique représente la limite entre deux types d'atmosphères, l'une stable et l'autre instable.

Air non saturé en humidité. On va continuer à raisonner avec notre bulle d'air supposée non saturée en humidité. Supposons que l'atmosphère n'est pas adiabatique (adiabatique sèche). Son profil de température n'est donc pas celui du profil adiabatique sec.

Nous envisagerons d'abord le cas B où la décroissance de la température est plus forte que la décroissance adiabatique sèche (le sol est chauffé par exemple par le soleil d'été).

Faisons partir notre bulle du sol. Elle monte assez vite et n'a pas le temps d'échanger de la chaleur avec l'air ambiant. Elle suit donc la ligne A du profil adiabatique. Elle se retrouve bientôt à une température supérieure à celle de l'air ambiant, mais à la même pression (qui ne dépend que de l'altitude). La masse volumique de la bulle est donc plus petite que celle de l'air ambiant, elle continue donc à monter. On dit que cette atmosphère est instable car une perturbation même petite ne s'amortit pas. Elle est même amplifiée. Si on avait fait descendre la bulle, on aurait trouvé le même résultat d'atmosphère instable. Cette atmosphère instable est typique des belles journées estivales ensoleillées.

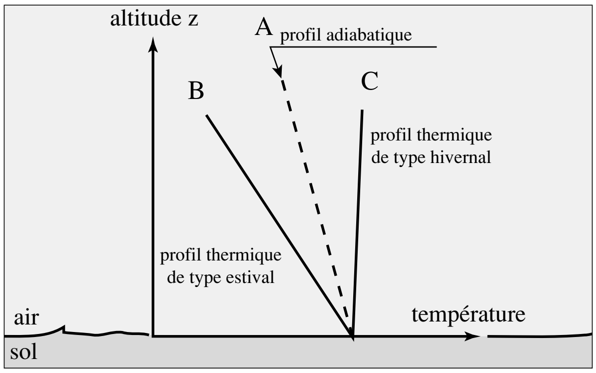


Fig. 1-16- Stabilité de l'atmosphère
à partir du critère du gradient thermique

The stability of atmosphere
versus the thermic gradient

Envisageons maintenant le profil C qui pourrait correspondre à ces belles journées d'hiver où il fait plus chaud en altitude que dans les vallées. Supposons que notre bulle monte, elle suit là encore la ligne A du profil adiabatique et elle se retrouve bientôt au contact d'air plus chaud. La bulle étant plus dense a tendance à redescendre. Un mouvement vers le haut se transforme rapidement en mouvement vers le bas. On montrerait facilement qu'un mouvement vers le bas engendre des forces de rappel qui font remonter la bulle. On en déduit que l'atmosphère C est stable puisqu'elle résiste à une perturbation.

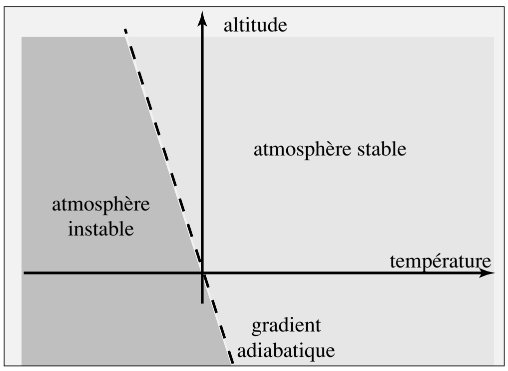


Fig. 1-17- Atmosphères stable et instable

Stable and unstable atmosphere
Adiabatic gradient is the criterium
of the atmospherical stability

Si le profil de température n'est pas à gradient thermique constant, on peut avoir une succession de zones stables et de zones instables. Les zones instables induisent des ascendances à l'origine des nuages du style «cumulus de beau temps». Si l'instabilité est très forte, ces nuages peuvent dégénérer en nuages d'orage.

Stabilité pour les fortes perturbations. La discussion que nous avons faite reposait sur des perturbations petites. La particule test ne se déplaçait pas beaucoup. Mais si une zone à gradient de température stable est jointive avec une zone instable, il est possible que des perturbations fortes dans la zone stable se développent puisqu'elles atteindront éventuellement la zone instable.

Gradient thermique d'une atmosphère brassée. L'existence d'un brassage de l'air par les cellules de convection chaque fois que la température diminue trop vite avec l'altitude supprime ces profils de température instables. On peut s'attendre à ce que le profil de température moyen soit stable et on constate qu'il est voisin du profil adiabatique humide soit - 0,55 °C pour 100 m.

Air saturé en humidité. Examinons maintenant le cas d'un air saturé en humidité en présence de brouillard. Refaisons le raisonnement pour le cas B. La bulle qui monte se refroidit et condense un peu d'eau. Elle sera en équilibre avec l'air avoisinant si cet air possède d'une part une température suivant l'adiabatique humide et d'autre part si cet air possède un brouillard plus dense vers le haut.

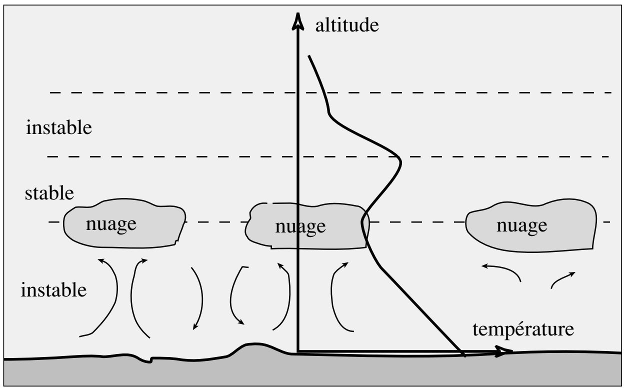


Fig. 1-18- Une atmosphère avec des parties stables (au sommet des nuages), et d'autres instables (au-dessous des nuages et en haut)

An atmosphere with stable and unstable parts

Le résultat est donc analogue à celui de l'adiabatique sèche, mais la condition sur le brouillard est plus contraignante. On doit comparer le gradient de température et le gradient des concentrations en brouillard. Par exemple, si le gradient des températures est identique à celui de l'adiabatique humide mais que le gradient des concentration en brouillard est constant, la bulle qui monte rencontre un brouillard moins dense, cette bulle étant plus lourde redescend. L'atmosphère est donc stable. Le seuil d'instabilité est alors légèrement repoussé. Nous ne ferons pas l'analyse détaillée car il n'est pas facile de mesurer la concentration d'un brouillard et de son gradient, et il ne serait donc pas facile d'exploiter des résultats théoriques.

Pourquoi la loi de Pipan est fausse ?

Choppy (1992) indique une relation démontrée par Pipan. Nous allons montrer que cette relation ne correspond pas à la stabilité de l'air. Le calcul qui conduit à la loi de Pipan est très simple. On écrit deux équations, l'équation des gaz parfaits et l'équation de la statique. On obtient :

$$\frac{dP}{P} - \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dT}{T} \quad \text{et} \quad dP = -\rho\, g\, dz \tag{1.87}$$

Pipan suppose alors (c'est là qu'il se trompe) que la masse volumique doit décroître avec l'altitude pour que l'atmosphère soit stable. Cette hypothèse fournit la 3e équation qui permet de tout calculer.

$$\frac{d\rho}{\rho} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dP}{P} = \frac{-\rho\, g\, dz}{P} \geq \frac{dT}{T} \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dz} \leq -\frac{\rho\, T}{P}\, g = -\frac{g}{r} = -\frac{9{,}81}{287} = -0{,}034\ \text{°C/m} \tag{1.88}$$

L'erreur sur l'hypothèse réside dans le fait que pour respecter cette inégalité, il faut fournir à l'air une puissance au moment où il monte. La transformation proposée par Pipan n'est pas adiabatique. Si le fluide descend, il faut qu'il reçoive une chaleur qui vaut par kg et par mètre de descente 20 J/(kg.m). Mais d'où viendrait cette apport ?

1.2.7. Profil thermique vertical de l'air dans une salle souterraine ou une fente

Gradient adiabatique. Ce qu'on vient de voir pour l'atmosphère est valable aussi dans les grottes. La limite de stabilité, c'est-à-dire le démarrage de mouvements convectifs est le profil adiabatique. Ce résultat est vrai seulement si la concentration de l'air dans la salle est homogène et si les dimensions du vide ne sont pas trop petites.

Instabilité dans les fissures, nombre de Rayleigh critique (cf. Guyon et al, 1991). Aux petites échelles de longueur, les forces visqueuses voient leur rôle augmenter. Dans ce cas, on peut avoir stabilité avec un gradient thermique négatif plus grand en valeur absolue que le gradient adiabatique sec. La théorie de l'instabilité de Rayleigh-Bénard montre que pour une hauteur de conduit H inférieure à 16 cm, le critère pour la limite de stabilité est fourni par le nombre de Rayleigh critique de 1708 :

$$Ra_c = \frac{g\,\beta\,\Delta T\,H^3}{\nu\,a} = 1708 \qquad (1.89)$$

avec ν viscosité cinématique de l'air
β coefficient de dilatation isobare (= 1/T pour un gaz parfait)
g accélération de la pesanteur
a diffusivité thermique

ce qui conduit à $$\left(\frac{dT}{dz}\right)_c \approx \frac{\Delta T}{H} = 1708\,\frac{\nu\,a}{g\,\beta\,H^4} = \frac{1708.15.10^{-6}.\ 21.10^{-6}}{9{,}81.3{,}66.10^{-3}\,H^4}$$

soit $$\left(\frac{dT}{dz}\right)_c = \frac{-\,7{,}5\ 10^{-6}}{H^4} \qquad H \text{ en m} \qquad (1.90)$$

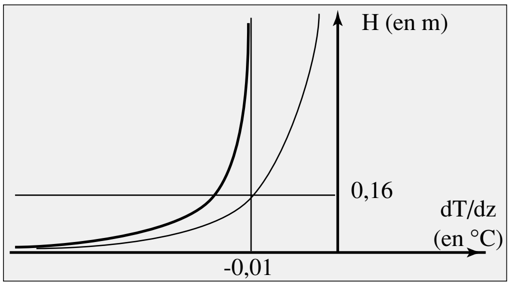


Fig. 1-19- La limite de stabilité en fonction de la hauteur H du volume d'air.
La valeur -0,01 est le gradient adiabatique sec

The thermic gradient of transition versus elevation H

On voit sur la figure ci-contre que le gradient thermique peut devenir très grand en valeur absolue, ce qui signifie que la stabilité dans des milieux très petits est beaucoup plus grande que dans l'atmosphère. L'air froid peut rester au-dessus d'un air chaud sans convection à craindre pour des dimensions de quelques millimètres. C'est aussi dans ces cas-là que la conduction remplace avantageusement la convection pour assurer le transfert de chaleur. On peut donc dire que dans le réseau des fentes (remplies d'air) la convection naturelle ne joue plus guère de rôle pour les échanges de chaleur.

1.2.8. Stabilité d'une atmosphère de composition non uniforme

Examinons maintenant le cas d'un air non homogène en composition, présentant par exemple un gradient en CO_2. Que devient notre critère de stabilité ? On se limitera à un air non saturé en vapeur d'eau.

Le calcul ne se trouve pas dans les livres mais il est analogue à celui de Laplace. On trouve alors que l'atmosphère sera à la limite de stabilité si le gradient thermique vaut :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{inst} = \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiab} + \left(\frac{M_c}{M_a} - 1\right) T\,\frac{d\alpha}{dz} \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{dT}{dz}\right)_{inst} = -\,0{,}01 + 144\,\frac{d\alpha}{dz} \qquad (1.91)$$

Dans cette relation, M_a est la masse molaire de l'air soit 29.10^{-3} kg par mole et M_c est celle pour le dioxyde de carbone, soit 44.10^{-3} kg par mole ; α est la pression partielle relative (fraction molaire) du dioxyde de carbone.

Si la concentration en dioxyde de carbone diminue par exemple de 0,01 % par mètre vers le haut, on trouve que l'atmosphère est plus stable puisque le gradient thermique limite est reporté à -2,4 °C / 100 m au lieu de -1°C / 100 m. En revanche pour une concentration de CO_2 croissante avec l'altitude, l'instabilité pourrait apparaître même pour des gradients thermiques positifs si le gradient de concentration en CO_2 est supérieur à 0,007 % par mètre.

Si l'air est saturé en vapeur d'eau, on remplacera le gradient adiabatique sec par le gradient adiabatique humide (avec les réserves vues au § 1.2.6).

1.3. Phénomènes locaux associés à un courant d'air

1.3.1. Écoulement laminaire et turbulent, nombre de Reynolds

Lorsqu'on crée un écoulement dans une conduite et qu'on est capable de faire varier la vitesse, on constate le phénomène suivant : à très basse vitesse, l'écoulement se fait à filets fluides bien parallèles, on dit qu'il est laminaire, mais à partir d'une certaine vitesse, l'écoulement devient plus irrégulier, on dit qu'il est turbulent. Dans un tuyau lisse le passage du mode laminaire au mode turbulent se produit pour une certaine valeur de la vitesse caractérisée par la valeur d'un nombre appelé nombre de Reynolds.

$$Re = \frac{V\,D}{\nu} \qquad \nu \text{ est la viscosité cinématique (en } m^2 s^{-1}) \tag{1.92}$$

Ce nombre de Reynolds est une grandeur locale sans dimension qui joue un rôle considérable dans un écoulement. Physiquement, il représente le rapport des forces d'inertie aux forces dues à la viscosité. Mais la signification physique est à adapter, en réalité, avec l'expérience considérée.

Pour une conduite industrielle, la valeur du nombre de Reynolds critique (limite entre le régime laminaire et le régime turbulent) est $Re_c = 2000$. Dans un conduit irrégulier comme celui d'une galerie naturelle, le nombre de Reynolds critique doit plutôt être voisin de 1000 que de 2000. La viscosité cinématique de l'air étant de $15\ 10^{-6}\ m^2\ s^{-1}$, il est facile de vérifier que dans une galerie pénétrable de 0,5 m de diamètre l'écoulement est turbulent pour une vitesse supérieure à 3 cm/s. Autant dire que tous les courants d'air souterrains significatifs sont turbulents dans les passages resserrés, les seuls à avoir de l'importance pour la détermination de la perte de charge.

1.3.2. Les forces sur une particule fluide

a) Équation locale de la dynamique

Comment l'air peut-il se mettre en mouvement ? On a vu que la mise en mouvement d'une masse d'air nécessite des forces. L'équation locale de la mécanique des fluides, en un point fixe de l'espace, est l'équation dite de Navier-Stokes (1822-1848). On trouvera d'autres expressions de cette équation en annexe A-3. Elle s'écrit :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = - \overrightarrow{grad}\, p - \rho\, g\vec{k} + \mu\, \Delta\left(\vec{V}\right) \quad , \text{ en } N.m^{-3} \tag{1.93}$$

Dans le premier membre de l'équation, on trouve les termes d'inertie et d'advection (l'équivalent du $m\gamma$ de l'équation de Newton). Dans le deuxième membre, on a les forces extérieures appliquées à notre particule fluide. C'est cette partie là qui nous intéresse. On voit qu'il y a trois sortes de forces :

- les forces de pression, ($\overrightarrow{grad}$ est l'opérateur gradient)
- la force de pesanteur ($\vec{k}$ est le vecteur unitaire sur la verticale ascendante)
- les forces visqueuses, μ est la viscosité dynamique (en Pa.s)

Examinons en détail chacune de ces trois forces.

b) Les forces de pression

Elles n'agissent pas directement comme la force de pesanteur, elles agissent par l'intermédiaire de l'opérateur gradient qui est défini mathématiquement par :

$$\overrightarrow{grad}\, p = \begin{pmatrix} \partial p/\partial x \\ \partial p/\partial y \\ \partial p/\partial z \end{pmatrix} \text{ dans un repère cartésien Oxyz} \tag{1.94}$$

Ce vecteur, d'apparence un peu barbare, a un sens physique très clair. Sa direction est la direction de plus grande variation de la pression (un peu comme sur un toit, on peut définir la direction de plus grande pente) et son module indique l'intensité de cette variation. Le gradient d'une quantité, en un point, renseigne sur les variations de cette quantité autour du point considéré. Pourquoi alors la pression agit-elle par son gradient et non par sa valeur ? Le dessin ci-contre suffit à comprendre.

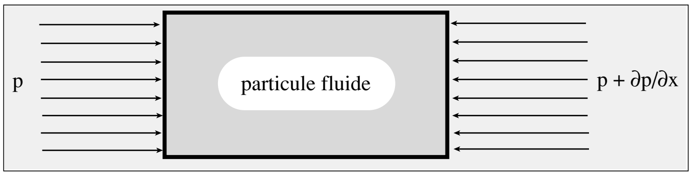


Fig. 1-20- La différence de pression (gradient) engendre une force de mouvement

The pressure gradient generates a movement

Une particule fluide est entourée par du fluide. Si la pression était constante, le fluide à gauche exercerait la même pression que le fluide à droite, la particule ne bougerait pas. C'est la différence de pression entre la gauche et la droite qui fait bouger la particule. C'est bien le gradient de pression. On voit que la particule subira une accélération dans le sens des gradients négatifs, c'est-à-dire dans le sens des pressions décroissantes. La particule est poussée à l'arrière et aspirée à l'avant.

Il faudra toujours garder en mémoire que la pression ne joue aucun rôle dynamique par elle-même. Ce sont ses variations spatiales qui jouent un rôle.

c) Forces de pesanteur

Le deuxième terme est bien connu, c'est la force de pesanteur, proportionnelle à la masse (ici la masse volumique) et proportionnelle à $g = 9{,}81\ m\ s^{-2}$, accélération de la pesanteur. Dans l'étendue verticale d'un réseau karstique, on pourra considérer que l'accélération de la pesanteur est constante. En revanche, d'un point à l'autre de la terre, on pourra prendre en compte les légères variations de cette grandeur.

De la même façon qu'en statique on a regroupé la pression et le terme de pesanteur, on peut le faire ici car le gradient est un opérateur linéaire.

$$- \overrightarrow{grad}\ p - \rho\ g\vec{k} = - \overrightarrow{grad}\ (p + \rho\ g\ z) = - \overrightarrow{grad}\ (p_m) \qquad (1.95)$$

Ce regroupement nous permet de voir tout l'intérêt de la notion de pression motrice (ou de la pression motrice équivalente). Au repos, cette pression motrice est constante, la variation est nulle, il n'y a pas de force. Ce sont bien les variations de cette pression qui induisent le mouvement. En remplaçant la pression par cette pression motrice, on n'a plus à prendre en compte les forces de pesanteur.

d) Forces visqueuses

Le troisième terme, que nous n'analyserons pas en détail, est un opérateur nommé Laplacien et qu'on note Δ et qui traduit l'influence des cisaillements qui font frotter les particules fluides les unes contre les autres. D'où apparition de forces proportionnelles à la viscosité, qu'on appellera «forces visqueuses».

Finalement les forces qui agissent sur un fluide sont le gradient de pression motrice et les forces visqueuses. En général, les forces de pression sont motrices (d'où le nom) et les forces visqueuses sont résistantes, c'est-à-dire freinent le fluide. Mais il suffit que l'air soit au contact d'un objet mobile, par exemple de l'eau en mouvement pour qu'il apparaisse des forces visqueuses motrices.

Nous trouverons en annexe le phénomènes d'entraînement turbulent de l'air par les cascades.

1.3.3. L'équation de Bernoulli sur une ligne de courant

On appelle ligne de courant, une ligne telle qu'en chacun de ses points, la tangente et le vecteur vitesse au même point ont même direction.

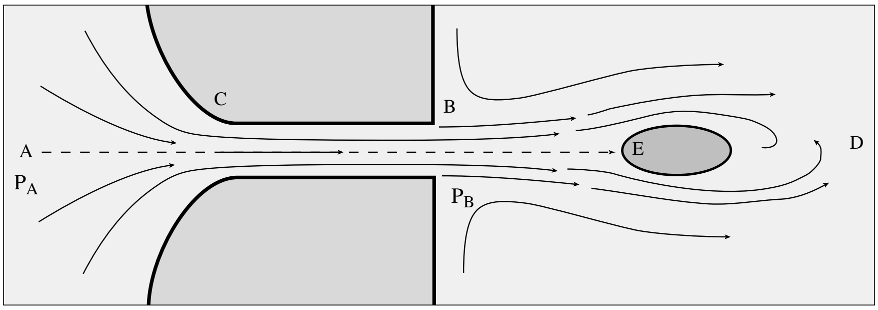


Fig. 1-21- Dissymétrie fondamentale dans un jet, ou dans l'action sur un obstacle entre la partie amont (soumise aux gradients de pressions) et la partie aval inertielle

The fundamental dissymetry between upstream and downstream of a jet. The upstream is a pressure gradient zone and the downstream is a viscous zone

Le fluide transporte avec lui de l'énergie cinétique. La mécanique nous enseigne qu'à partir de l'équation de Newton, on peut déduire l'équation de l'énergie cinétique qui se traduit par le théorème suivant : *la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique d'un système matériel est égale à la puissance des forces extérieures et des forces intérieures*. Pour un fluide à masse volumique constante et en régime permanent, ce théorème conduit après division par le débit volume à l'équation de Bernoulli. Elle s'écrit très simplement le long d'une ligne de courant :

$$\boxed{p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 + \Delta p_{1-2}} \qquad (1.96)$$

$$\text{soit encore} \qquad p_{m1} + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = p_{m2} + \frac{1}{2}\rho u_2^2 + \Delta p_{1-2} \qquad (1.97)$$

Les grandeurs du premier membre de l'équation sont mesurées en un point 1, celles du 2e membre en un point 2 sur la même ligne de courant que le point 1. P_m est la pression motrice. Les hydrauliciens appellent l'ensemble : pression motrice + énergie cinétique volumique, la charge au point considéré. ΔP_{1-2} est la perte de charge entre le point 1 et le point 2. Cette perte de charge représente physiquement la puissance des forces visqueuses, c'est-à-dire la dissipation d'énergie mécanique en chaleur. Cette perte de charge se calcule directement, à partir de la vitesse et de la forme des conduits, à l'aide de formules plus ou moins empiriques.

Le théorème de Bernoulli est d'un emploi très commode. Nous admettrons qu'il s'applique aussi à l'écoulement moyen dans une galerie, et nous nous en servirons pour calculer les écoulements dans les réseaux souterrains.

Exemple d'application de l'équation de Bernoulli. Calculons la vitesse obtenue à la sortie de l'orifice de communication entre deux réservoirs de pressions différentes. Le théorème de Bernoulli nous donne (en supposant la perte de charge négligeable) :

$$p_{mA} + 0 = p_{mB} + \frac{1}{2}\rho V^2 \quad \text{sur la ligne de courant AB} \quad \text{d'où} \quad V = \sqrt{\frac{2\,(p_{m1} - p_{m2})}{\rho}} \qquad (1.98)$$

L'expérience décrite sur le dessin ci-dessus est très instructive. Dans le réservoir amont, c'est le gradient de pression qui met le fluide en accélération et lui permet de s'engouffrer dans l'orifice. On a déjà vu dans la première partie que la vitesse est sensible seulement au voisinage immédiat du trou. La pression au point C est la même que la pression au point B ou au point D. Il est très curieux de constater que la pression au point B est la même qu'en dehors du jet. Cela semble un paradoxe, mais ce paradoxe est facilement levé quand on réfléchit que mettre la main dans un jet arrête le fluide d'où une surpression sur la main. C'est la perturbation qui crée la surpression. Elle n'existe pas dans le jet. Ainsi au point E devant l'obstacle, la pression est celle qui correspond à une vitesse nulle. La pression en E est donc égale à la pression dans le réservoir amont :

$$p_A = p_E \qquad p_B = p_C = p_D = p_A - \frac{1}{2}\rho V^2 \qquad (1.99)$$

Si on applique l'équation de Bernoulli dans le cas d'un aéro-éjecteur (cf.1.3.8), on constate que pour le fluide entraîné la charge augmente (le terme de perte de charge est négatif). Si on applique l'équation de Bernoulli dans un rétrécissement, la vitesse augmente, donc la pression diminue. C'est l'effet Venturi.

1.3.4. Détermination des pertes de charge par le coefficient de perte de charge linéique

Introduction. Nous disposons de deux équations (S section de la galerie, V vitesse moyenne de débit) :

l'équation de conservation de la masse $q_m = \rho\ S\ V$

l'équation de Bernoulli

Pour une galerie de forme connue, on peut calculer, connaissant le débit, la vitesse moyenne en chaque section par la première équation et la pression en chaque point par la deuxième. Mais il faut savoir évaluer les pertes de charges.

La pression joue le même rôle que la tension en électricité. Le long d'une ligne de courant, les pertes de charges s'ajoutent et la perte de charge totale est la somme sur la ligne de courant des pertes de charges partielles.

Comment évalue-t-on les pertes de charge ?

Pour un plombier qui doit calculer le débit de son installation à partir de la donnée de la pression fournie par la pompe, le problème principal est de calculer la somme des pertes de charge. Pour nous, c'est le même problème. Il est classique dans l'industrie de distinguer deux sortes de pertes de charge :

les pertes de charges linéiques ou régulières

les pertes de charges singulières

a) Pertes de charges régulières (ou linéïques)

Pour une conduite de diamètre D et de longueur L , la perte de charge d'un courant d'air de débit volumique q_v est donnée par l'expression :

$$\Delta P = \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho\ q_v^2\ L\ \Lambda}{D^5} \qquad (1.100)$$

Dans cette expression le coefficient Λ est le coefficient de perte de charge linéique, il dépend principalement de la rugosité de la galerie si la vitesse est suffisante (c'est-à-dire en pratique si le nombre de Reynolds est supérieur à 10 000). Une ordre de grandeur admissible pour Λ est 0,1. Le nombre de Reynolds est défini par :

$$Re = \frac{4}{\pi} \frac{q_v}{D\ \nu} = \frac{V\ D}{\nu} \qquad \nu \text{ étant la viscosité cinématique de l'air} \qquad (1.101)$$

À basse vitesse, c'est-à-dire pour un nombre de Reynolds plus petit que 1000, la perte de charge s'exprimerait par :

$$\Delta P = \frac{128}{\pi} \frac{\rho\ q_v\ L\ \nu}{D^4} \qquad (1.102)$$

On peut représenter sur un schéma (figure ci-contre) les variations de la perte de charge en fonction du débit dans un tronçon de galerie donné.

À basse vitesse, (pour Re < 640) la perte de charge varie linéairement avec le débit, puis au-delà de cette valeur du nombre de Reynolds, la perte de charge augmente à peu près comme le carré du débit.

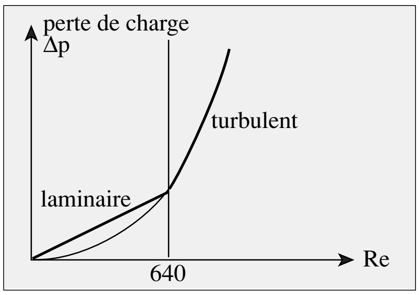


Fig. 1-22- Pertes de charge linéiques en fonction de la vitesse dans le cas laminaire et dans le cas turbulent (pour Λ = 0,1)

The headloss versus velocity in the laminar and turbulent flow

b) Pertes de charge singulières

Les pertes de charges singulières sont dues aux irrégularités de la galerie (virages, élargissements et rétrécissements brusques), des singularités géométriques qui engendrent des tourbillons générateurs de dissipation. On les calcule à l'aide de coefficients K définis par :

$$\Delta P = \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho\ q_v^2\ K}{D^4} \qquad (1.103)$$

Le coefficient K est le coefficient de perte de charge singulière. Sa valeur pour des formes simples peut être trouvée dans les formulaires d'hydraulique. Si on adopte comme diamètre le plus petit des diamètres au voisinage de la singularité, le coefficient K est de l'ordre de 1. Dans un virage, le coefficient pourra être estimé à 0,5 et dans un convergent aussi. La vitesse V est celle de l'amont de la singularité. La difficulté est bien sûr d'évaluer Λ et K . Alors que le plombier, dont nous avons évoqué le problème, peut consulter des tables, nous n'avons pas grand chose de certain.

On peut tout de même utiliser les résultats expérimentaux (abaque de Colebrook modifié par Nukuradze et Moody) qui expriment la perte de charge en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement (fig. 1-24).

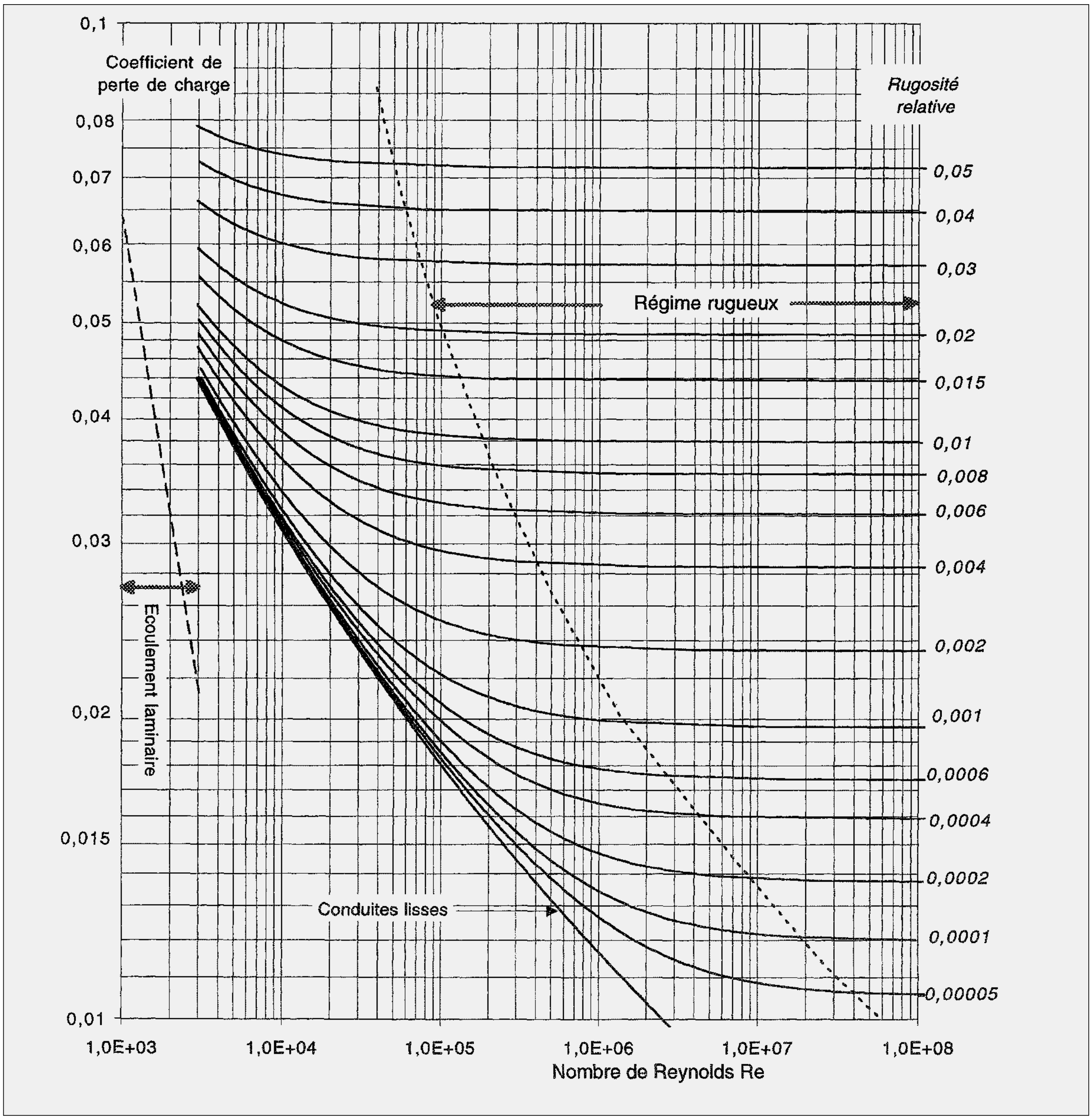


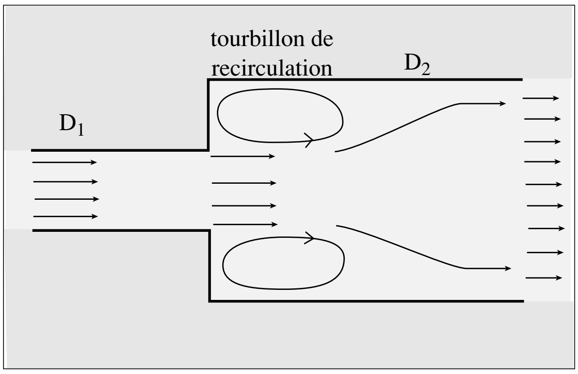
Fig. 1-23- Diagramme de Colebrook (Nikuradze, Moody ...)

Resistance coefficient versus Re (after Moody 1944)

Sur ce diagramme, on constate que le coefficient de perte de charge linéique devient indépendant du nombre de Reynolds, c'est-à-dire de la vitesse, lorsque l'écoulement est turbulent. Mais ce coefficient dépend de la rugosité, et celle des galeries souterraines n'est pas connue. Il semble qu'une valeur $\Lambda = 0,01$ à 0,5 est acceptable. On admettra presque toujours que le coefficient de perte de charge est indépendant de la vitesse ce qui simplifie beaucoup les calculs.

Fig. 1-24- Exemple de perte de charge singulière : l'élargissement brusque.
La perte de charge se fait dans les tourbillons de recirculations

A geometrical singularity : the rapid expansion



On verra plus loin qu'il est illusoire d'essayer de déterminer avec précision le coefficient de perte de charge d'un conduit naturel. La seule méthode non ambiguë pour la caractérisation de la perte de charge d'un tronçon donné est d'en définir la résistance aéraulique (cf. plus loin § 1.3.5).

c) L'écoulement dans un conduit souterrain est en général turbulent

Examinons un exemple pour bien nous persuader que l'écoulement est en général turbulent et que la perte de charge varie comme le carré du débit. Pour une galerie d'un mètre de diamètre, le nombre de Reynolds de 640 correspond à un débit de 7 l/s qui est très faible (vitesse du courant d'air 1 cm/s). Pour un boyau de 0,4 m de diamètre, la vitesse serait de 2,4 cm/s et une galerie de 10 m de diamètre, la vitesse du courant d'air ne serait que de 1 mm/s. On voit bien ici que la perte de charge peut toujours être considérée comme quadratique avec le débit (régime turbulent), sauf peut-être au voisinage de l'inversion de sens du courant d'air. Maintenant pour un débit donné, dans quelle sorte de galerie l'écoulement est-il laminaire ou turbulent ? Il suffit d'examiner la forme du nombre de Reynolds, il diminue quand le diamètre augmente. On en déduit que la courant d'air sera plutôt laminaire dans les salles et plutôt turbulent dans les galeries qui seules procurent les pertes de charge.

Un conduit naturel est-il pleinement rugueux pour l'écoulement ? Le résultat que le coefficient de perte de charge devient indépendant du débit qui circule dans le conduit est un résultat remarquable. Mais on voit qu'il n'est valable qu'au-dessus d'un certain nombre de Reynolds, c'est-à-dire au-dessus d'un certain débit. Quand ce résultat est obtenu, on dit que l'écoulement est complètement rugueux. En effet, on distingue classiquement dans l'écoulement turbulent près d'une paroi, trois zones. La plus proche de la paroi est la «sous-couche visqueuse», puis on trouve la «couche limite turbulente» et enfin, «l'écoulement au loin». On dit qu'une paroi est rugueuse si les rugosités naturelles ont une hauteur supérieure à la sous-couche visqueuse. Connaissant cette hauteur, on en déduit que la hauteur limite des aspérités d'une paroi pour déclarer que l'écoulement est turbulent lisse, est ε_r telle que :

$$Re = 40 \frac{D}{\varepsilon_r} \log\left(\frac{2,5\ D}{\varepsilon_r}\right) \qquad (1.104)$$

Calculons à titre d'exemple la hauteur limite que devrait avoir les rugosités de paroi pour une galerie de 1 m de diamètre parcourue par un courant d'air de 1 m/s. On trouve $\varepsilon_r = 1,9$ mm. C'est une hauteur ridiculement petite. Les rugosités naturelles sont toujours plus grandes que cette dimension et la couche limite turbulente n'arrête pas d'être perturbée, ce qui est la marque de l'écoulement turbulent rugueux. Les galeries ayant des rugosités naturelles importantes, l'écoulement y est pleinement rugueux quand le nombre de Reynolds ($V D / \nu$) dépasse 20 000. Soit l'inégalité $V D > 0,3$. Dans un boyau de 0,5 m de diamètre, la condition sera remplie pour une vitesse supérieure à 0,6 m/s.

Les études de Bögli (1980), Maréchal (1994) citées dans la thèse de Jeannin (1996) montrent que les pertes de charge singulières sont souvent négligeables quand les conduits ont des sections assez régulières (tubes).

Les mesures de Louis à EDF (1968) sur des conduits rugueux un peu analogues aux tubes des conduits karstiques lui ont fourni la relation suivante entre Λ et la rugosité relative ε/D_H :

$$\frac{1}{\sqrt{\Lambda}} = -2 \log\left(\frac{\varepsilon}{1,9\ D_H}\right) \qquad (1.105)$$

Cette relation suppose que $\varepsilon/D_H > 0{,}033$ ce qui toujours le cas dans les cavités naturelles. Par exemple, dans une galerie comme celle de François Nord au Trou qui Souffle, le diamètre est de 4 m et la hauteur des rugosités est de l'ordre de 0,5 m ce qui conduit à $\Lambda = 0{,}18$, qui est une valeur plausible pour un conduit karstique.

Pour un conduit de section très variable, il est bien évident que l'écoulement passe d'un régime turbulent dans les resserrements à un régime laminaire dans les salles. Mais dans les salles, la perte de charge est négligeable, on peut donc se contenter d'étudier les écoulements dans les resserrements. Et ils sont alors turbulents rugueux.

Ce résultat est très important puisqu'il nous indique que la perte de charge varie comme le carré du débit de courant d'air.

1.3.5. Non pertinence de la notion de coefficient de perte de charge, et résistance aéraulique des conduits naturels

a) Difficulté avec les conduits naturels

La perte de charge le long d'un conduit industriel s'écrit (en régime turbulent rugueux) :

$$|\Delta P_m| = \frac{8}{\pi^2}\,\rho\,q_v^2 \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{l_i\,\Lambda_i}{D_i^5} + \sum_{j=1}^{p} \frac{K_j}{D_j^4}\right] \qquad (1.106)$$

Cette expression conviendrait bien pour des conduites industrielles, mais on se heurte à une grande difficulté pour les conduits naturels. En effet, on ne sait pas trouver les coefficients Λ_i de perte de charge, *a priori*. On pourrait certes mesurer la perte de charge et, pour un diamètre donné, on en déduirait le coefficient de perte de charge. L'inconvénient, c'est qu'on ne sait pas non plus déterminer proprement le diamètre d'un tronçon de galerie naturel. Les galeries de grottes sont en effet beaucoup trop irrégulières pour qu'on puisse espérer mieux qu'un approximation grossière de ce diamètre. La mesure de la perte de charge ne fournit qu'une seule relation pour deux inconnues !

$$\frac{\Lambda}{D^5} = \frac{\pi^2\,\Delta P_m}{8\,\rho\,q_v^2\,L} \qquad \text{ou} \qquad \frac{K_j}{D^4} = \frac{\pi^2\,\Delta P_m}{8\,\rho\,q_v^2} \qquad (1.107)$$

Ce n'est pas le coefficient de perte de charge Λ qui a un sens, c'est le rapport Λ/D^5, de même ce n'est pas K qui a un sens, mais le rapport K/D^4.

Les notions de pertes de charge régulière et singulière sont intéressantes pour la compréhension des processus qui amènent les pertes de charge dans une galerie. Mais elles n'offrent aucune possibilité de calcul sûr. La seule grandeur pertinente pour les détermination de perte de charge est la résistance aéraulique que nous allons maintenant détailler.

b) Résistance aéraulique d'un conduit naturel

Un conduit naturel est plus complexe qu'un conduit industriel. La difficulté est bien sûr de détailler et de connaître suffisamment bien le réseau pour calculer le crochet. Réciproquement, une mesure de débit et de différence de pression permet de trouver cette caractéristique du réseau. On peut mettre alors la relation sous la forme :

$$\boxed{|\Delta P_m| = R\ q_m^2} \qquad (1.108)$$

D'où la définition de la résistance aéraulique R valable en écoulement turbulent ou laminaire. C'est le rapport entre la perte de charge et le carré du débit masse. Elle s'exprime en $kg^{-1}.\ m^{-1}$. Étienne Simode (1976) propose d'appeler cette unité le Kem. Dans l'ancien système d'unité CGS, l'unité de résistance était le Murgue en l'honneur de l'ingénieur français des Mines du même nom. Un Kem vaut donc 10^{-5} Murgues.

En écoulement turbulent rugueux, cette résistance ne dépend pas de la vitesse dans le conduit, c'est une caractéristique presque purement géométrique du conduit. Si l'écoulement est laminaire ou turbulent lisse, cette caractéristique dépend du débit. Mais on a vu précédemment que les pertes de charge ne sont significatives qu'aux resserrements et que les écoulements dans ces resserrements sont turbulents rugueux.

Par exemple, une galerie de 80 m de long et 1 m de diamètre, de coefficient de perte de charge linéique $\Lambda = 0{,}02$ offre une résistance aéraulique $R = 1$ Kem ($kg^{-1}.m^{-1}$). Cette unité de résistance est donc bien adaptée aux circulations de courants d'air souterrains.

Si le conduit était régulier (galerie de mine par exemple), la perte de charge serait linéique et la résistance se calculerait par l'expression :

$$R_{BC} = \frac{8\ \Lambda\ L_3}{\pi^2\ \rho\ D_3^5} \tag{1.109}$$

Mesure d'une résistance aéraulique. Si la branche a une section très irrégulière, on pourra être conduit à mesurer la résistance aéraulique. Pour un courant d'air donné dont on mesure le débit dans la branche, il faut mesurer à l'aide d'un manomètre différentiel la différence de pression entre les deux points extrémités de la branche, d'où on déduit la perte de charge et la résistance aéraulique. On a détaillé cette mesure dans le tome 1, § 3.3.1.

Dans certaines publications d'hydraulique souterraine, l'inverse de la résistance est appelée conductance.

c) Tempérament

Les mineurs introduisent une autre grandeur Θ appelée tempérament d'une branche, définie par :

$$\Theta = \frac{|q_m|}{\sqrt{|\Delta p|}} \tag{1.110}$$

Le tempérament s'exprime donc en $\sqrt{kg.m}$. L'unité de tempérament dans l'ancien système d'unité des mineurs (MTS) était le Guibal du nom d'un ingénieur français du 19_e siècle. Cette caractéristique est une sorte de conductance du conduit (pour les courants d'air). La relation entre le tempérament et la résistance aéraulique s'écrit :

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{R}} \tag{1.111}$$

L'intérêt de cette grandeur est que deux galeries en parallèle ont pour tempérament la somme des tempéraments partiels (démonstration plus loin). C'est pour cette raison qu'on a introduit la notion de tempérament.

Exemple. Donnons un exemple de valeur de la constante R . Dans le réseau de la Dent de Crolles, le débit d'air à l'entrée de la grotte du Guiers Mort pour un écart de température de 9,2°C et une dénivellation de 620 m est de 8,9 m^3/s quand le siphon près de l'entrée est amorcé et de 12 m^3/s quand le siphon est complètement désamorcé.

On en déduit que la pression motrice est de 221 Pa et la résistance aéraulique $R = 4{,}2$ kg^{-1}. m^{-1} (ou Kem). La résistance aéraulique vaut $R = 2{,}29$ Kem quand le siphon situé près de la sortie est amorcé (cf. Lismonde 2000). La résistance aéraulique est $R' = 1{,}27$ Kem quand le siphon est complètement désamorcé.

Les tempéraments valent respectivement $\Theta = 0{,}66\ \sqrt{kg.m}$ et $\Theta' = 0{,}89\ \sqrt{kg.m}$.

d) Résistances en série et résistances en parallèle

Pour une même branche, les résistances aérauliques partielles en série s'ajoutent car les pertes de charges s'ajoutent et le débit masse se conserve.

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = R_1\ q_m^2 + R_1\ q_m^2 = R\ q_m^2 \quad \Rightarrow \quad R = R_1 + R_2 \tag{1.112}$$

Pour deux conduits en parallèle la perte de charge est la même qu'on passe par un conduit ou par l'autre. Le débit masse total est égal à la somme des débits masse partiels. On en déduit :

$$\Delta p = R_1\ q_{m1}^2 = R_2\ q_{m2}^2 = R\ (q_{m1} + q_{m2})^2 \quad \Rightarrow \quad q_{m1} = \sqrt{\frac{\Delta p}{R_1}} \quad \text{et} \quad q_{m2} = \sqrt{\frac{\Delta p}{R_2}} \tag{1.113}$$

D'où on déduit la résistance équivalente pour deux résistances en parallèle :

$$\Delta p = R\left[\sqrt{\frac{\Delta p}{R_1}} + \sqrt{\frac{\Delta p}{R_2}}\right]^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{R}} = \frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}} \tag{1.114}$$

La relation est différente de celle qu'on trouve en électricité. En aéraulique, la racine carrée de la résistance équivalente à deux résistances en parallèle est égale à la somme des inverses des racines carrées de chaque résistance. On a introduit plus haut la notion de tempérament. On voit que deux conduits en parallèle offrent un tempérament égal à la somme des tempéraments partiels. C'est pour cette raison que la notion de tempérament a été introduite par les mineurs.

Conclusion. Le comportement aéraulique d'un conduit naturel est ainsi défini soit par la résistance aéraulique (utile quand les conduits sont disposés en série), soit par le tempérament (utile chaque fois que des conduits sont disposés en parallèle), soit par l'ouverture équivalente (notion qui offre l'avantage d'une représentation simple et qu'on examinera au § 1.3.6.d).

e) Relation entre débit et Δp_m

Elle résulte de la relation de définition de R :

$$q_m = \sqrt{\frac{|\Delta P_m|}{R}} \tag{1.115}$$

Dans cette relation, q_m est le débit masse (en kg/s), Δp_m est la différence de pression motrice (en Pa) et R est la résistance aéraulique du conduit (en Kem). Connaissant le débit masse dans le conduit, on peut calculer la vitesse moyenne de débit dans une section S (en m^2) par la relation :

$$V = \frac{q_m}{\rho\, S} \tag{1.116}$$

1.3.6. Diamètre équivalent pour les pertes de charge d'un conduit naturel

Nous avons vu qu'il est quasi impossible de calculer le diamètre moyen d'un conduit naturel (équivalent au sens des pertes de charge). Mais nous allons revenir sur la notion de diamètre aéraulique local afin de démontrer une propriété très importante des conduits naturels.

a) Diamètre aéraulique d'une galerie de section régulière

Les galeries naturelles ont des sections qui varient beaucoup dans le sens de la galerie. On ne peut donc pas définir simplement un diamètre moyen d'une galerie. En revanche, en une section donnée, on peut définir le diamètre équivalent comme 4 fois la surface de passage divisée par le périmètre P du conduit. Le coefficient 4 est nécessaire pour retrouver le diamètre dans le cas d'un cercle.

$$D = \frac{4\, S}{P} \tag{1.117}$$

C'est le diamètre aéraulique. Si la galerie présente une section à peu près uniforme sur une certaine longueur, on peut déterminer par la mesure de la perte de charge, le coefficient de perte de charge linéique Λ. Ayant ce coefficient, on peut déterminer sur le diagramme de Colebrook, la rugosité relative équivalente du conduit.

b) La perte de charge est cantonnée aux diamètres les plus petits

Tous les spéléos savent bien qu'une galerie ne présente pas en général une section constante. On peut la représenter plutôt comme une succession d'élargissements et de resserrements. On a vu plus haut que la perte de charge dans un resserrement varie comme le carré de la vitesse.

On va montrer une propriété importante sur les pertes de charge singulières, c'est que la perte de charge due à un rétrécissement augmente tellement quand la section du rétrécissement diminue, que l'on peut dire, en simplifiant un peu, que seules comptent les pertes de charge correspondant aux rétrécissements les plus sévères.

On a vu plus haut que la perte de charge augmente comme l'inverse de la puissance 4 du diamètre équivalent. Par exemple, une étroiture deux fois plus petite en dimension crée une perte de charge 16 fois plus grande. Cette étroiture compte donc 16 fois plus que l'autre. Il est facile de voir que s'il existe une étroiture nettement plus sévère que les autres dans un réseau, c'est elle qui occasionnera la plus grande partie de la perte de charge.

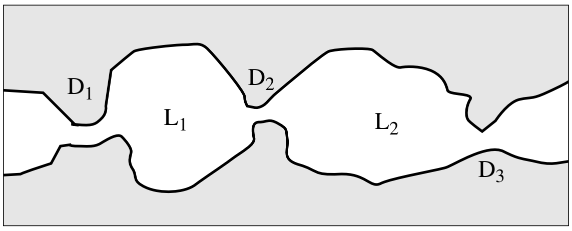


Fig. 1-25- Succession de salles et rétrécissements

A succession of chambers and narrow passages

On en conclut que pour caractériser une cavité vis-à-vis des pertes de charge, il suffit de s'intéresser aux seuls rétrécissements. L'existence de salles de différentes tailles n'a aucune importance pour ces pertes de charge.

Un dessin comme celui du schéma ci-dessus suffira à caractériser la galerie pour les pertes de charge. Il représente une cavité à galerie unique que l'on a redressée et on s'est contenté de représenter les resserrements avec l'indication du diamètre équivalent et de la position de l'étroiture dans le cheminement général. On n'a pas besoin de l'indication du diamètre des salles.

c) Diamètre de l'étroiture équivalente pour la perte de charge d'un conduit

On peut aussi vouloir remplacer l'ensemble des pertes de charge d'un conduit par une perte de charge singulière occasionnée par un unique resserrement. On appellera diamètre équivalent pour les pertes de charge d'un conduit ou d'une étroiture, le diamètre d'un resserrement unique qui fournit la même perte de charge. Cette notion rejoint à peu près celle d'ouverture des mineurs.

d) Ouverture équivalente

Les mineurs préfèrent calculer la surface de passage d'un diaphragme occasionnant la même perte de charge. On appelle ouverture équivalente la section Ω (en m^2) d'un diaphragme en paroi mince qui aurait la même résistance aéraulique que la branche considérée.

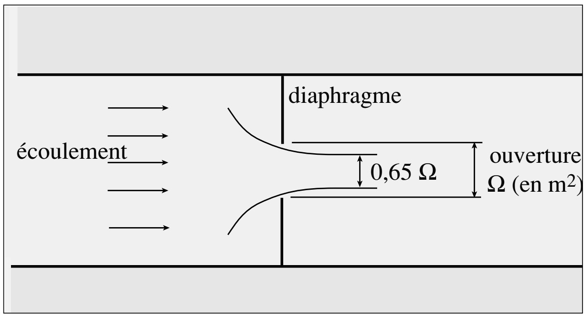


Fig. 1-26- Ouverture équivalente pour les pertes de charge.
On considère le diaphragme qui provoque
la même perte de charge que la galerie toute entière

The equivalent aperture for head loss

On sait qu'un diaphragme en paroi mince occasionne une perte de charge singulière de la forme :

$$\Delta p = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{\rho\,(0{,}65\;\Omega)^2} \qquad (1.118)$$

Dans cette expression la constante $0{,}65$ représente la section contractée de l'écoulement à l'aval du diaphragme. On en déduit la définition de l'ouverture équivalente :

$$\Omega = = \frac{q_m}{0{,}65\,\sqrt{2\,\rho\,\Delta p}} \qquad (1.119)$$

Montrons que dans le système d'unités SI, l'ouverture équivalente a même valeur numérique que le tempérament.

$$\Theta = \frac{q_m}{\sqrt{\Delta p}} \qquad \Omega = \frac{1}{0{,}65\,\sqrt{2\,\rho}}\,\frac{q_m}{\sqrt{\Delta p}} \qquad \text{d'où} \qquad \Theta = 0{,}65\,\sqrt{2\,\rho}\;\Omega \qquad (1.120)$$

La constante dimensionnée $0{,}65\,\sqrt{2\,\rho}$ a une valeur numérique voisine de 1 dans le système SI en prenant une masse volumique de l'air de 1,2 $kg.m_{-3}$: $0{,}65\,\sqrt{2\,\rho} = 0{,}65\,\sqrt{2\,.\,1{,}2} \approx 1{,}007\ kg^{1/2}.m^{-3/2}$

L'ouverture équivalente est un peu plus grande que l'étroiture équivalente à cause de la contraction de la veine dans le cas de l'ouverture. La relation entre ces deux grandeurs est : $d_{étroiture} = 0{,}8\ d_{ouverture}$

e) Cas de conduits en parallèle, trémies

Si le réseau est maillé, c'est-à-dire s'il y a plusieurs galeries en parallèle, il faut représenter toutes les galeries ou bien, si certaines ont des sections nettement plus petites que les autres, on pourra les omettre dans le dessin.

Quand, il y a deux galeries en parallèle, la perte de charge se calcule pour l'une ou l'autre des galeries. Elle est bien sûr la même dans une galerie ou dans l'autre. On a déjà rencontré le calcul grâce à la notion de tempérament. On retrouvera cette propriété dans l'étude des labyrinthes. La perte de charge est la même pour tous les itinéraires empruntés par le courant d'air.

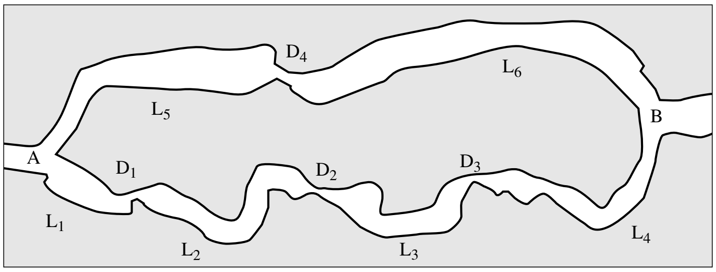


Fig. 1-27- Deux galeries en parallèle.
Les pertes de charge dans chacun des tronçons sont identiques

Two parallel galleries : the two headlosses are equal

Si les deux galeries parallèles sont identiques, alors le débit se répartit également entre elles (moitié du débit total) et la perte de charge équivalente aux deux galeries est simplement 1/4 de la perte de charge fournie par une galerie. De la même façon, s'il existe n galeries identiques en parallèle (cas des trémies par exemple), alors la perte de charge générale est simplement $1/n^2$ fois la perte de charge si le conduit était unique. On en déduit (avec tristesse quand on est explorateur !) qu'un fort courant d'air peut très bien se perdre dans une trémie rigoureusement impénétrable pour l'homme, il suffit quelle soit assez large, c'est-à-dire qu'elle offre suffisamment d'itinéraires pour le courant d'air.

1.3.7. Le courant d'air dans un virage

Les forces centrifuges dans une courbe se répercutent sur le champ de pression. Ou d'une autre manière, c'est le champ de pression inhomogène qui permet à une particule fluide d'amorcer une courbe.

a) Gradient transverse de pression motrice pour un fluide tournant

Sur une ligne de courant définissons un repère local passant par le point considéré, l'axe des x est pris dans la direction du vecteur vitesse, l'axe des y passe par le centre de courbure de la trajectoire. Le rayon de courbure est noté R. L'axe des z est perpendiculaire à la fois à x et à y.

Considérons une particule fluide centrée sur le point M et écrivons l'équation d'Euler (cf. Annexe) dans le repère Oxy en nous contentant de la projection sur l'axe des y :

$$\rho\frac{D\vec{V}}{Dt}\cdot\vec{j} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}\,p_m}\cdot\vec{j} \qquad \text{avec } \rho\frac{D\vec{V}}{Dt}\cdot\vec{j} = -\rho\,\frac{V^2}{R} \qquad (1.121)$$

$$\text{et comme} \quad \overrightarrow{\mathrm{grad}\,P_m}\cdot\vec{j} = \frac{\partial P_m}{\partial y}$$

On en déduit la relation :

$$\boxed{\frac{\partial p_m}{\partial y} = \rho\,\frac{V^2}{R}} \qquad \text{en } (\mathrm{N\ m^{-3}}) \qquad (1.122)$$

Dans un écoulement avec des lignes de courant courbes, la pression motrice augmente dans la direction de la convexité (l'extérieur) comme le carré de la vitesse et comme l'inverse du rayon de courbure de la trajectoire. En revanche dans la direction z , la pression motrice reste constante.

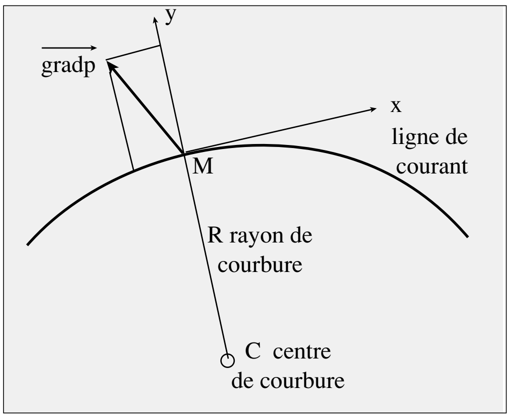


Fig. 1-28- Ligne de courant curviligne
et gradient de pression.
La pression augmente vers l'extérieur
de la ligne de courant :
c'est le gradient transversal de pression

A curved courant line with centrifugal pressure gradient

Le champ des pressions motrices permet de comprendre comment une particule fluide change son mouvement. Si le gradient de pression est vers l'avant, il y a freinage. S'il est vers l'arrière, il y a accélération. S'il est oblique, il y a virage dans l'autre sens.

$$\begin{aligned} &\overrightarrow{\text{grad } p_m} \cdot \vec{i} \leftrightarrow \text{pertes de charge ou accélération ou décélération} \\ &\overrightarrow{\text{grad } p_m} \cdot \vec{j} \leftrightarrow \text{forces centrifuges} \\ &\overrightarrow{\text{grad } p_m} \cdot \vec{k} = 0 \end{aligned} \tag{1.123}$$

Au niveau d'un virage, la différence entre gradient de pression et gradient de pression statique est insignifiante dans l'air.

Cette propriété de la pression de ne varier transversalement que sous l'effet de la courbure des lignes de courant, permet de démontrer que la pression dans un jet d'air est la même que la pression extérieure au jet.

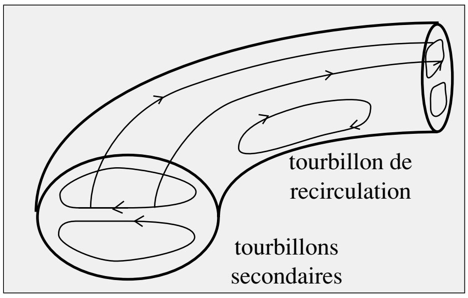
b) Structure d'un écoulement dans un virage

Un courant d'air ne prend pas un virage d'un façon simple. Les forces d'inertie provoquent une dissymétrie amont-aval de l'écoulement. Le jet prend l'extérieur, alors qu'à l'intérieur du virage, la vitesse est souvent inversée par le tourbillon de recirculation.

Par ailleurs, le freinage de la veine d'air par les parois engendre des tourbillons séparés par une surface située dans le plan de symétrie du virage. L'allure de l'écoulement est donc fortement 3-D. C'est pour cette raison qu'on déconseille de faire des mesures de vitesse dans un virage.

Fig. 1-29- Courant de recirculation dans un virage
Il se trouve à la sortie du virage

Recirculation eddy in a bend



1.3.8. L'entraînement de l'air par un jet d'air : éjection

L'éjection (ou induction) est le phénomène d'entraînement turbulent d'un débit d'air secondaire par un jet d'air primaire. Le courant d'air est assuré par le conduit du fluide primaire. Le conduit secondaire ne posséderait aucun courant d'air en l'absence de l'autre. Cet entraînement peut permettre une recirculation ou un bouclage (comme sur la figure). Ce phénomène explique que le débit dans une salle par exemple peut sembler augmenter si l'on ne connaît pas les retours latéraux de l'air.

Proposons un **modèle théorique simplifié** du calcul du débit induit.

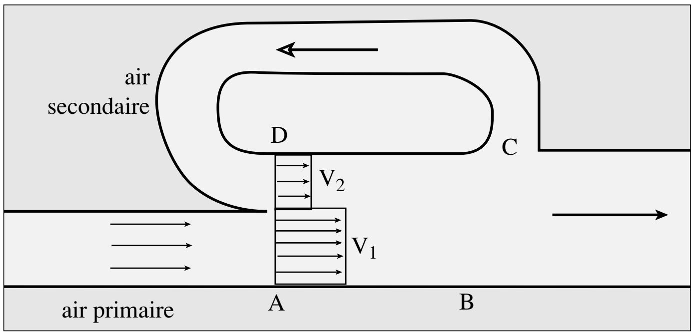


Fig. 1-30- Schéma de principe de l'éjection.
Le débit en B est plus grand
que le débit d'air primaire

Principal of ejection : the B flow is greater than primary flow

Le conduit d'air primaire possède une vitesse V_1. La viscosité turbulente permet d'obtenir au soufflage un profil de vitesse uniforme. Appelons S_1 la section du jet primaire et S_2 la surface du jet secondaire. La somme de ces deux surfaces constitue la surface au niveau du soufflage. Dans toute la section A, la pression est uniforme car il n'y a pas de courbure des lignes de courant. De même dans la section B (figure ci-dessus).

La démonstration qui suit néglige les fluctuations turbulentes dans les sections A et B. La conservation du débit entre les sections A et B donne :

$$V_1\,S_1 + V_2\,S_2 = V_s\,(S_1 + S_2) \qquad (1.124)$$

La pression dans la section A se calcule en appliquant le théorème de Bernoulli entre les points C et D.

$$p_A = p_B - \frac{1}{2}\,\rho\,V_2^2 \qquad (1.125)$$

Le théorème d'Euler (bilan des quantités de mouvement, démontré en annexe) pour le domaine situé entre les sections A et B conduit à la relation :

$$(p_A - p_B)(S_1 + S_2) = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2)\,V_s - \dot{m}_1\,V_1 - \dot{m}_2\,V_2 \qquad (1.126)$$

On exprime P_A en fonction de V_2 et toutes les vitesses en fonction des débits masse :

$$-\frac{1}{2}\frac{(\dot{m}_2)^2}{S_2^2}(S_1 + S_2) = \frac{(\dot{m}_1 + \dot{m}_2)^2}{S_1 + S_2} - \frac{(\dot{m}_1)^2}{S_1} - \frac{(\dot{m}_2)^2}{S_2}$$

Posons $a = \dfrac{S_2}{S_1}$ et $x = \dfrac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1}$

l'équation s'écrit : $x^2\left(\dfrac{1}{a^2} + 1\right) + 4\,x - 2\,a = 0$

$$\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = x = \frac{-\,2\,a^2 + a\,(a + 1))\sqrt{2\,a}}{a^2 + 1} \qquad (1.127)$$

Nous avons représenté sur la figure ci-contre le résultat qui montre le débit induit (ou recyclé ou recirculé) en fonction du rapport des sections.

On appelle taux d'induction le rapport du débit d'air induit (ou secondaire) et du débit inducteur (ou primaire ou neuf). Ce phénomène existe déjà pour un simple jet d'air. On sait que dans ce cas, la quantité de mouvement se conserve mais que le débit augmente (par induction).

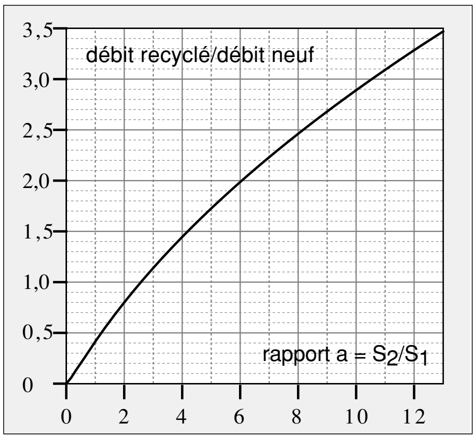


Fig. 1-31- Débit recyclé par éjection en fonction du rapport des surfaces

Recirculated flow versus surfaces ratio

1.3.9. Rôle de la stratification (cf. Viollet 1997)

a) Stratification et nombre de Richardson

On a déjà vu aux § 1.2.6 et 1.2.8, le rôle de la stratification dans un fluide au repos. Ici, nous envisageons ce rôle dans un fluide en mouvement. La stratification correspond à une masse volumique qui varie avec la hauteur dans le conduit. On peut imaginer des stratifications basées sur une variation de teneur en dioxyde de carbone ou bien, sur une variation de température. On caractérise la stratification par le nombre de Richardson de gradient qui se calcule approximativement dans le cas thermique par :

$$Ri \approx \frac{g\,\beta\,\partial T/\partial z}{(\partial V/\partial z)^2} \qquad (1.128)$$

Dans cette expression g est l'accélération de la pesanteur, β est l'inverse de la température absolue, et V est la vitesse moyennée sur le temps. Calculons par exemple le nombre de Richardson d'un courant chaud qui entre par le plafond d'une galerie avec un courant froid qui sort en bas comme celui décrit dans le tome 1 à la cueva Cullalvera à Ramales. $\partial T/\partial z \approx 1$°C/m et $\partial V/\partial z \approx 0{,}2\ s^{-1}$. Ri ≈ 0,9 près de l'entrée alors que Ri diminue vers l'intérieur.

b) Inhibition du mélange turbulent

Les écoulements dans les conduits naturels sont turbulents et la turbulence en principe homogénéise les concentrations et les températures. Si la stratification est du genre instable (CO_2 en haut du conduit par exemple), la turbulence a tôt fait de mélanger le tout et de supprimer la stratification. Si la stratification est du genre stable (voir figure ci-contre), la turbulence a un effet plus complexe.

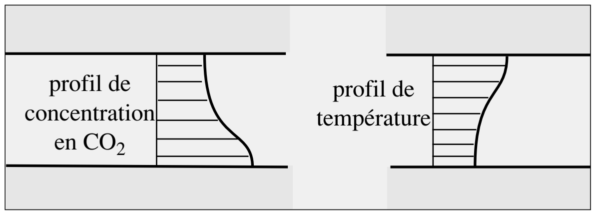


Fig. 1-32- Exemple d'écoulements stratifiés stables dans un conduit.
À gauche stratification en concentration de CO_2, à droite stratification thermique.

An sample of stable stratified flows in a duct

On constate expérimentalement que si le nombre de Richardson est supérieur ou égal à 0,25, le mélange turbulent est totalement inhibé et l'écoulement reste stratifié. C'est ce que l'on constate à la Cullalvera dans l'exemple précédent dans le voisinage de l'entrée. Comme ce nombre diminue au fur et à mesure qu'on entre dans la grotte (il y a tout de même des échanges thermiques avec les parois), le nombre de Richardson passe en-dessous du seuil d'inhibition et la stratification disparaît.

c) La stratification et l'accumulation de CO_2

Le dioxyde de carbone est plus dense que l'air. S'il n'est pas mélangé à l'air, il a donc tendance à stagner dans les points bas des réseaux souterrains. Certaines configurations géométriques sont favorables pour piéger le CO_2 qui se retrouve à une grande concentration. Le dioxyde de carbone se comporte alors comme un liquide : lac stagnant, déversoir, écoulement de pente. En particulier, la variation de concentration peut être très rapide (Renault 1980). On reverra ces questions au § 4.3.5.e. On donnera aussi dans la partie 2 des exemples géométriques de pièges thermiques, analogues aux pièges à dioxyde de carbone.

d) Rôle des ondes d'interface

L'écoulement stratifié provient en général d'une confluence de deux débits d'air de composition ou de températures différentes. Si le mélange en composition ou en température peut être inhibé, en revanche il se produit un transfert de quantité de mouvement qui uniformise les vitesses (ou ralentit les deux fluides si l'écoulement est à contre-courant). Ce transfert se fait d'une façon originale grâce aux ondes d'interfaces qui créent une forte rugosité. Il y a donc une grande différence entre les transferts de chaleur et les transferts de quantité de mouvement (forces tangentielles) dans le cas d'un écoulement stratifié.

On peut calculer la fréquence des petites oscillations gravitaires d'une particule fluide dans un fluide continûment stratifié. C'est la fréquence de Brunt-Vaïssälä qui vaut (Viollet, 1997) :

$$f \approx 0{,}03\sqrt{\frac{\partial T}{\partial z}} \qquad (1.129)$$

Les gradients thermiques qu'on rencontre sous terre sont faibles, le plus souvent inférieurs à 1°C/m, ce qui fournit une fréquence de l'ordre de 0,03 Hz de période 33 s. Ce phénomène doit passer la plupart du temps inaperçu. Il faudrait un enregistrement de près d'une heure pour le mettre en évidence.

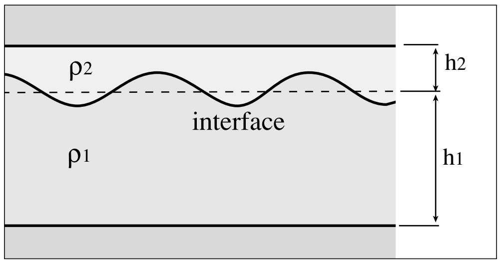


Fig. 1-33- Ondes de gravité à l'interface des deux couches

Gravity waves at the interface of two gaseous layers

Les ondes d'interface s'accompagnent obligatoirement d'une oscillation de la température en un point au voisinage de l'interface. Il serait donc possible, à l'aide d'un thermomètre enregistreur placé à l'interface, de mettre en évidence cette fréquence dans une cavité, par exemple dans le porche d'entrée de la cueva Cañuela à Arredondo, en faisant l'analyse spectrale du signal obtenu.

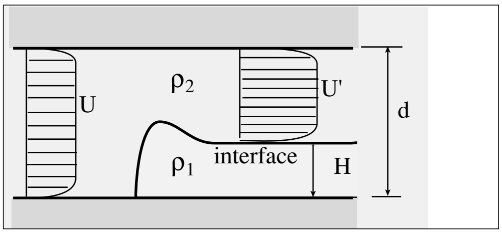


Fig. 1-34- Courant de densité.
Le repère choisi pour les vitesses, est celui du front du courant de densité

Density current in the moved point

Ces ondes d'interfaces pourraient exciter un système naturellement instable et engendrer des oscillations plus ou moins périodiques d'un courant d'air.

La vitesse des ondes de gravité à l'interface est donnée par l'expression :

$$c = \sqrt{g \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}} \qquad (1.130)$$

De même, on peut calculer la vitesse du front d'un courant de densité (Benjamin 1968, cité par Viollet 1997) par la relation :

$$U = \left(1 - \frac{H}{d}\right) \sqrt{2 \frac{\Delta\rho}{\rho} g H} \qquad (1.131)$$

Cette relation permettrait de calculer, par exemple, la vitesse de progression d'un panache chaud au plafond d'une galerie à la suite d'un dynamitage.

1.3.10. Les phénomènes de type acoustique

Il est bien connu que dans certaines chatières parcourues par un fort courant d'air, on entend un bruissement caractéristique qui semble se situer non loin des oreilles. On constate que la vitesse est alors de l'ordre de 1 à 2 m/s. Le bruit est généré par les fluctuations turbulentes de la pression au voisinage de l'oreille. Si la vitesse augmente, le bruit augmente. Si on sort du courant d'air, on n'entend plus rien. Mais si la vitesse est plus grande (3 à 4 m/s) alors, même en dehors du courant d'air, on entend un bruissement qui provient de l'étroiture ; et pour des vitesses encore plus grandes, on finit par l'entendre de loin. Le bruit change aussi qualitativement. Lorsqu'il est faible, on reconnaît un courant d'air, mais lorsque le bruit est fort et qu'on l'entend de loin, il ressemble à un grondement, le même que celui que fournit un cours d'eau souterrain. D'où les multiples confusions entre le bruit de l'eau ou de l'air derrière une étroiture impénétrable (cf. tome 1, § 1.10.2).

Prenons l'exemple de l'Ouragan de la grotte du Guiers Mort. Pour une vitesse mesurée de 8 m/s, on entend le ronflement du courant d'air à 20 m de distance. Il y a une grande différence entre la perception d'un bruit dont l'origine est lointaine et la perception d'un bruit produit autour du visage par les turbulences de l'air. C'est pour cette raison qu'il est difficile de comparer des bruits habituels provenant de sources ponctuelles comme un lave-vaisselle par exemple à un bruit d'écoulement sur le visage. De même, le bruit engendré ne vérifie pas le principe de relativité galiléenne. Le bruit que perçoit un cycliste roulant à 30 km/h dans un air calme n'est pas le même que le bruit produit par un vent de 30 km/h sur un piéton au repos. La différence réside dans l'existence d'une turbulence dans le vent, qui n'existe pas dans l'air au repos.

L'intensité acoustique est un vecteur. Il se calcule comme la moyenne temporelle du produit de la pression par la vitesse de déplacement de l'air lié à l'onde. Il s'exprime en $W.m^{-2}$. L'intensité acoustique est donc la densité surfacique du flux acoustique :

$$\vec{I} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{T} p(t)\, \vec{V}(t)\, dt \qquad (1.132)$$

À une certaine distance de la source de bruit, on dit en champ lointain, l'intensité acoustique se simplifie.

$$I = \frac{\overline{p^2}}{\rho_0 c_0} \qquad (1.133)$$

Dans cette expression ρ_0 est la masse volumique de l'air et c_0 est la vitesse du son (330 m/s environ). En champ lointain, la densité surfacique de puissance acoustique diminue comme l'inverse du carré de la distance à la source.

En champ proche, l'existence d'interférences entre les divers point-sources complique l'expression.

L'unité SI d'intensité acoustique est le $W.m^{-2}$, mais l'unité pratique est le décibel acoustique, qui se déduit de l'autre par la relation :

$$I^* \text{ (db)} = 10.\log\left(10^{12}.I\right) \qquad (1.134)$$

On voit que l'origine des intensités en décibel (0 db) correspond à une puissance acoustique surfacique de 10^{-12} $W.m^{-2}$.

Un doublement de la densité de puissance se traduit par une augmentation de 10 log2 = 3 db.

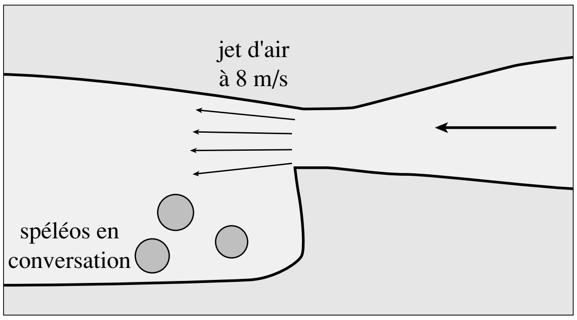


Fig. 1-35- Le bruit du jet à 8 m/s couvre une voix murmurée les spéléos sont en dehors du courant d'air (chatière du bas du Guiers Mort, d'accès au Labyrinthe, le 10/09/2000 à 16 h)

The noise of a 8 m/s jet is greater than a human voice

La théorie des écoulements turbulents montre que la puissance acoustique d'un courant d'air augmente comme une puissance p de la vitesse (avec p de l'ordre de 8). Une multiplication par deux de la vitesse fait donc gagner un facteur 256 sur la puissance, soit 24 db au bruit. L'effet est donc très sensible. Je ne connais par d'expériences de mesures du bruit du vent dans une chatière. Le bruit dépend beaucoup de la turbulence de l'écoulement, des résonances éventuelles avec les parois et de la position du capteur. On peut néanmoins proposer une relation en prenant comme référence le bruit d'un lave-vaisselle moderne bien insonorisé de l'ordre de 40 db correspondant *grosso modo* au bruit à 2 m d'un courant d'air de 8 m/s en dehors du jet. On en déduit la relation pour le bruit à deux mètres d'un jet, mais en dehors du jet :

$$I^* \text{ (db)} \approx I^*_0 + 10\, p \log\frac{V}{V_0} \quad \text{avec } I^*_0 \approx 40 \text{ db} \quad p \approx 8 \quad V_0 = 8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{soit encore} \quad I^* \text{ (db)} \approx 80 \log V - 32$$

Cette relation fournit bien entendu 40 db pour une vitesse de 8 m/s. Pour une vitesse de 20 m/s qui constitue un maximum pour les vitesses observables ordinaires, cela donnerait 72 db. Ce bruit est important et ne permettrait pas une conversation.

De toute manière, tout est sujet à caution dans cette relation, et une étude sérieuse assez facile à faire, apporterait des précisions intéressantes. Les questions qu'on peut se poser sont le rôle de la vitesse et de l'intensité turbulente, le rôle des parois dans l'émission acoustique, les modalités de la propagation … L'application à la spéléo serait de pouvoir estimer la vitesse du courant d'air par le bruit qu'il génère.

1.4. Les transferts de chaleur

Les courants d'air souterrains, on le verra en détail plus loin, sont dus essentiellement à des effets thermiques. On peut dire que le courant d'air, par le fait qu'il transporte de l'énergie cinétique, résulte d'une transformation d'énergie thermique en énergie mécanique. Les cavités se comportent donc comme un moteur thermique. Elles fournissent du travail à partir de deux sources de chaleur. L'une des sources est la grotte elle-même, à peu près isotherme, l'autre source est en général l'atmosphère extérieure dont la température varie. Ce sont justement ces variations de températures qui permettent les courants d'air. L'étude des courants d'air ne peut donc pas faire l'impasse de l'étude thermique des cavités.

Rappelons le **«principe zéro» de la thermodynamique** : deux systèmes en interaction et en équilibre sont à la même température. Donc, un courant d'air qui circule dans une galerie ne pourra échanger de la chaleur avec la galerie que si sa température est différente (on suppose ici qu'il n'y a pas d'évaporation).

Les transferts de chaleur sont classés traditionnellement en transferts par conduction thermique, par convection et par rayonnement. Nous allons examiner successivement ces trois modes de transferts.

1.4.1. Gradient de température et conduction thermique

La matière contient de l'énergie thermique (via sa température). Cette énergie peut diffuser, c'est-à-dire se transmettre aux parties voisines, s'il existe des gradients (c'est-à-dire des variations) de température en son sein. C'est le phénomène de conduction thermique.

On sait déjà ce que signifie l'opérateur gradient, affecté à la température (cf. § 1.2.3). C'est un vecteur qui indique, en un point, la direction de la plus grande variation de la température.

La **conduction thermique** est le transfert de chaleur dans un corps depuis ses parties les plus chaudes vers ses parties les plus froides, ce transfert se faisant sans déplacement relatif de matière. Le flux de chaleur emprunte donc la direction opposée au gradient. C'est Joseph Fourier (1812 et 1822) qui a établi l'équation qui régit le phénomène :

$$d\Phi = -\lambda \, \overrightarrow{\text{grad}}\, T \cdot \vec{n}\, dS \qquad (1.135)$$

Cette relation exprime que le flux élémentaire de chaleur $d\Phi$ (en W) qui traverse une petite surface dS (dont la normale est $\vec{n}$), est proportionnel au gradient de température, à la surface de passage et à la conductivité thermique λ. Le signe - montre que la chaleur se dirige vers les basses températures. Le $\cdot$ représente le produit scalaire des deux vecteurs.

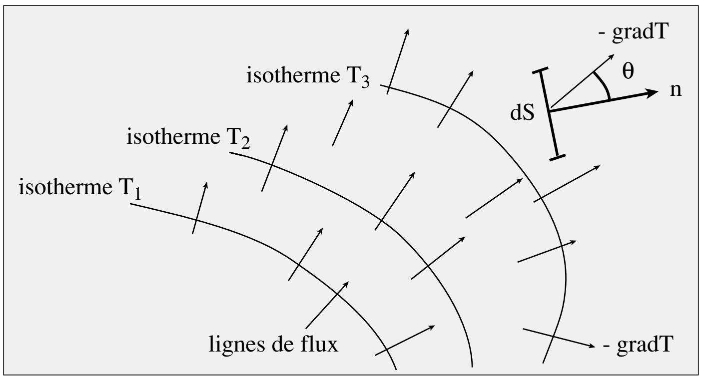


Fig. 1-36- Champ de température inhomogène dans un corps

An inhomogeneous temperature field in a solid

Les lignes de flux sont perpendiculaires aux isothermes dans un matériau isotrope.

À l'aide de la relation de Fourier et de l'équation de bilan de l'énergie, on tire une nouvelle équation appelée **équation de la chaleur**. Pour un solide isotrope et homogène, elle s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \qquad (1.136)$$

Dans cette relation, ∂ est le symbole de dérivée partielle (pour une fonction à plusieurs variables, la dérivée partielle est obtenue en maintenant constantes toutes les variables sauf celle dont on calcule la dérivée).

La constante a est la diffusivité thermique du calcaire (en $m^2\ s^{-1}$) définie par la relation :

$$a = \frac{\lambda}{\rho\ c_p} \tag{1.137}$$

avec λ conductivité thermique (en $W.m^{-1}.K^{-1}$)
c_p capacité thermique massique à pression constante (en $J.kg^{-1}.K^{-1}$) ($c_p = c_v$, sauf pour les gaz)

Nous avons vu les valeurs numériques de ces grandeurs au § 1.1.5. Dans l'épaisseur de la roche, c'est cette équation qui permet de décrire le transfert de chaleur. Nous nous en servirons plus loin.

Difficultés liées à la notion de conductivité d'un calcaire. Des expériences en laboratoire permettent pour un calcaire compact de mesurer la conductivité thermique. Cette grandeur intervient-elle dans une roche ? Nous verrons plus loin la difficulté de définir l'interface roche-air dans un karst. Le calcaire, surtout au voisinage des galeries, est soumis à des détentes qui ouvrent des fissures plus ou moins parallèles à la paroi. Si on considère le calcaire à une échelle spatiale assez grande pour moyenner cette structure, ces fissures remplies d'air ou d'eau rendent le calcaire hétérogène et non isotrope. La conductivité du calcaire au voisinage d'une paroi n'est plus un scalaire mais un tenseur d'ordre 2. Nous n'aborderons pas plus avant ces grandes difficultés théoriques. Mais plus loin, nous réfléchirons sur la rugosité de surface (§1.4.2.g).

1.4.2. Conduction thermique dans un mur

Nous allons exploiter cette équation de la chaleur pour résoudre trois problèmes très instructifs pour les courants d'air.

a) Mur dont les parois sont à des températures différentes (régime permanent)

Soit un mur d'épaisseur d dont les parois sont maintenues (par un courant d'air ou d'eau) à des températures différentes mais constantes dans le temps T_1 et T_2 :

La température dans le mur prend une répartition linéaire entre les deux températures extrêmes et la densité de flux (φ en $W.m^{-2}$) qui est transmise de la paroi chaude à la paroi froide s'écrit :

$$\varphi = \lambda\ \frac{T_1 - T_2}{d} \qquad \text{en } W.m^{-2} \tag{1.138}$$

La densité de flux est proportionnelle à la conductivité thermique λ, à l'écart de température et elle est inversement proportionnelle à l'épaisseur du mur d .

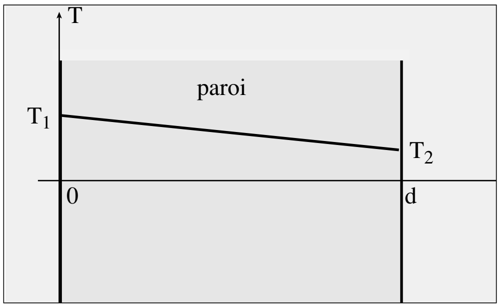


Fig. 1-37- Solution permanente dans un mur de températures de parois maintenues différentes

The steady solution of conduction equation with constant wall temperatures

Calcaire non homogène. Si le calcaire était coupé par une lame d'air même très fine, quel serait le nouveau flux ?

Le mieux est de raisonner alors en terme de résistance thermique (par analogie avec la résistance électrique). La résistance thermique est définie par :

$$T_1 - T_2 = R_{th}\ \Phi \tag{1.139}$$

La comparaison avec le relation obtenue plus haut nous montre que la résistance thermique d'un mur d'épaisseur d et de surface S est :

$$R_{th} = \frac{d}{\lambda\ S} \tag{1.140}$$

Si le mur est constitué d'un empilement de couches de résistances thermiques différentes, la résistance totale est la somme des résistances partielles. D'où le résultat pour un empilement de trois couches (calcaire, air, calcaire) :

$$R_{th} = \frac{d-e}{\lambda_c\, S} + \frac{e}{\lambda_a\, S} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{d-e}{\lambda_c} + \frac{e}{\lambda_a}} \tag{1.141}$$

En comparant cette expression avec celle trouvée pour un mur homogène et en supposant e << d, on trouve une conductivité équivalente du calcaire avec fissure (le rapport des conductivités du calcaire et de l'air est d'environ 90) :

$$\varphi = \frac{\lambda_c}{1 + \frac{e}{d}\frac{\lambda_c}{\lambda_a}} \frac{T_1 - T_2}{d} = \lambda_{équiv} \frac{T_1 - T_2}{d} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{équiv} = \frac{\lambda_c}{1 + \frac{90\, e}{d}} \tag{1.142}$$

On remarque qu'il suffit d'une lame d'air 100 fois plus fine que la couche de calcaire pour diviser la conductivité par un facteur 2. L'eau étant presque aussi conductrice que le calcaire modifiera beaucoup moins la conductivité équivalente du calcaire. On en déduit que la conductivité thermique du calcaire, au voisinage des galeries, variera suivant le niveau d'étiage du réseau.

b) Choc thermique à température de paroi constante

On considère une paroi plane limitant un massif rocheux, et nous allons supposer que la température est initialement constante partout et égale à T_0. Puis, nous supposerons que le courant d'air impose brutalement une température à la paroi T_1 différente de T_0. Nous allons examiner comment la perturbation de température, imposée à la paroi à l'instant initial, se propage par conduction à l'intérieur du massif rocheux.

La solution de l'équation de la chaleur (trouvée par Laplace) s'écrit :

$$\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\, a_c\, t}}\right) \qquad \text{avec} \qquad \mathrm{erf}\,(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\, dt \tag{1.143}$$

La fonction *erf* est la fonction d'erreur, l'intégrale de la célèbre courbe de Gauss.

Cette solution possède une propriété remarquable, c'est qu'elle est affine. Une seule courbe suffit à représenter la solution. Toutes les autres courbes se déduisent de la première par une simple affinité géométrique suivant l'axe des x. Cette affinité indique qu'on passe d'une courbe à l'autre en prenant chaque point de la première courbe et en le transformant en multipliant l'abscisse x de ce point par une constante (dépendant de t).

Considérons par exemple une température T* intermédiaire entre la température T_1 et T_0. Supposons qu'à l'instant t_1 un point A, à la distance x_1 , possède cette température T*, et bien, on peut en déduire qu'à un instant t_2 c'est un point B à la distance $x_2 = x_1\, (t_2/t_1)^{0,5}$ qui sera à cette température.

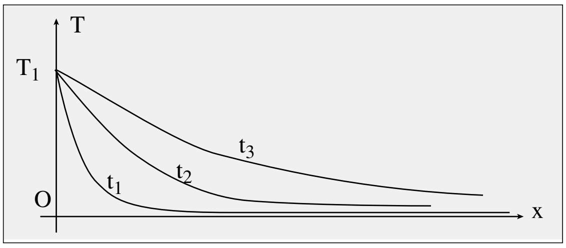


Fig. 1-38- Choc thermique de température sur la paroi d'un mur semi-infini.
Les courbes t_1, t_2, t_3 représentent les températures à des instants successifs

Thermal shock on the semi-infinite body

Cette propriété peut encore s'exprimer de la façon suivante : la distance atteinte par une perturbation thermique en fonction du temps est proportionnelle à la racine du temps. De même, le temps pour qu'une perturbation de température atteigne un point à la distance d , est proportionnel au carré de cette distance :

$$d = \sqrt{a_c\, t} \qquad\qquad t = \frac{d^2}{a_c} \tag{1.144}$$

Ces relations sont typiques d'une diffusion, c'est-à-dire d'un phénomène de marche au hasard (cf. annexe A-1).

On a tracé la courbe de la fonction 1 - erf(u) à partir de valeurs tabulées.

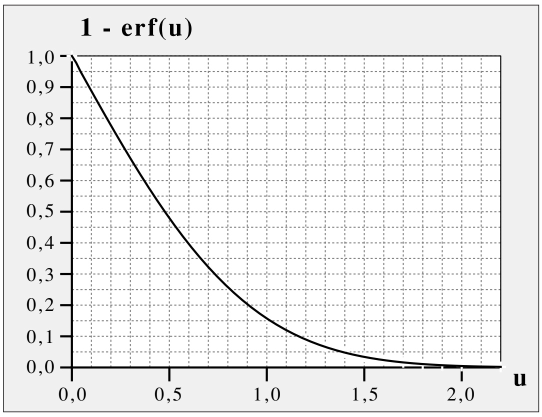


Fig. 1-39- Tracé de la fonction 1 - erf(u).
Elle représente la solution du choc thermique

Complementary error function

Exemple d'utilisation : Soit un choc thermique à la paroi correspondant à un certain accroissement de la température. Pour une distance x = 1 m de la paroi et un temps t = 50 000 s après le début du choc, la diffusivité du calcaire étant $2{,}23.10^{-6}$ m^2/s, on trouve :

$$u = x/\sqrt{4\ a_c\ t} = 1{,}5$$

et l'accroissement de la température, en ce point et à cet instant, est 3% de l'accroisssement à la paroi.

Flux de chaleur. Le flux de chaleur qui est injecté à la paroi se calcule à l'aide de la loi de Fourier, il vaut :

$$\varphi = \frac{\lambda_c (T_1 - T_0)}{\sqrt{\pi\ a_c\ t}} = \beta_c (T_1 - T_0)\ \frac{1}{\sqrt{\pi\ t}} \qquad \text{en W. } m^{-2} \quad (1.145)$$

Dans l'expression, β_c est l'effusivité du calcaire. $\beta_c = \sqrt{\lambda_c\ \rho_c\ c_c} = 1500$ J. $m^{-2}.K^{-1}.s^{-0,5}$

La densité de flux augmente proportionnellement à l'effusivité de la roche et elle diminue comme l'inverse de la racine carrée du temps.

On peut aussi s'intéresser à la quantité de chaleur injectée au bout d'un temps donné t. Il suffit d'intégrer dans le temps l'expression précédente. On obtient :

$$Q = 2\ \beta_c (T_1 - T_0) \sqrt{\frac{t}{\pi}} \qquad \text{en J. } m^{-2} \qquad (1.146)$$

Là encore, l'énergie transmise est proportionnelle à l'effusivité, à l'écart de température et à la racine carrée de la durée. On voit ainsi que la grandeur effusivité apparaît dès qu'on calcule des flux ou des énergies en régime transitoire.

On en déduit une épaisseur équivalente e qui est l'épaisseur de roche dont l'augmentation de température de T_0 à T_1 demanderait la même énergie :

$$2\ \sqrt{\rho_c\ c_c\ \lambda_c}\ (T_1 - T_0) \sqrt{\frac{t}{\pi}} = \rho\, e\ c_c (T_1 - T_0) \quad \Rightarrow \quad \boxed{e = 1{,}13\ \sqrt{a_c\ t}} \qquad (1.147)$$

c) Choc thermique à flux à la paroi constant

La densité de flux thermique dans un matériau est donnée par la dérivée partielle de la température. Et comme l'équation de la chaleur est linéaire en température et que l'opérateur dérivée l'est aussi, la densité de flux vérifie l'équation de la chaleur. La solution en température est transposable en flux :

$$\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\ a_c\ t}}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{\varphi}{\varphi_1} = 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\ a_c\ t}}\right) \qquad (1.148)$$

Cette dernière solution représente la densité de flux φ en fonction de la densité de flux à la paroi φ_1, de l'abscisse x et du temps t.

On trouve le champ de température en intégrant le flux par rapport à x. On suppose que la température initiale dans le massif semi-infini est uniforme et vaut T_0. On trouve l'expression mathématique dans les livres sur la conduction thermique (Sacadura 1992) ou en intégrant par parties.

$$T(x,t) - T_0 = 2\,\frac{\varphi_0}{\lambda_c}\sqrt{\frac{a_c\,t}{\pi}}\,\exp\left(-\frac{x^2}{4\,a_c\,t}\right) - \frac{\varphi_0\,x}{\lambda_c}\left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\,a_c\,t}}\right)\right)$$

en posant $u = \dfrac{x}{\sqrt{4\,a_c\,t}}$ on obtient : $$T(x,t) - T_0 = \frac{\varphi_0\,\sqrt{4\,a_c\,t}}{\lambda_c}\left[\frac{1}{\sqrt{\pi}}\,e^{-u^2} + u\,(\mathrm{erf}\,u - 1)\right] \qquad (1.149)$$

Cette expression est compliquée, mais on peut dessiner le graphe de la fonction G(u) définie par :

$$G(u) = (T(x,t) - T_0)\,\frac{\lambda_c}{\varphi_0\,\sqrt{4\,a_c\,t}} = \frac{e^{-u^2}}{\sqrt{\pi}} + u\,(\mathrm{erf}\,u - 1) \qquad (1.150)$$

On en déduit la température de surface (x = 0) :

$$T(0,t) - T_0 = 2\,\frac{\varphi_0}{\lambda_c}\sqrt{\frac{a_c\,t}{\pi}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\,\frac{\varphi_0}{\beta_c}\,\sqrt{t} \approx 7{,}5.10^{-4}\,\varphi_0\,\sqrt{t} \qquad (1.151)$$

Cette température de surface augmente comme la racine carrée du temps, et l'écart à la température initiale est inversement proportionnelle à l'effusivité du calcaire.

Épaisseur équivalente. On peut définir l'épaisseur de calcaire équivalente en écrivant que le flux, passé pendant le temps t à x = 0, a chauffé la roche à la température de surface, d'où la relation :

$$\varphi_0 t = [T(0,t) - T_0]\,\rho_c\,c_c\,e \;\Rightarrow\; e = \frac{1}{2}\sqrt{\pi\,a_c\,t} = 0{,}89\,\sqrt{a_c\,t} \qquad (152)$$

Cette épaisseur est un peu plus faible que celle obtenue dans le choc thermique à température constante.

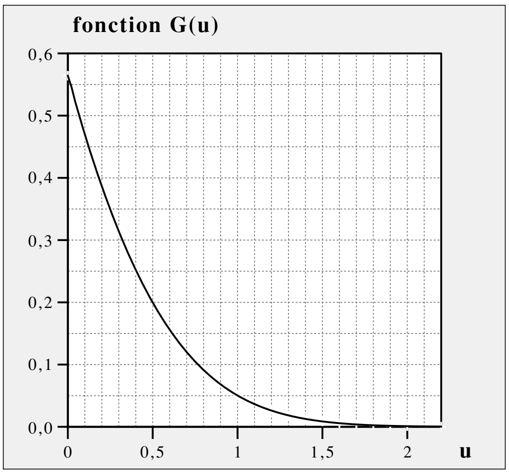


Fig. 1-40- Graphe de la fonction G(u).
Elle représente la solution du choc en flux

G(u) function graph, the integral function of the error function

d) Mise en contact de deux massifs de températures différentes

On supposera les deux massifs de mêmes propriétés thermiques.

Dans une roche homogène la température initiale est T_1 pour $x < 0$ et T_2 pour $x > 0$. La mise au contact des deux régions déclenche un double choc thermique. Comme les propriétés sont les mêmes, la symétrie impose à la température de contact T_3 d'être la demi-somme des températures T_1 et T_2. La solution est fournie par celle du choc thermique à température de paroi constante.

Elle s'écrit : pour $x < 0$ $$\frac{T - T_1}{T_3 - T_1} = 1 + \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\,a_c\,t}}\right) \qquad (1.153)$$

pour $x > 0$ $$\frac{T - T_2}{T_3 - T_2} = 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\,a_c\,t}}\right) \qquad (1.154)$$

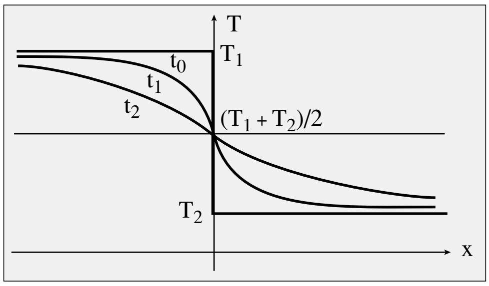


Fig. 1-41- Deux massifs de températures différentes sont mis au contact à l'instant initial

Two bodies with different initial temperatures

e) Mise en contact de deux massifs de flux différents

Là encore, on supposera les propriétés thermiques identiques et une température identique pour x = 0. Ce problème se rencontrera plus loin à l'occasion de l'étude du temps de mise en température d'un karst englacé. La variable d'espace est maintenant l'altitude z qu'on continuera à appeler x. La situation que nous allons étudier se rencontrera dans un massif calcaire dont la circulation d'eau s'arrête brutalement à cause d'un refroidissement qui crée un bouchon de roche gelé en permanence (permafrost) empêchant la descente de l'eau en profondeur.

Avant le choc, la situation thermique est la suivante (cf. § 4.3.2). Le flux en dessous de x = 0 est le flux géothermique. Ce flux conduit à un gradient de température de l'ordre de -2,5°C/100 m. Dans le karst au-dessus, le gradient de température est de l'ordre de -0,4°C/100 m. Quand l'eau s'arrête de circuler, le flux géothermique peut se propager vers x > 0. Le flux à l'interface correspond à la demi-somme des deux gradients de température. Soit, *grosso modo*, la moitié du flux géothermique. La solution en flux se déduit de la solution en température puisque le flux est solution, comme la température, de l'équation de la chaleur :

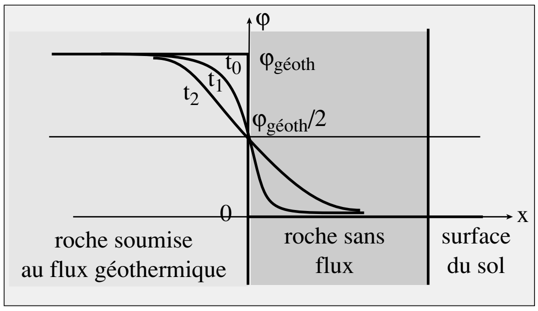


Fig. 1-42- Mise en contact de deux massifs de flux différents

Two bodies with different initial fluxes

$$\text{pour } x < 0 \qquad \frac{\varphi - \varphi_{géoth}}{\varphi_{géoth}/2} = 1 + \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\, a_c\, t}}\right) \qquad (1.155)$$

$$\text{pour } x > 0 \qquad \frac{\varphi}{\varphi_{géoth}/2} = 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\, a_c\, t}}\right) \qquad (1.156)$$

La température dans la partie x > 0 s'obtient par intégration. Elle s'écrit :

$$T(x,t) - T_0 = \frac{\varphi_{géoth}}{\lambda_c}\sqrt{\frac{a_c\, t}{\pi}}\, \exp\left(-\frac{x^2}{4\, a_c\, t}\right) - \frac{\varphi_{géoth}\, x}{2\, \lambda_c}\left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_c\, t}}\right)\right) \qquad (1.157)$$

$$\text{La température à } x = 0 \text{ vaut} \quad T(0,t) - T_0 = \frac{\varphi_{géoth}}{\lambda_c}\sqrt{\frac{a_c\, t}{\pi}} \qquad (1.158)$$

La température croît comme la racine carrée du temps.

L'épaisseur équivalente est $e = 0{,}89\sqrt{a_c\, t}$. Par exemple, pour un temps de 10 000 ans, l'épaisseur équivalente dans le calcaire, donnée par la relation est 750 m.

f) Oscillation de la température sur une paroi

Considérons maintenant une roche dont la paroi au contact avec un courant d'air subit une variation sinusoïdale de température (variations journalières ou saisonnières par exemple).

La température de paroi peut se mettre sous la forme :

$$T_p = T_0 + \Delta T \cos \omega t \qquad (1.159)$$

La solution classique trouvée par Stokes s'écrit (1.160) :

$$\frac{T - T_0}{\Delta T} = e^{-bx} \cos(\omega t - bx) \qquad \text{avec} \qquad b = \sqrt{\frac{\omega}{2\, a}}$$

Cette solution est une sorte de sinusoïde écrasée par les exponentielles qui limitent l'amplitude de l'oscillation thermique. La figure ci-dessus est à compléter par les courbes symétriques par rapport à l'axe des x. Nous ne les avons pas représentées pour la clarté du dessin. La perturbation de température reste sinusoïdale en fonction du temps pour une certaine distance de la paroi, mais l'amplitude décroît très vite. La perturbation est réduite à seulement 1% pour une distance sans dimension bx = 4,6 , soit une distance d , telle que :

$$d = 4{,}6\sqrt{\frac{2\, a}{\omega}} = 2{,}6\sqrt{a\, Pé} \qquad \text{avec} \qquad Pé = \frac{2\,\pi}{\omega} \qquad (1.161)$$

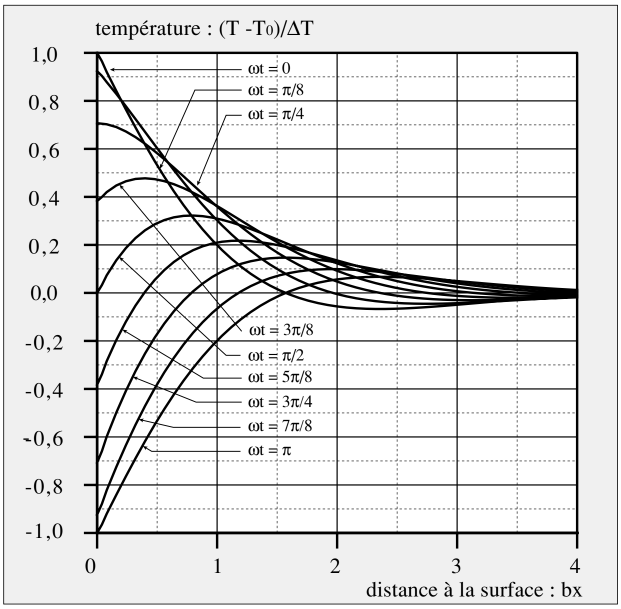


Fig. 1-43- Champ des températures dans la roche pour une température sinusoïdale à la paroi. Le temps est adimensionné par ω et les distances par 1/b. On remarque l'amortissement très fort dans le massif.

Temperature field for an wall oscillatory temperature

Dans cette relation ω est la pulsation et Pé est la période de l'oscillation (en s). Par exemple, pour une oscillation journalière, la distance atteinte par la perturbation thermique (atténuation d'un facteur 100) est $d = 0{,}81$ m.

Cette épaisseur est caractéristique d'un phénomène de diffusion. Suivant les disciplines, on l'appelle épaisseur de diffusion, épaisseur de peau (électromagnétisme), épaisseur de pénétration (ondes radio, thermique). On en déduit la propriété suivante : une perturbation sinusoïdale de température à la surface d'un solide se propagera dans le solide d'autant plus profondément que la diffusivité thermique est plus grande et que la fréquence (f = 1 / Pé) est plus petite.

La deuxième propriété est que la solution se déphase avec la distance. Plus on s'éloigne de la paroi, plus le déphasage est grand. Mais il serait faux de croire qu'on peut se déphaser de plus d'une période, car pour un déphasage de 2π, c'est-à-dire pour une distance $x = 2\pi/b$ l'amplitude de la température n'est plus que $\exp(-2\pi) = 1{,}9\ 10^{-3}$ c'est-à-dire négligeable. Il ne faut pas interpréter cette solution comme une sorte d'onde thermique. En optique, on parlerait d'onde évanescente (champ électrique derrière un miroir). Par exemple, on pourrait penser que les fluctuations très lentes de température comme celles liées à la succession phase glaciaire - phase interglaciaire devraient se retrouver profondément imprimées dans la roche, mais le fort amortissement gênera beaucoup les mesures. Certains ont pourtant tenté l'expérience.

Si on considère maintenant une paroi d'épaisseur finie d , les perturbations de température sur une des parois ne seront perçues de l'autre côté que si la fréquence de ces perturbations n'est pas trop élevée. En adoptant un langage d'électronique, on peut dire qu'un mur est un filtre passe bas pour les excitations thermiques. Il ne laisse passer que les basses fréquences. L'image est exacte, car l'équation de la chaleur étant linéaire, la solution pour une perturbation de spectre quelconque est la somme des solutions pour chacune des composantes spectrales de la température. (On pourra d'ailleurs se souvenir que Joseph Fourier, à l'origine de la notion de spectre de fréquence, l'a introduite justement pour ces problèmes thermiques, 1820).

Énergie mise en œuvre pendant une demi-période du phénomène.

Pour calculer l'énergie emmagasinée dans la roche pendant une demi-période (l'énergie sur une période entière est nulle) se calcule à partir du flux à la paroi par la relation de Fourier qui fournit :

$$\varphi_0 = -\lambda_c \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = -\sqrt{2}\,\lambda_c\,\Delta T\, b \sin\left(\omega t - \pi/4\right) \qquad (1.162)$$

On en déduit l'énergie en intégrant sur une demi-période bien choisie pour que le flux garde un signe constant. On obtient l'énergie par mètre carré de surface et pour la demi-période :

$$Q = 2\,\Delta T \sqrt{\frac{\lambda_c\,\rho_c\,c_c}{\omega}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\Delta T\,\beta_c\,\text{Pé}^{1/2} \qquad (1.163)$$

Dans cette dernière expression, on a utilisé l'effusivité du matériau β_c et noté la période du phénomène Pé (en s).
On voit que l'énergie mise en œuvre dans une demi-période est proportionnelle à l'amplitude de l'oscillation ΔT, proportionnelle à l'effusivité du matériau et proportionnelle à la racine carrée de la période. On aurait pu trouver la dernière propriété en remarquant que l'épaisseur de pénétration est proportionnelle aussi à la racine carrée de la période Pé. Ainsi la roche joue un rôle de stockeur d'énergie pour des fluctuations de température sinusoïdales. C'est ce stockage qui provoque des déphasages et un amortissement dans les signaux thermiques.

Là encore, on peut trouver l'épaisseur de roche équivalente pour une demi-période telle que l'énergie d'une demi-période ait augmenté sa température de ΔT.

$$Q = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\Delta T\,\sqrt{\lambda_c\,\rho_c\,c_c}\,\text{Pé}^{1/2} = \rho_c\,e\,c_c\,\Delta T \quad \Rightarrow \quad e = 0{,}80\sqrt{a_c\,\text{Pé}} \qquad (1.164)$$

Application numérique : pour un sol de calcaire nu ($a_c = 1{,}13.10^{-6}$ m^2/s), l'énergie mise en œuvre pour les oscillations annuelles est $Q = 67.10^6$ J.m^{-2} de surface soit une épaisseur équivalente $e = 6{,}0$ m et une distance de perturbation (amplitude ramenée à 1%) 3,25 fois plus, soit d = 15,5 m. L'énergie n'est pas très grande puisque cela représente 18,6 kWh d'énergie facturée un peu moins de 10 centimes d'Euro par EDF (Électricité de France). Mais il faut se souvenir que les montagnes calcaires sont vastes …

g) Le rôle des rugosités des parois sur la surface d'échange

La surface séparant l'air de la roche est très contournée (à tendance fractale), mais la conduction thermique fait pénétrer les flux dans le massif rocheux et concerne des surfaces variables en fonction de l'épaisseur de pénétration e du front thermique. Si on appelle V le volume de roche concerné, on en déduit une surface équivalente $S' = V/e$. Cette surface présente la particularité de varier avec l'épaisseur de pénétration qui a pour ordre de grandeur $e = \sqrt{at}$. Pour des temps courts, cette surface est très grande car tous les blocs interviennent dans l'échange. Pour des temps longs au contraire, le volume de roche tend vers une sphère et la surface diminue (disons de moitié).

On en déduit que pour des variations plus ou moins erratiques de la température extérieure, une décomposition en intégrale de Fourier nous fournira un spectre continu de fréquences. Les hautes fréquences temporelles correspondant à des fluctuations rapides de la température seront associées à une grande surface d'échange (S) alors que les basses fréquences correspondant à des variations annuelles seront associées à des surfaces plus petites (S'). Ces variations de la surface d'échange en fonction de la fréquence proviennent d'un artefact engendré par notre résolution de la conduction sur un plan. Si on prenait le problème réel, la surface d'échange ne varierait pas, mais on aurait une convergence des lignes de flux, assurant cette diminution de la surface de passage des lignes de flux.

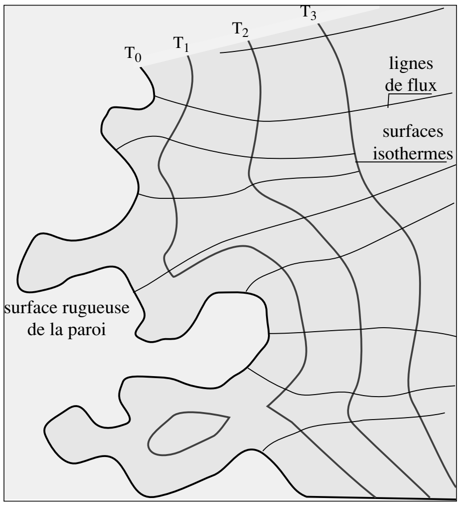


Fig. 1-44- La surface de passage des lignes de flux diminue avec l'épaisseur de pénétration, à cause de la rugosité de surface

The tranversal surface of flux reduces at the inside

La surface de contact a une valeur très grande si on se place à une échelle très petite. Pour les phénomènes de conduction thermique, le temps typique des variations de température ne peut guère être plus petit qu'une heure. Avec la diffusivité du calcaire de $a_c = 1{,}13.10^{-6}$ m²/s, on en déduit une longueur l = 6 cm. Il est donc totalement inutile de décrire cette surface avec une définition meilleure que 10 cm. Nous pouvons appeler S_1 la surface correspondante (cf. figure 1.45). Pour les fluctuations journalières, la longueur passe à 30 cm. Les variations annuelles intéressent une zone 19 fois plus épaisse (6 m). Si on trace la surface associée à une épaisseur de pénétration elle-même fonction du temps, on trouve que cette surface passe par un minimum que nous noterons S_{min}.

Reformulation mathématique du problème. On suppose connue la surface de passage du flux et on se place en coordonnées curvilignes orthogonales de façon que la convergence des lignes de coordonnées soit calquée sur la diminution des surfaces (fig. 1-46).

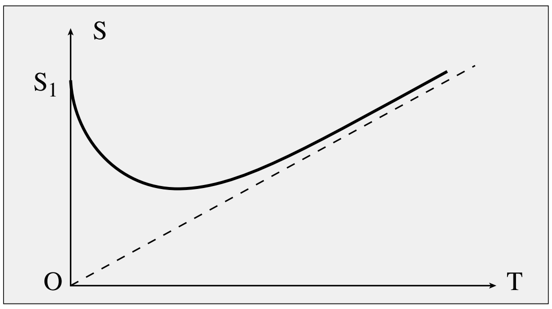


Fig. 1-45- La surface concernée en fonction de la période du phénomène thermique. La surface commence par diminuer pour augmenter ensuite

The equivalent wall suface versus period of thermal excitation

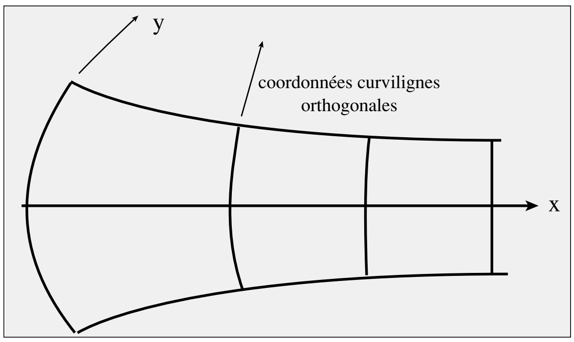


Fig. 1-46- Coordonnées curvilignes mieux adaptées pour l'étude de la conduction thermique d'un corps très rugueux

Optimal curvilinear coordinate system for thermal conduction in corrugated body

L'équation de la chaleur dans ces coordonnées curvilignes s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{S}\frac{dS}{dx}\frac{\partial T}{\partial x}\right] \quad (1.165)$$

La résolution de cette équation dépend bien sûr de la loi de variation de la surface avec la distance. Cette loi n'est pas connue *a priori*. Des études seraient à conduire sur cette question. En tout cas, les logiciels de calcul de thermo-hydraulique ne prennent pas en compte cette «rugosité» et leurs résultats sont donc approchés. Cette sophistication (complication) dans le calcul ne pourrait se justifier que pour des calculs fins de phénomènes de petite ampleur comme les pièges à air chaud ou froid.

1.4.3. La convection forcée, coefficient d'échange

Si de la matière circule, elle transporte avec elle de l'énergie : c'est le phénomène d'advection. Ce processus, couplé avec celui de conduction constitue le phénomène qu'on appelle convection thermique.

La convection thermique est donc le transfert de chaleur associé à un mouvement de fluide, et c'est aussi le mouvement lui même qui permet cet échange. Ce mode d'échange est plus compliqué que la conduction pure car il juxtapose le mouvement et la conduction thermique. Si le mouvement du fluide est causé par un phénomène externe, on parle de convection forcée, par opposition à la convection naturelle pour laquelle le mouvement est dû au transfert de chaleur lui-même. En ce qui concerne les courants d'air souterrains, on verra qu'ils sont dus, pour la plupart, à des effets thermiques, mais nous garderons la distinction habituelle. Pour nous, la convection forcée concerne les écoulements sur de grandes distances alors que l'appellation de convection naturelle sera réservée aux écoulements à faible échelle.

a) La couche limite

Examinons le cas d'un courant d'air léchant une paroi. L'air au loin a une température T_1 tandis que la paroi a une température T_2.

L'écoulement au loin est turbulent, des tourbillons brassent le fluide, rapprochent des particules d'air à proximité de la paroi, puis les éloignent. Mais au voisinage de la paroi, on ne peut pas négliger la viscosité du fluide. On observe expérimentalement que la vitesse moyenne du fluide diminue dans une couche au voisinage de la paroi, la couche limite cinématique, et qu'elle s'annule sur la paroi. Les tourbillons ne peuvent donc pas toucher la paroi. Au voisinage immédiat de la paroi, on observe une couche, dite sous-couche visqueuse, dans laquelle la vitesse est très faible et de direction parallèle à la paroi.

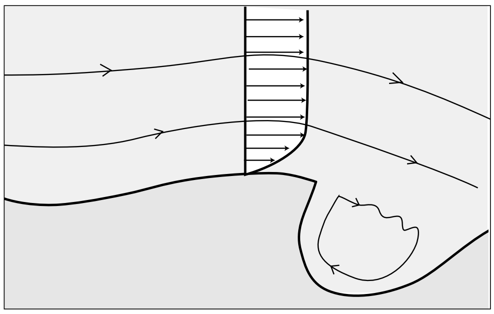


Fig. 1-47- La couche limite turbulente sur une paroi

Turbulent boundary layer on the wall

L'échange thermique se fait de la façon suivante : les tourbillons au large de la paroi transportent (advectent) avec eux l'énergie interne du fluide. Ils permettent à l'air d'avoir, juste au-delà de la couche limite thermique, une température analogue à la température au loin. Dans la sous-couche visqueuse, il ne peut y avoir de mouvement dans la direction de la paroi, mais comme il y a une différence de température entre l'air et la paroi, la conduction thermique peut jouer et c'est elle qui finit de conduire la chaleur à la paroi.

Ainsi, les processus de transferts convectifs dans la couche limite utilisent les deux modes de transfert : advection de la chaleur par les tourbillons turbulents et conduction thermique au voisinage immédiat de la paroi.

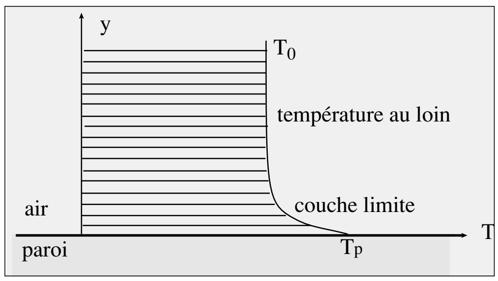


Fig. 1-48- Couche limite thermique

Thermal boundary layer

b) Équation locale de la convection

L'équation locale qui décrit le phénomène s'écrit (u, v, w sont les trois composantes du vecteur vitesse au point considéré, on verra une formulation plus rigoureuse au § A.3.2) :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \text{sources volumiques de chaleur} \quad (1.166)$$

Dans cette équation de convection, le premier terme représente la variation de température en un point lié au caractère non permanent éventuel du phénomène. Les trois termes suivants sont les termes advectifs qui traduisent le fait que le fluide advecte avec lui de l'énergie interne (on verra plus loin que ce qui est advecté, est plutôt de l'enthalpie que de l'énergie interne). Les trois termes du membre de droite nous sont déjà connus, ils représentent la diffusion de la chaleur dans les trois directions de l'espace. Les sources volumiques de chaleur représentent la dissipation visqueuse, c'est-à-dire le transfert d'énergie mécanique en chaleur par la viscosité. On verra plus loin que le terme moteur provient des forces de pesanteur, ainsi ce terme source traduit-il, *in fine*, la dissipation d'une énergie gravitationnelle en chaleur.

Il faut bien se rendre compte que le partage de la tâche, entre le processus d'advection et celui de conduction, est très efficace. On a vu que le flux de conduction, pour un écart de température donné, est inversement proportionnel à l'épaisseur à traverser. La turbulence permet de réduire la distance à l'épaisseur de la sous-couche visqueuse qui est très petite (ordre de grandeur ν/V). Le flux transporté vers la paroi est donc augmenté grâce à la convection dans le rapport rayon de la galerie / épaisseur de la sous-couche visqueuse (c'est-à-dire *grosso modo* $DV/\nu = Re$). En réalité, on trouve que le flux est augmenté non pas comme le nombre de Reynolds Re mais plutôt comme $Re^{0,8}$. La connaissance du gradient de température de l'air à la paroi suffirait à calculer le flux échangé entre le fluide et la paroi. Mais on préfère utiliser la méthode présentée au § suivant.

c) Équation moyennée sur une section. Température moyenne de mélange

L'équation traduisant la conduction-convection locale en un point d'une section n'est pas très exploitable. En général, on s'intéresse à l'évolution le long d'un conduit des caractéristiques de l'air, moyennée dans le temps et moyennées dans une section.

La moyenne dans une section ne pose pas de problèmes particuliers, mais la moyenne dans le temps en pose pour la raison suivante : en mathématique, la moyenne d'une somme est égale à la somme des moyennes, en revanche, la moyenne d'un produit n'est pas égale au produit des moyennes, sauf si les grandeurs ne sont pas corrélées. Mais les grandeurs en mécanique des fluides sont corrélées !

Quelle est la température à prendre en compte dans une section de conduit, pour l'échange thermique entre un courant d'air et une paroi ? On adopte comme moyenne de la température d'un courant d'air, la température moyenne de mélange. Le courant d'air n'a pas une température uniforme dans une section, la température moyenne de mélange est la température qu'atteindrait le fluide si on le faisait brusquement déboucher dans un récipient et qu'on homogénéisait la température à l'aide d'un ventilateur. Cette température est donc la température moyenne pondérée par la vitesse :

$$T_m = \frac{1}{q_v}\int_S T\,V\,dS \quad (1.167)$$

Dans cette équation de définition T_m est la température moyenne de mélange, q_v est le débit volumique (m^3/s), et V est la vitesse axiale moyennée dans le temps.

On montrera facilement que le flux de chaleur advecté par le courant d'air (en W) s'écrit :

$$\Phi_{adv} = \int_S \rho\, c_p\, T\, V\, dS = \rho\, c_p\, q_v\, T_m \quad (1.168)$$

Dans tous les calculs ultérieurs que nous ferons, c'est cette température moyenne de mélange qui sera la température du courant d'air dans une section donnée.

L'énergie thermique advectée par un courant d'air est en général bien plus grande que l'énergie cinétique du mouvement. Par exemple considérons un débit d'air à la vitesse de 2 m/s, l'énergie cinétique du courant d'air permettrait d'accroître la température de la valeur :

$$\frac{1}{2} q_m V^2 = q_m c_p \Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{1}{2}\frac{V^2}{c_p} = \frac{1}{2}\frac{2^2}{1000} = 0{,}002\ °C$$

ce qui est complètement négligeable. On montre que l'effet de l'énergie cinétique sur la température de l'air ne serait sensible que pour des écoulements à nombres de Mach significatifs (M > 0,5), c'est-à-dire des vitesses supérieures à 500 km/h.

d) Bilan thermique sur un tronçon de galerie

Les apports énergétiques se traduiront par une modification de la température moyenne de mélange. Le bilan en régime permanent se ramène simplement à l'écriture suivante : l'ensemble des flux entrants (advecté et d'apport) est égal à l'ensemble des flux sortants :

$$q_m c_p T_{m1} + \Phi = q_m c_p T_{m2} \qquad (1.169)$$

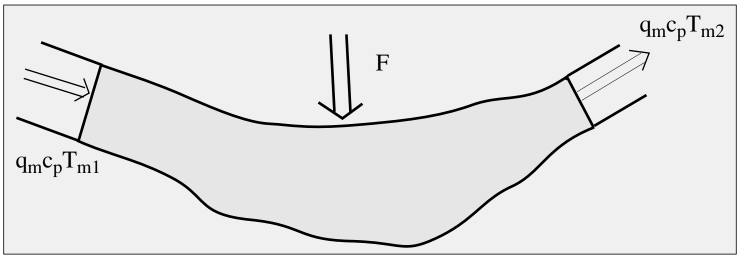


Fig. 1-49- Bilan thermique du courant d'air sur un tronçon de galerie. On a supposé l'absence de condensation ou évaporation

Thermal balance of a gallery, without condensation or evaporation

e) Les lois d'échanges

Le fait de suivre seulement la température moyenne de mélange de l'air simplifie beaucoup les calculs mais empêche d'accéder au gradient thermique à la paroi et donc de calculer le flux Φ échangé entre le fluide et la paroi. On pallie cette difficulté en proposant un assortiment de corrélations adaptées aux usages industriels. En régime d'écoulements turbulents, elles sont toutes empiriques. Elles s'écrivent comme une relation (une corrélation) entre nombres physiques sans dimension. Ces nombres sans dimension sont au nombre de trois.

Nombre de Nusselt. Ce nombre Nu représente l'échange de chaleur divisé par l'unité de flux de conduction :

$$Nu = \frac{\varphi}{\lambda\ \Delta T / D} \qquad (1.170)$$

Dans cette relation φ est la densité de flux transférée (en $W.m^{-2}$) qui est la grandeur recherchée, λ est la conductivité de l'air, ΔT est la différence de température (température moyenne de mélange de l'air moins la température de paroi) et D est le diamètre aéraulique (4 S / P). La densité de flux se calcule comme le flux Φ (en W) divisé par la surface d'échange (le périmètre du conduit P multiplié par la longueur de conduit L).

Le nombre de Reynolds que nous connaissons déjà et qui représente la vitesse sans dimension de l'écoulement :

$$Re = \frac{V\ D}{\nu} \qquad (1.171)$$

Dans cette relation de définition, D le diamètre aéraulique de la conduite, V la vitesse moyenne de débit et ν la viscosité cinématique de l'air.

Le nombre de Prandtl qui est le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement (ν) sur la diffusivité thermique (a) :

$$Pr = \frac{\nu}{a} \ (= 0{,}71 \text{ pour l'air}) \qquad (1.172)$$

Comme pour les pertes de charge, il y a beaucoup de corrélations pour des conduits réguliers mais peu pour des conduits irréguliers comme ceux des cavités naturelles. Les corrélations qui sont proposées par les différents expérimentateurs sont de la forme :

$$\boxed{Nu = \alpha_{conv}\, Re^{0,8} \,.\, Pr^{1/3}} \qquad (1.173)$$

Colburn propose comme constante α_{conv} la valeur 0,023. On verra plus loin que ce coefficient $\alpha_{conv} = 0,023$ est un minimum valable pour les tuyaux lisses mais qu'il faut le majorer pour des conduits irréguliers comme ceux des cavités naturelles. À titre de comparaison si l'écoulement était laminaire, on aurait Nu = 3,66, indépendant de Re et Pr.

Analogie de Reynolds. On démontre la relation :

$$Nu = \frac{\Lambda\, Re}{8} \qquad (1.174)$$

Comme le coefficient de perte de charge devient constant en écoulement turbulent rugueux, on peut admettre que les transferts de chaleur obéiront à une relation du type :

$$Nu = 0,125\ \Lambda\ Re\ Pr^{1/3} \qquad (1.175)$$

Malheureusement, les coefficients de perte de charge équivalents des conduits naturels ne sont pas connus. Pour un coefficient qui vaudrait 0,2, on obtiendrait :

$$Nu = 0,025\ \Lambda\ Re\ Pr^{1/3} \qquad (1.176)$$

On voit ainsi qu'il y a plusieurs façons de modifier les lois de transfert de chaleur mesurées pour des tuyaux lisses afin de les adapter à des conduits naturels. Soit on modifie la constante numérique de la relation de Colburn, soit on monte l'exposant du nombre de Reynolds jusqu'à la valeur 1. Mais le choix est délicat, car il suppose que la notion de diamètre équivalent pour un conduit a un sens, et en fait, elle n'en a guère comme on l'a vu plus haut. Ce qui a un sens, c'est la perte de charge (la résistance aéraulique). Ensuite, il existe une relation entre Λ et le diamètre. Mais on ne peut pas déterminer les deux grandeurs.

Coefficient d'échange. Pour les applications, on préfère souvent utiliser le coefficient d'échange h_{th} déduit du nombre de Nusselt par la relation :

$$h_{th} = \frac{\lambda}{D}\, Nu = \frac{\varphi}{\Delta T} \qquad (1.177)$$

En effet, la densité de flux échangée s'écrit alors sous une forme simple (proposée par Isaac Newton) :

$$\varphi = h_{th}\left(T_1 - T_2\right) \qquad \text{en W.m}^{-2} \qquad (1.178)$$

On peut aussi développer les nombres sans dimension pour mieux juger de l'influence des différentes grandeurs dans l'échange. Pour voir l'influence du diamètre il vaut mieux exprimer la vitesse à partir du débit volume q_v qui se conserve le long d'une portion de conduit (on a adopté 0,7 pour le nombre de Prandtl) :

$$\Phi = 3,55\ \alpha_{conv}\ \lambda\ \left(\frac{q_v}{\nu}\right)^{0,8} \frac{S^{0,2}}{D^{1,2}}\ L\ \Delta T \qquad (1.179)$$

Si la section est proche d'une section circulaire, l'expression se ramène à :

$$\Phi = 3,38\ \alpha_{conv}\ \lambda\ \left(\frac{q_v}{\nu}\right)^{0,8} \frac{1}{D^{0,8}}\ L\ \Delta T \qquad (1.180)$$

Le flux transféré (en W) augmente proportionnellement à l'écart de température et à la longueur de conduit d'échange. Il augmente comme le débit à la puissance 0,8. Il diminue comme l'inverse du diamètre à la puissance 0,8.

Dans un conduit de diamètre variable, c'est dans les resserrements que le flux échangé est le plus grand. Un conduit de diamètre 2 fois plus petit permet de transférer un flux 1,74 fois plus grand.

f) Que deviennent les lois d'échange pour un conduit naturel de diamètre uniforme mais très rugueux ?

Des études expérimentales sur les échanges de chaleur pour des tuyaux lisses et rugueux (Gebhart, 1971) montrent que des rugosités qui augmentent le frottement d'un facteur 20, n'augmentent le nombre de Nusselt de l'échange thermique que d'un facteur 2,8. Ainsi, on constate expérimentalement que les pertes de charge sont plus sensibles à la rugosité que l'échange thermique.

Nous avons déjà vu plus haut le problème théorique des rugosités. Nous allons utiliser ici les mesures fines faites par N. Florsch et l'Asepam (Florsch, 1995) à la mine du Chêne, vallée de Sainte Marie aux Mines pour déduire le coefficient numérique α_{conv} d'une loi d'échange de chaleur entre courant d'air et paroi.

Dans leur article, le flux échangé entre un courant d'air et une paroi de température supposée uniforme est proportionnel à la différence des températures entre le courant d'air (température moyenne de mélange) et la paroi. Cette propriété entraîne une loi de décroissance de l'écart des températures de forme exponentielle (nous démontrerons cette propriété plus loin) :

Nous supposerons que la loi d'échange garde une forme qu'on retrouve dans les écoulements turbulents, c'est-à-dire que le nombre de Nusselt de l'échange moyen est proportionnel au nombre de Reynolds à la puissance 0,8 , et proportionnel au nombre de Prandtl à la puissance 1/3. On supposera donc la corrélation du genre de la relation de Colburn.

$$\text{Colburn modifié} \quad Nu = \alpha_{conv}\, Re^{0,8}\, Pr^{1/3} \qquad (1.181)$$

Après un petit calcul de bilan, on déduit de la valeur expérimentale t_0 celle du coefficient $\alpha_{conv} = 0{,}046$.
On voit qu'ici, la rugosité facilite l'échange de chaleur à la paroi d'un facteur 2.

Conclusion. Les mesures à la mine du Chêne permettent d'affiner une loi d'échange de chaleur en régime turbulent. Le changement en augmentation était prévisible, mais le coefficient 2 est le fruit des mesures. Sa valeur est bien entendue limitée aux galeries dont la rugosité de paroi est similaire à celle de la mine du Chêne. Cette étude n'épuise pas le sujet difficile des transferts sur des parois naturelles.

g) Comment déterminer le diamètre pour les transferts thermiques d'un conduit de section très variable ?

Les mesures dans la mine du Chêne concernent des conduits de section à peu près définies. Mais dans les cavités naturelles, on rencontre des galeries dont le «diamètre aéraulique» (4 fois la surface divisée par le périmètre) est très variable. Comment définir alors un diamètre équivalent pour les transferts thermiques ?

Le problème est tout à fait différent de celui que l'on a déjà rencontré pour le diamètre équivalent pour les pertes de charge. Nous allons remplacer la galerie par une succession de resserrements et de salles et nous allons estimer l'échange de chaleur.

Supposons la galerie représentable par une succession de resserrements et de salles. Dans chaque resserrement, le champ de vitesse est relativement régulier à cause de l'effet de convergence. Dans les salles au contraire, l'écoulement est bien moins rapide mais beaucoup plus irrégulier. Dans ces salles, la différence de température entre l'air et les parois va engendrer des mouvements de convection naturelle. D'où un échange supplémentaire. Mais il est plus simple de dire que le jet engendre par viscosité turbulente des courants de recirculation, restructurés par la convection naturelle.

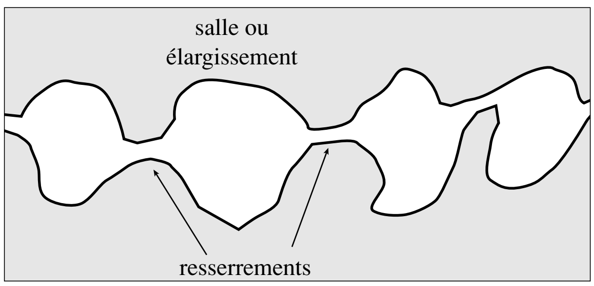


Fig. 1-50- Une galerie naturelle comme succession de resserrements et de salles

Natural gallery is a succession of broad and narrow passages

Nous allons calculer le transfert dans un resserrement de longueur L et de diamètre aéraulique D par une loi de convection forcée de type Colburn (en sachant qu'il faut augmenter nettement le coefficient) et nous calculerons aussi le transfert dans la salle par une relation analogue (car les relations de convection naturelle sous-estimeraient l'échange).

La densité de puissance transférée au niveau de la salle est plus petite que dans le resserrement, mais la surface d'échange étant plus grande, il y a une compensation partielle. Calculons la puissance Φ dans le resserrement et la puissance Φ' dans la salle :

$$\Phi = 3{,}38\ \alpha_{conv}\ \lambda\ \left(\frac{q_v}{\nu}\right)^{0,8} \frac{1}{D^{0,8}}\ L\ \Delta T \qquad (1.182)$$

$$\Phi' = 3{,}38\ \alpha_{conv}\ \lambda\ \left(\frac{q'_v}{\nu}\right)^{0,8} \frac{1}{D'^{0,8}}\ L\ \Delta T \qquad (1.183)$$

Formons le rapport de ces deux puissances Φ' / Φ (et appliquons la conservation du débit volume) :

$$\frac{\Phi'}{\Phi} = \left(\frac{D}{D'}\right)^{0,8} \qquad (1.184)$$

Nous avons déjà vu cette propriété au-dessus. Ce résultat est bien sûr très grossier, mais il donne tout de même une indication. À défaut de mieux, nous proposerons comme diamètre équivalent pour une galerie, le diamètre moyen D_{th} construit par :

$$\frac{1}{D_{th}^{0,8}} = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{1}{D^{0,8}}\,dx \qquad (1.185)$$

Si le réseau est mis sous une forme discrétisée, la relation devient :

$$\frac{1}{D_{th}^{0,8}} = \frac{1}{\sum_1^n L_i} \sum_1^n \frac{L_i}{D_i^{0,8}} \qquad (1.186)$$

Exemple d'application. Appliquons cette relation pour trouver le diamètre équivalent à un ensemble de n resserrements de longueur L séparant des salles de diamètre aéraulique 5 fois plus grand et de même longueur L. Ce diamètre moyen thermique est donné par :

$$\frac{1}{D_{th}^{0,8}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{D^{0,8}} + \frac{1}{(5\,D)^{0,8}}\right) = \frac{0{,}638}{D^{0,8}} \quad \text{d'où}\ \ D_{th} = 1{,}75\ D \qquad (1.187)$$

Le diamètre est intermédiaire entre les diamètres extrêmes, mais les salles jouent un rôle pas du tout négligeable (contrairement à ce qui se passe pour les pertes de charge). Il ne faut pas se faire d'illusions, des mesures seraient à entreprendre sur ce sujet et le résultat serait probablement assez différent de ce que nous supposons.

h) Résistance thermique locale à la paroi d'un conduit souterrain

La présentation habituelle des corrélations, c'est-à-dire la formulation d'une relation entre un nombre de Nusselt et les deux nombres de Reynolds et de Prandtl, est bien adaptée aux conduites industrielles, mais ne l'est pas aux conduits naturels pour la raison que l'on a vue plus haut pour les pertes de charge : il n'est pas possible de définir correctement un diamètre moyen pour un tronçon de conduit.

Il faut s'en tenir à la puissance échangée. La seule relation utile est la relation entre le flux (en W) et la différence de température (entre air et paroi). Cette relation fait intervenir une résistance thermique (ou son inverse une conductance).

$$\boxed{\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}}} \qquad (1.188)$$

Il existe une relation très simple entre la résistance thermique R_{th} et le coefficient d'échange h_{th} :

$$\Phi = \varphi S \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\Delta T}{R_{th}} = h_{th}\, S\, \Delta T \quad \Rightarrow \quad R_{th} = \frac{1}{h_{th}\, S} \tag{1.189}$$

Dans cette relation S est la surface de paroi où se produit le transfert de chaleur. Mais on a vu que le diamètre n'étant pas défini simplement, la surface d'échange n'est pas facile à définir, donc le coefficient d'échange non plus. Il vaut donc mieux s'en tenir à la résistance thermique.

Le flux transmis se mesure simplement par la baisse de la température moyenne de mélange sur la longueur du conduit. Cette mesure est analogue à la mesure du débit masse pour la détermination de la résistance aéraulique. Mais alors qu'il est simple de mesurer la perte de charge dans un conduit en tirant un tuyau souple et en installant un manomètre, il est difficile d'apprécier la différence de température entre le courant d'air et la paroi. En effet, cette différence comprend deux termes. L'un est la température moyenne de mélange de l'air qui est assez facilement mesurable. Mais l'autre est la température de paroi et cette température n'est pas uniforme sur le périmètre d'un conduit. La conduction thermique crée une résistance thermique supplémentaire entre la paroi et la roche au loin et la température moyenne de paroi n'est pas facile à définir.

i) Couplage convection - conduction à la paroi : les deux résistances thermiques en série

Un courant d'air qui circule dans une galerie possède une température de mélange donnée. La roche au loin possède aussi une température donnée (température profonde du massif par exemple). La paroi en revanche n'est pas une surface isotherme.

Dans les calculs thermiques d'un fluide circulant dans un tuyau, il est facile de voir que la paroi possède une température uniforme à une abscisse donnée. Cette température est intermédiaire entre la température du fluide et la température dans le solide au loin. Dans le cas d'un conduit naturel, cette propriété n'est plus vérifiée.

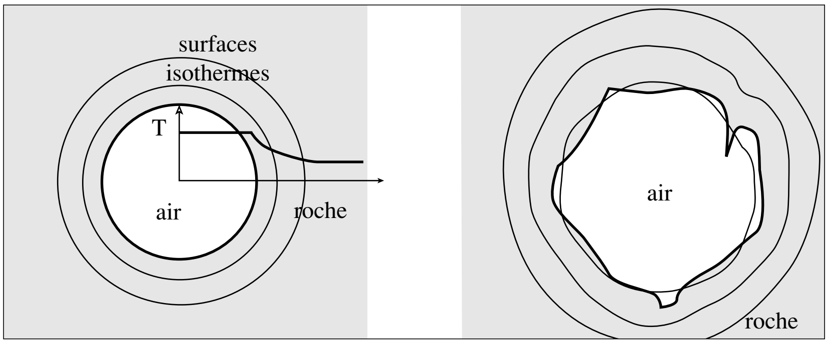


Fig. 1-51- La paroi d'un conduit naturel n'est pas une surface isotherme contrairement à celle d'un tuyau cylindrique

The wall on natural duct is not an isothermal surface

Examinons en détail ce problème en terme de résistances thermiques. Ce concept ne s'applique bien que pour des régimes permanents mais nous allons l'étendre au régime variable de période donnée. Soit Pé cette période (en s). L'épaisseur de pénétration thermique, (ou en d'autres termes, la distance d'influence de la perturbation thermique) est donnée par $e \approx \sqrt{a_c\, Pé}$. Dans cette relation, a_c est la diffusivité thermique du calcaire, Pé la période de l'excitation thermique supposée sinusoïdale. On calcule le transfert, comme s'il était permanent, à l'aide des deux résistance thermiques en série :

$$R_{cond} = \frac{e}{\lambda_c\, S} \tag{1.190}$$

$$R_{conv} = \frac{1}{h_{th}\, S} = \frac{D}{\lambda_a\, Nu}\frac{1}{S} \tag{1.191}$$

Il est facile d'écrire l'équivalent de la loi d'Ohm :

$$T_m - T_p = R_{conv}\, \Phi \qquad \text{et} \qquad T_p - T_r = R_{cond}\, \Phi \tag{1.192}$$

et on en déduit le rapport :

$$\frac{T_m - T_p}{T_m - T_r} = \frac{R_{conv}}{R_{conv} + R_{cond}} \tag{1.193}$$

Suivant les valeurs des résistances thermiques, la température de paroi sera voisine de la température de l'air ou de celle de la roche au loin.

En adoptant la corrélation de Colburn, on peut chiffrer cette discussion :

$$\frac{T_m - T_p}{T_m - T_r} = \frac{1}{1 + \frac{R_{cond}}{R_{conv}}} = \frac{1}{1 + \frac{e\,\lambda_a\,\alpha_{conv} Re^{0,8}.\,Pr^{1/3}}{\lambda_c D}} \qquad (1.194)$$

$$\frac{T_m - T_p}{T_m - T_r} = \frac{1}{1 + \sqrt{2,23.10^{-6}\,Pé}\;\frac{0,025}{2,25}\,\frac{0,023}{D}\left(\frac{VD}{14.10^{-6}}\right)^{0,8} 0,71^{1/3}}$$

$$\frac{T_m - T_p}{T_m - T_r} = \frac{1}{1 + 2,6.10^{-3}\,Pé^{0,5} V^{0,8} D^{-0,2}} \qquad (1.195)$$

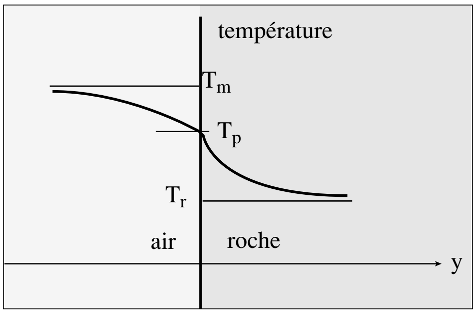


Fig 1-52- La température de paroi est en général intermédiaire entre les deux températures de l'air et de la roche profonde

Wall temperature between air and body temperatures

Période journalière. Par exemple pour une période journalière de 86400 s :

$$V^{0,8}D^{-0,2} >> 1,3 \quad \Rightarrow \quad T_p \approx T_m \qquad (1.196)$$

$$V^{0,8}D^{-0,2} << 1,3 \quad \Rightarrow \quad T_p \approx T_r \qquad (1.197)$$

Ainsi pour un diamètre de 2 m, la vitesse critique (celle qui donne 1,3 pour le produit au-dessus) vaut V = 1,5 m/s correspondant à un gros débit de 4,7 m^3/s. Pour un débit nettement plus petit, la température de la paroi est voisine de la température profonde de la roche. Pour un débit nettement plus fort, la température de paroi est voisine de celle de l'air.

On peut aussi raisonner en terme de résistances. Pour un faible débit (par rapport au débit critique) la résistance de conduction peut être négligée devant l'autre. La paroi a une température bien définie, on peut définir la résistance thermique de convection de façon satisfaisante. En revanche, si le débit est nettement plus grand que le débit critique, c'est la résistance thermique de convection qu'on peut négliger devant l'autre. La résistance de convection est alors mal définie, mais c'est sans importance.

Période annuelle. Pour une période annuelle, la condition s'écrirait :

$$V^{0,8}D^{-0,2} >> 0,07 \quad \Rightarrow \quad T_p \approx T_m \qquad (1.198)$$

$$V^{0,8}D^{-0,2} << 0,07 \quad \Rightarrow \quad T_p \approx T_r \qquad (1.199)$$

Ainsi pour un diamètre de 2 m, la vitesse critique vaut V = 0,08 m/s soit le débit de 0,25 m^3/s. Pour un débit nettement plus faible, la température de paroi est voisine de la température profonde de la roche (la résistance conductive est négligeable). La résistance thermique de convection a un sens. Pour un débit nettement plus grand, la température de paroi est voisine plutôt de la température de l'air (la résistance convective est négligeable et n'a guère de sens).

Conclusion. Notre petite analyse nous permet de confirmer la cohérence de la notion de résistance thermique convective. Quand elle est mesurable, elle intervient dans l'échange. Quand sa mesure est très sujette à caution, son importance est négligeable, c'est la résistance conductive qui intervient.

Les transferts de chaleur révèlent toute leur complexité. Alors que la résistance aéraulique ne dépend que des caractéristiques géométriques du conduit, la résistance thermique dépend de la période du phénomène. S'il y a plusieurs périodes, le problème se complique puisque l'amplitude de chaque période intervient alors. On reviendra en détail sur ces questions dans la 3e partie.

j) Cas de galeries en parallèle, de trémies

Soit un conduit qui se divise en plusieurs conduits en parallèle, par exemple deux galeries de mêmes sections et telles que la surface totale de passage reste inchangée. Comparons les flux échangés sur une même longueur avec la section totale (tronçon AB, flux Φ) et dans les deux branches de section moitié (tronçon BE, flux total Φ'). Puisque la surface totale de passage reste la même, la vitesse est la même dans la branche unique et dans le tronçon dédoublé, mais le débit dans un des conduits dédoublé est divisé par deux. En reprenant l'équation qui fournit le flux transféré, on déduit le rapport des flux de chaleur :

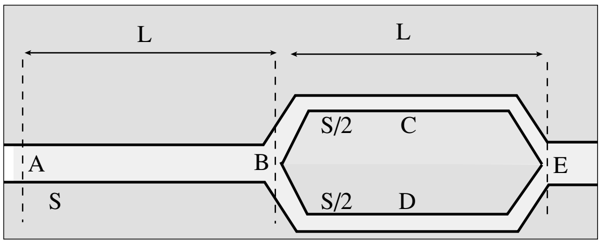


Fig. 1-53- Exemple de diffluence à surface conservée. Le courant d'air se sépare en deux parties, mais la surface totale de passage reste constante. Le flux total échangé est plus grand.

One gallery and two galleries of same total transversal surfaces

$$\frac{\Phi'}{\Phi} = 2\left(\frac{q'_v}{q_v}\right)^{0,8}\left(\frac{S}{S'}\right)^{0,4} = 2.0,5^{0,8}.2^{0,4} = 1,51 \qquad (1.200)$$

On voit que le flux transféré dans la partie dédoublée est plus grand de 51 % que dans la partie non dédoublée de même section globale.

Trémie. On pourrait facilement généraliser la relation à une trémie par exemple en supposant que la section totale est conservée. Supposons que la trémie est assimilable à n conduits en parallèle (en réalité une trémie est plutôt un ensemble de conduits en série et en parallèles). Le rapport des deux flux devient :

$$\frac{\Phi'}{\Phi} = n\left(\frac{1}{n}\right)^{0,8} n^{0,4} = n^{0,6} \qquad (1.201)$$

Plus la galerie se divise, et plus le flux transféré augmente. Par exemple une division en 10 conduits s'accompagne d'un flux 4 fois plus grand. Mais il faut prendre garde à un phénomène que nous ne pourrons apprécier que dans la troisième partie, c'est que l'inertie thermique attachée à une trémie est limitée. Assez rapidement (disons quelques jours) la température de la trémie est égale à la température du courant d'air. Il n'y a alors plus d'échange du tout. Le courant d'air traverse alors la trémie sans changer de température.

En revanche, une trémie est un redoutable filtre pour les hautes fréquences (des fluctuations thermiques de l'air). Elle laissera passer les basses fréquences et lissera tout ce qui est trop rapide. L'efficacité thermique telle qu'on la définit plus loin sera très différente suivant les fréquences envisagées.

k) Morphologie induite par un courant d'air : coups de gouges dans la glace

Un courant d'air peut induire un type de morphologie par les particules qu'il entraîne comme on le voit dans les déserts. On qualifie ce type de morphologie, d'éolienne. On pourrait rencontrer cette morphologie aux entrées de grottes ou en de rares endroits à grandes vitesses de courant d'air.

Mais le courant d'air peut créer aussi une morphologie sur la glace ou la neige grâce à la chaleur qu'il transporte. Ces morphologies ont été bien étudiées : il s'agit des vagues d'érosion ou coups de gouges. Le mot anglais *scallop* dérive du vieux mot français escalope qui au 12e siècle signifiait coquille (d'huitre ou de moule) avant de s'appliquer à une préparation culinaire à base de veau.

Ces structures en creux de la forme d'une cuillère résultent de la structure aérodynamique du courant d'air. La couche limite turbulente à la paroi présente des structures géométriques cohérentes qui font que le flux de chaleur transmis à la paroi est inhomogène. Cette inhomogénéïté conduit à la formation de creux aux endroits où le flux est maximal. Il y a ensuite une rétroaction de ces rugosités sur l'écoulement qui fixe la localisation des structures turbulentes. Le processus s'auto-entretient et la morphologie se maintient alors que la paroi de glace fond progressivement. L'eau s'évacue vers l'intérieur s'il s'agit de neige, ou coule ou tombe s'il s'agit de glace. Le vecteur déplacement de la morphologie comprend une composante vers l'intérieur de la glace et une autre vers l'aval du courant d'air (photo tome 1 p. 28).

Curl (1966) a montré que la taille des coups de gouge est inversement proportionnelle à la vitesse, car le nombre de Reynolds attaché à la structure est constant. Il s'agit d'un nombre de Reynolds lié à la transition laminaire turbulente d'un jet pariétal.

La relation qu'on peut déduire est : $V L = 21000\, \nu$ avec ν viscosité cinématique de l'air.
Pour T = 0°C, on a donc la relation : $V L = 0{,}3$ avec V en m/s et L en m

Exemple d'application : une surface de neige est tapissée de coups de gouge de 30 cm de longueur moyenne, on en déduit que l'écoulement d'air a une vitesse voisine de 1 m/s. Cette vitesse est celle qui existe à une distance de l'ordre de L de la paroi. En général l'écoulement sur une pente de neige est stratifié et le courant d'air au-dessus de la neige est un courant de densité. Si les vitesses varient dans le temps, on peut trouver des répartitions de tailles bimodales (Lauritzen, Lundberg, 2000).

1.4.4. Convection naturelle

La convection naturelle est le mouvement qui prend naissance quand des corps de températures différentes sont placés au voisinage les uns des autres.

Nous allons en détailler le mécanisme sur l'exemple simple d'un solide plus chaud que l'air ambiant. Le solide chauffe par conduction l'air qui est à son contact. La température de cet air augmente, et donc, la masse volumique diminue. Mais alors localement il apparaît des gradients de pression motrice. En effet, la répartition des pressions dépend de la masse volumique de l'air. Les surfaces isobares qui sont des plans horizontaux en l'absence de mouvement, se déforment et c'est cette déformation qui engendre un mouvement. L'écoulement modifie la répartition des températures et des pressions motrices. Une couche limite se développe pour laquelle les forces visqueuses équilibrent les forces dues au gradient de pression motrice. En bas, le fluide est aspiré par un léger gradient de pression. En haut, le fluide s'échappe en un sillage thermique à même pression que l'ambiante. On voit ainsi que les isobares sont déformées principalement en bas du solide.

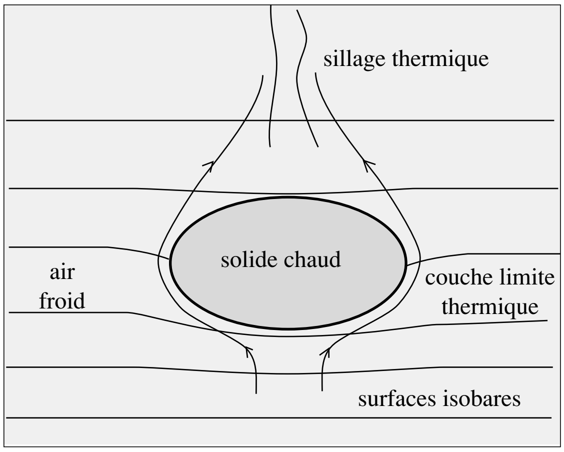


Fig. 1-54- Convection naturelle sur un objet chaud

Natural convection arround a warm body

L'écoulement est caractérisé par le carré d'un nombre de Reynolds qu'on appelle nombre de Grashof, et qui est défini par :

$$Gr = \left(\frac{V\,H}{\nu}\right)^2 \quad \text{avec} \quad V = \sqrt{g\,\beta\,\Delta T\,H} \tag{1.202}$$

$$\text{pour l'air} \quad V = \sqrt{\frac{\Delta T}{T}\,g\;H} \tag{1.203}$$

La vitesse typique qui est créée par le phénomène, dépend de la racine carrée de l'accélération de la pesanteur, du coefficient de dilatation isobare ß (qui pour un gaz parfait est l'inverse de la température absolue $ß = 1/T$ en K^{-1}), de l'écart de température ΔT et de la longueur caractéristique H dans le sens vertical. Physiquement, cette vitesse est celle qu'on calculerait en écrivant que le travail des forces de pesanteur a été récupéré sous forme d'énergie cinétique par le fluide. C'est une formule de Toricelli modifiée. La vitesse indiquée ici n'est donc qu'un ordre de grandeur des vitesses qu'on pourrait mesurer.

$$\beta = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \qquad \left(= \frac{1}{T} \text{ pour un gaz parfait}\right) \tag{1.204}$$

Là encore, l'écoulement peut être laminaire ou turbulent. On peut calculer l'échange de chaleur à partir d'un nombre de Nusselt qui en laminaire pour $Gr < 10^9$ vaut :

$$\varphi = Nu\ \lambda_a \frac{\Delta T}{H} \qquad \text{et} \qquad Nu = 0{,}5\ Gr^{0,25} \tag{1.205}$$

et qui en turbulent pour $Gr > 10^9$ s'écrit

$$\varphi = Nu\ \lambda_a \frac{\Delta T}{H} \qquad \text{et} \qquad Nu = 0{,}13\ Gr^{0,33} \tag{1.206}$$

Dans ces relations λ_a est la conductivité thermique de l'air, H est la dénivellation disponible.

Pour qu'un mouvement de convection naturelle s'amorce, il faut bien sûr que l'air chauffé par le solide prenne localement un profil instable. Dans une galerie, il y a plusieurs possibilités :

- Le courant d'air est plus froid que les parois. Dans ce cas, l'instabilité s'amorce au plancher de la galerie. L'air monte sur les côtés et descend au centre.
- Le courant d'air est plus chaud que la paroi. C'est l'inverse du cas précédent, l'instabilité s'amorce au plafond.

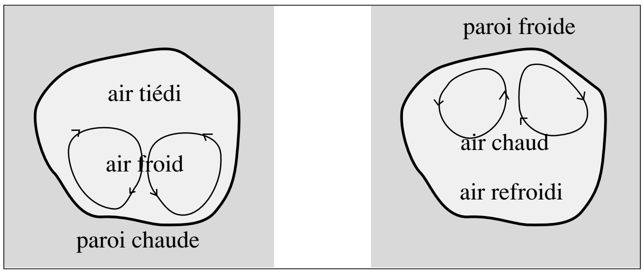


Fig. 1-55- Convection naturelle dans une salle

Natural convection in the room

La paroi peut être remplacée par un écoulement d'eau. Dans ce cas, l'instabilité n'apparaîtra que si l'eau est plus chaude que l'air. Il pourra aussi apparaître un brouillard. Le cas d'un air chaud passant lentement sur de l'eau froide est stable et conduit à une stratification en densité de l'air.

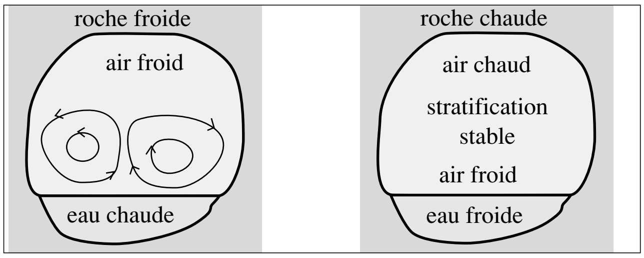


Fig. 1-56- Convection naturelle avec eau

Natural convection from water

Un peu plus loin (§ 1.5), nous étudierons les phénomènes de transferts de vapeur. Comme la vapeur d'eau est moins dense que l'air ambiant, une différence d'humidité conduit à une différence de masses volumiques donc à une convection possible, mais la différence de masses volumiques que l'on peut obtenir dans une grotte par ce moyen est très petite et les mouvements seront donc très faibles.

1.4.5. Nombre de Richardson et convection mixte

Lorsque la vitesse dans un conduit est très faible et s'il existe une différence de température entre le haut et le bas, il peut coexister les deux échanges, l'un par convection forcée et l'autre par convection naturelle. C'est le nombre de Richardson qui permet de se situer entre les deux modes de transferts.

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \qquad \text{soit encore} \qquad Ri = \left(\frac{V_n}{V_f}\frac{H}{D}\right)^2 \quad \text{avec} \quad V_n = \sqrt{\frac{\Delta T}{T}\, g\, H} \tag{1.207}$$

Le nombre de Grashof est calculé à partir de la différence de température et la dénivellation H alors que le nombre de Reynolds est calculé à partir de la vitesse de l'écoulement et du diamètre hydraulique. Si le nombre de Richardson est grand devant 1, l'échange est en convection naturelle, s'il est petit devant un, l'échange se calculera en convection forcée. Lorsque le nombre de Richardson est voisin de 1, on fait un panachage des deux corrélations en tenant compte du fait que les deux vitesse s'ajoutent ou se retranchent. On trouvera des références dans Incropera (1990, p. 524).

1.4.6. Les transferts de chaleur par rayonnement

Des surfaces solides qui n'ont pas la même température peuvent échanger de la chaleur par convection par l'intermédiaire de la couche d'air qui les sépare. Mais même en l'absence de cette couche d'air, elles pourraient échanger de la chaleur par rayonnement. On peut montrer facilement que les flux échangés par rayonnement sont du même ordre de grandeur que les flux échangés par convection naturelle. On en déduit qu'en convection forcée, on peut négliger le rayonnement, mais pas en convection naturelle.

Toutes les surfaces qui ont une température différente de 0 K, émettent des photons. Leur énergie est prélevée sur l'énergie interne et cette émission refroidit donc le corps émetteur. Ces photons peuvent être absorbés par une autre surface et augmentent alors sa température. Le rayonnement est donc une manière d'échanger de la chaleur.

a) Loi de Stefan-Boltzmann (1879-1881)

La loi qui régit cette émission est la loi de Stefan-Boltzmann : la densité de flux émis par une surface est proportionnelle à la puissance quatrième de la température Kelvin.

$$\varphi = \varepsilon_r \sigma T^4 \quad \text{en} \quad W.m^{-2} \tag{1.208}$$

Dans cette relation, ε_r est l'émissivité qui dépend de la surface émettrice, σ est une constante universelle qui vaut 5,7 10^{-8} W m^{-2} K^{-4} , et T la température en Kelvin. On définit l'absorptivité d'une surface par le rapport entre le flux absorbé et le flux incident. On la note a. Plus précisément, il faudrait définir une émissivité et une absorptivité pour chaque longueur d'onde et chaque direction de l'espace au-dessus de la surface. L'émissivité est d'autant plus grande que le corps est plus absorbant. La loi de Kirchhoff montre en effet que ces deux grandeurs sont égales.

$$a_{\lambda\Omega} = \varepsilon_{\lambda\Omega} \quad \text{pour la longueur d'onde } \lambda \text{ et la direction } \Omega \tag{1.209}$$

Mais les surfaces des conduits naturels sont dites grises, c'est-à-dire que l'émissivité ne dépend pas de la longueur d'onde et la surface est lambertienne pour les aspects directionnels (cf. Incropera 1990). Une surface est lambertienne pour le rayonnement si le flux émis ou réfléchi est le même quelle que soit la direction (pour une surface apparente identique). Dans les cavernes on pourra prendre $\varepsilon_r = 1$.

L'air n'émet pratiquement pas car il est transparent. Par conséquent, il n'absorbe pratiquement pas le rayonnement qui le traverse. Il n'y a pas d'échange important par rayonnement avec lui (au moins dans une grotte). Les échanges par rayonnement pourront intervenir entre une paroi et une autre, refroidie par exemple par de l'eau.

Échange entre deux parois. On calcule l'échange entre deux parois en faisant le bilan de rayonnement pour une des parois. Le flux $\Phi_{SS'}$ est le bilan comptable pour S des échanges thermiques par rayonnement entre les surfaces S et S'. Une perte est comptée négative, un gain est compté positif.

$$\Phi_{SS'} = \varepsilon_r \varepsilon'_r F_{SS'} S \sigma (T'^4 - T^4) \tag{1.210}$$

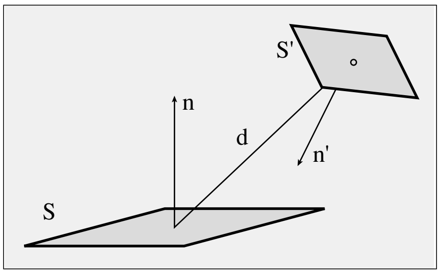


Fig. 1-57- Bilan pour S des échanges de rayonnement entre S et S'.
La surface S émet un rayonnement dont une partie tombe sur S' et réciproquement pour S'

Radiating balance between two surfaces

Dans cette expression $F_{SS'}$ est un nombre pur qui traduit la propriété que tous les photons émis par la surface S' ne tombent pas sur S, et réciproquement que tous les photons émis par S ne vont pas vers S'. On l'appelle facteur de forme. On voit facilement que pour que S ait un échange excédentaire avec S', il suffit qu'elle soit plus froide.

Comme les températures dans le karst ne présentent pas de grandes différences, on peut linéariser l'expression de la loi d'échange par rayonnement entre deux parois :

$$\Phi_{SS'} \approx 4 \varepsilon_r \varepsilon'_r F_{SS'} S \sigma T^3 (T' - T) \tag{1.211}$$

Cette expression approchée est pratique en ce que le flux est proportionnel à l'écart de température.

Cas particulier simple. Le facteur $F_{SS'}$ est très simple et vaut 1 dans le cas où les surfaces S et S' ont des températures uniformes et où la surface S' entoure complètement la surface S, avec une surface S convexe. Comme les émissivités des surfaces des cavités sont souvent voisines de 1, l'expression du bilan prend alors la forme numérique (pour T voisine de 283 K) :

$$\Phi_{SS'} \approx 5{,}17\ S\,(T' - T) \qquad \text{en W} \quad \text{avec S en m}^2 \tag{1.212}$$

Le rayonnement est un mode d'échange peu puissant dans les cavernes. Chaque fois qu'il y aura de la convection forcée, le rayonnement passera inaperçu. En revanche, dans un air calme, le rayonnement est bien plus efficace que la conduction, et du même ordre de grandeur que la convection naturelle.

b) Compétition conduction-rayonnement

Pour montrer cette propriété, examinons le cas simpliste d'un plancher de galerie à une température T_1 et d'un plafond à une température T_2 ($T_2 > T_1$ pour la stabilité de l'air). La distance entre les deux étant d . L'échange par conduction vaut :

$$\varphi = \lambda\,\frac{T_1 - T_2}{d} \tag{1.213}$$

L'échange par rayonnement est quant à lui :

$$\varphi = \sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) \approx 4\,\sigma\,T_m^3\,(T_1 - T_2) \tag{1.214}$$

Les deux échanges seront égaux si :

$$d = \frac{\lambda}{4\,\sigma\,T_m^3} = 0{,}5 \text{ cm} \tag{1.215}$$

Si d est plus petit que 0,5 centimètre, c'est l'échange par conduction qui est le plus important, sinon, c'est celui par rayonnement. On en conclut qu'une salle à stratification thermique stable parviendra à l'équilibre thermique presque uniquement par l'action du rayonnement.

De même, la compétition rayonnement-convection naturelle conduit à un effet d'échelle qui sera étudié au § 4.4.3.a.

c) Retard thermique des poches secondaires

Dans un conduit parcouru par un courant d'air avec échange de chaleur, la convection forcée est le phénomène dominant et les températures de paroi évoluent dans le temps. Mais certains recoins des conduits sont protégés de ce phénomène, en particulier ceux qui constituent des sortes de poches latérales. La mise en température de l'air dans ces poches se fait par convection naturelle si la disposition thermique est favorable (air froid au-dessus ou air chaud au-dessous). Mais dans les autres cas, ces poches possèdent une stratification thermique stable. C'est le rayonnement qui joue alors le rôle principal. Essayons de quantifier son action.

Considérons par exemple une entrée basse parcourue par un courant d'air hivernal froid et supposons l'existence d'une poche au plafond, qui est donc protégée des intrusions d'air froid. La température dans le corps principal de la galerie évolue en fonction du temps alors que la température dans la poche chaude suit avec un retard. Trouvons un ordre de grandeur du retard.

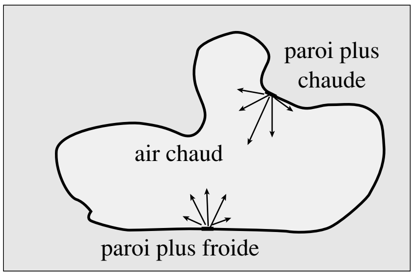


Fig. 1-58- Rayonnement entre une paroi froide et une poche d'air chaud protégé

Thermal radiation between cold wall and warm air

Supposons que l'évolution de la température de la paroi inférieure soit linéaire avec le temps (au moins sur un temps pas trop long). Le flux perdu par unité de surface de la paroi chaude s'écrit :

$$\varphi \approx \sigma\,F\,T_m^3\,(T_c - T_f) \qquad \text{avec} \qquad T_f = T_0\,(1 - \beta\,t) \tag{1.216}$$

Dans cette expression T_c est la température de la paroi chaude, T_f celle de la paroi froide, T_m est la température moyenne et F est le facteur géométrique appelé facteur de forme (plus petit que 1) qui traduit le fait que certains photons émis par la paroi chaude tombent sur la paroi chaude et ne servent à rien dans le transfert.

La température T_f évolue à cause du flux cédé par la paroi inférieur au courant d'air froid. L'écart de température entre la poche chaude et le reste de la galerie atteindra un maximum qui est caractérisé par l'égalité des densités de flux de rayonnement et de convection, soit :

$$T_c - T_f \approx \frac{\varphi_{conv}}{\sigma\, F\, T_m^3} \qquad (1.217)$$

En adoptant le relation de Colburn pour le transfert de convection forcée, on peut calculer le rapport entre l'écart de température chauf-froid T_c-T_f et l'écart de température entre l'air froid et la paroi froide ΔT. On adopte un facteur d'angle F = 0,5 ce qui représente une poche bien ouverte sur la galerie (puisque la moitié des photons émis par la paroi chaude tombent sur la paroi froide).

$$\frac{T_c - T_f}{\Delta T} \approx \frac{\alpha_{conv}\, V^{0,8}\, Pr^{1/3}\, \lambda_a}{\nu^{0,8}\, \sigma F\, T_m^3\, D^{0,2}} \approx \frac{0{,}023\ .\ 0{,}7^{1/3}.0{,}024}{\left(14.10^{-6}\right)^{0,8}.\ 5{,}7.10^{-8}\ 0{,}5.\ 278^3}\, \frac{V^{0,8}}{D^{0,2}} = 6{,}1\, \frac{V^{0,8}}{D^{0,2}} \qquad (1.218)$$

Exemple. On voit sur l'expression au-dessus que le rayonnement n'est pas très efficace, puisque, pour une vitesse de courant d'air V = 0,5 m/s et un diamètre de 2 m, le rapport vaut 3. C'est-à-dire qu'on pourrait rencontrer une galerie avec un courant d'air à 2°C passant sur une paroi à 3°C et surmonté d'une poche d'air chaud à 6°C. Malgré cet écart qui va rester constant, la poche suivra, de loin, l'évolution de la température de paroi.

1.4.7. Efficacité de l'échange thermique dans un conduit

Dans le cas de l'écoulement de l'air, on a été capable de présenter une expérience simple de détermination de la résistance aéraulique, c'est-à-dire de la réaction du conduit à l'écoulement. On aimerait pouvoir décrire une expérience analogue dans le cas des transferts de chaleur. Un courant d'air qui pénètre dans une cavité voit sa température évoluer jusqu'à rejoindre éventuellement la température profonde du massif. Pour les réseaux importants et profonds, seuls les conduits situés près des entrées du réseau interviendront dans les transferts thermiques. Ainsi, il suffira de se limiter à ces conduits-là.

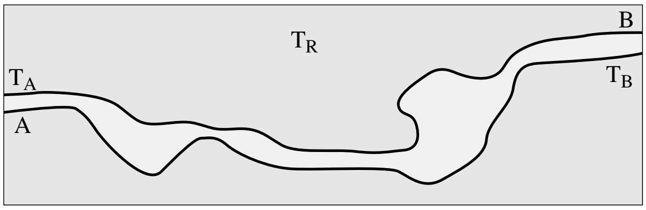


Fig. 1-59- L'évolution de la température de l'air dans un conduit est bien caractérisée par l'efficacité thermique ε

Evolution of air temperature in the gallery

On peut donc définir, comme dans l'étude des échangeurs thermiques, l'efficacité thermique d'un réseau ou d'une partie de réseau. Cette efficacité est définie, par définition, comme l'écart de température réellement observé, divisé par l'écart maximal possible.

$$\varepsilon = \frac{T_A - T_B}{T_A - T_R} \qquad (1.219)$$

Cette grandeur est-elle indépendante des conditions d'expérience ? Bien évidemment, non ! On comprend bien que l'efficacité variera suivant l'état thermique passé des parois de la galerie. Elle dépendra aussi du temps puisque, si le courant d'air reste assez longtemps, il influencera profondément la température de la roche et le transfert thermique diminuera. De même, des conditions extérieures différentes (période de pluie ou de sécheresse) influeront sur l'efficacité à cause de la percolation de l'eau aux parois et à cause des écoulements souterrains.

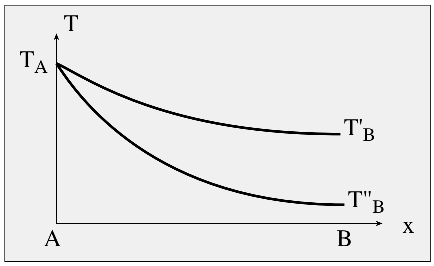


Fig. 1-60- L'amortissement de l'amplitude des oscillations thermiques le long du conduit.
T'_B correspond aux fluctuations journalières
T''_B aux fluctuations annuelles

The damping of oscillatory air temperature
T'_B the diary frequencies
T''_B yearly frequencies

On ne peut guère espérer observer une variation brusque de température succédant à une longue durée de température constante. La seule méthode simple et exploitable expérimentalement est de chercher sur les enregistrements de températures une oscillation bien marquée. On peut alors déterminer, pour cette fréquence, la réponse du tronçon de galerie à une oscillation à peu près sinusoïdale.

$$\varepsilon = \frac{\Delta T_A - \Delta T_B}{\Delta T_A} \qquad (1.220)$$

On remarque que l'efficacité ainsi définie représente aussi la valeur de l'amortissement de l'amplitude entre les points A et B. Quand l'amortissement de l'amplitude est total, il vaut 1, de même que l'efficacité ε. Quand l'amortissement est nul, l'efficacité aussi. Une oscillation thermique qui s'amortit complètement traduit un transfert thermique efficace.

L'efficacité thermique est un caractère global, qui englobe aussi le débit d'air. Pour la fréquence annuelle, ce caractère peut rester inclus dans l'efficacité, mais pour la fréquence journalière, il est bien évident que la valeur de l'efficacité dépendra de la température moyenne sur la journée.

L'efficacité est une sorte de fonction de transfert pour un signal d'entrée thermique, variant en fréquence. Cette fonction de transfert dépend de la température moyenne sur la période, de la vitesse moyenne et donc de l'amplitude de l'oscillation de température et des conditions météorologiques présentes. Elle dépend aussi un peu des conditions passées (comme on le verra plus loin).

On pourrait imaginer fournir la courbe donnant, pour l'ensemble des fréquences, la réponse du conduit avec pour paramètre supplémentaire la température moyenne sur la période d'étude. Mais c'est trop demander expérimentalement. En revanche, il est assez aisé de fournir 4 efficacités. Les 3 premières concernant les oscillations journalières pour 3 valeurs de la température moyenne journalière (par exemple, température de canicule, température de régime intermédiaire et température de période froide) et la dernière pour les oscillations annuelles. Il est probable qu'au moins une de ces efficacités ne sera pas mesurable, les amplitudes étant trop petites. Pour des tronçons profonds de galeries, il ne sera pas possible de mesurer l'efficacité. Mais c'est sans importance puisque ces tronçons ne joueront aucun rôle thermique sur le courant d'air.

La différence entre les efficacités pour deux fréquences données provient du fait que la conduction dans la paroi intéressera une zone plus ou moins profonde en fonction de la fréquence. L'effet de contraction des lignes de flux se manifestera plus ou moins en fonction des fréquences. Les effets thermiques dus à l'eau de circulation diffèreront eux aussi.

L'utilisation de la notion d'efficacité dans l'étude des courants d'air suppose qu'on considère des tronçons pas trop importants. En particulier, les tronçons verticaux qui ont un rôle dynamique important devront être plus détaillés que les autres. De l'examen d'un enregistrement annuel des températures aux points A et B, on pourra fournir une estimation de ces différentes efficacités. Les efficacités pour des fréquences différentes pourront être estimées par le calcul comme on le verra plus loin. De même, on reviendra plus loin sur cette notion d'efficacité thermique d'un conduit en fonction de la fréquence et on en discutera l'intérêt.

Conclusion

Pour l'étude des transferts de chaleur entre les courants d'air et les parois souterraines, il y a deux façons de procéder. Soit on modélise géométriquement le réseau souterrain en le remplaçant par un certain nombre de conduits réguliers sur lesquels on applique les résultats pour les systèmes industriels, soit on détermine expérimentalement les caractéristiques thermiques des conduits, par exemple l'efficacité thermique de différents tronçons pour des fréquences données et des conditions hydriques (percolation en fonction des pluies extérieures) données et on en déduit le comportement pour des conditions variées.

La deuxième façon de procéder nécessite une longue expérimentation préalable, mais elle colle mieux aux réalités physiques d'un réseau. La première ne demande qu'une connaissance géométrique du réseau mais elle est plus aléatoire. Bien entendu, une confrontation des deux méthodes sur une même cavité les enrichira toutes les deux.

Des mesures seront de toutes manières les bienvenues. Elles concernent la température en différents points d'une galerie, la température et la pluviométrie extérieures. L'analyse des résultats devra intégrer les phénomènes d'évaporation et condensation. Il est important que ces mesures soient accompagnées d'une topographie précise du tronçon de réseau.

1.5. Les transferts de masse pour la vapeur d'eau. Évaporation et condensation

Un apport d'énergie qui sert à augmenter la température d'un corps est dit chaleur sensible. S'il sert à changer l'état de ce corps à température constante, il est appelé chaleur latente.

Le changement d'état de l'eau liquide en vapeur est fortement endothermique, c'est-à-dire qu'il absorbe beaucoup d'énergie qui est prélevée dans le fluide ambiant. La chaleur latente se mesure par la différence d'enthalpie de l'air après et avant la transformation. Le phénomène est toujours associé à de la diffusion de vapeur d'eau. Réciproquement, la condensation (en gouttes d'eau) de la vapeur contenue dans l'air libère une grande quantité de chaleur sensible.

La quantité de chaleur nécessaire pour évaporer 1 kg d'eau est de $2{,}5.10^6$ J. Cette énergie est énorme, elle suffirait pour monter à l'ébullition 6 kg d'eau glacée (en effet, $2{,}5.10^6 = 6 \times 4180 \times 100$). On l'appelle chaleur latente de la vapeur puisque cette énergie est stockée dans la vapeur sous forme d'énergie interne de changement d'état.

1.5.1. Utilisation du diagramme de l'air humide pour certaines transformations simples de l'air.

Le diagramme de l'air humide est celui qui est utilisé en climatisation pour calculer les installations afin de retoucher les deux caractéristiques essentielles de l'air, la température et l'humidité spécifique. On pourra s'en servir pour calculer les puissances mises en œuvre à l'occasion d'évaporation ou de condensation.

Montrons sur ce diagramme (figure au-dessous) l'évolution du point figuratif de l'air souterrain à l'occasion d'une transformation. Le point initial est le point A.

a) Refroidissement ou échauffement

S'il se produit un refroidissement simple de l'air humide (sur une paroi sèche et froide par exemple), le point figuratif se déplace à gauche (vers B'). S'il s'agit d'un échauffement, le point part vers la droite. Dans ces deux transformations, la masse de vapeur de l'air humide ne change pas.

b) Évaporation et condensation

Si l'air passe sur une surface liquide peu renouvelée, il y a évaporation d'un peu d'eau, donc augmentation de l'humidité spécifique de l'air. La chaleur de changement d'état est énorme $L = 2{,}5.10^6$ J.kg^{-1}. Cette évaporation s'accompagne donc d'un refroidissement de l'air. Le point figuratif se trouve entre les points A et B car la transformation est à peu près isenthalpe.

Une autre transformation consiste à refroidir l'air au-delà de la température de rosée. C'est le principe de la paroi froide de Watt. Cela arrive par exemple quand de l'air chaud passe sur une paroi ou sur de l'eau plus froide que la température de rosée de l'air. Une condensation se produit alors sur la surface solide ou sur l'eau.

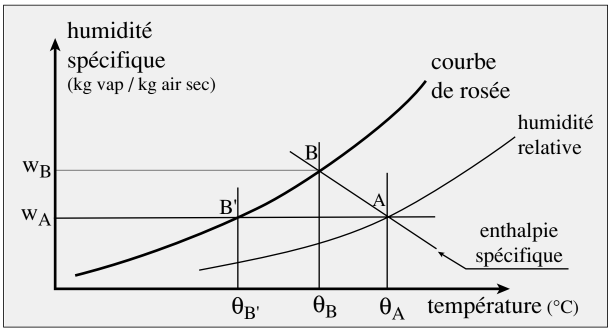


Fig. 1-61- Transformations élémentaires de l'air humide

Basic transformations of humid air.
AB isenthalpic transformation. AB' cooling transformation

Condensation en brouillard. La condensation de la vapeur d'eau sous forme d'un brouillard, c'est-à-dire sous forme de gouttes d'eau minuscules en suspension dans l'air se heurte à des difficultés physiques liées à la tension superficielle. En effet, plus une goutte d'eau est petite et plus la pression interne est grande. La relation de Laplace nous fournit la différence entre la pression intérieure et la pression extérieure d'une goutte de rayon R :

$$\text{Loi de Laplace :} \quad p_{int} - p_{ext} = \frac{2\,\sigma}{R} \quad \text{avec} \quad \sigma \approx 75.10^{-3}\ \text{N.m}^{-1} \tag{1.221}$$

La grandeur σ est la tension superficielle de l'eau (ou tension interfaciale du couple eau - air).

Plus la goutte est petite et plus la pression interne est grande. On montre que la pression de vapeur saturante à la surface d'une goutte augmente quand le rayon de la goutte diminue (Bruhat, 1968 p. 360). Une goutte ne peut pas apparaître seule. Il y a donc souvent retard à la condensation, ou condensation uniquement sur les parois.

Germes de condensation. Une situation favorable est celle où de petites particules solides se trouvent en suspension dans l'air. La forme irrégulière des particules permet une condensation sous forme d'un film avec un rayon de courbure élevé. Il n'y a donc pas dans ce cas de retard à la condensation. Ces particules sont appelées germes de condensation.

c) Congélation de l'eau et fusion de la glace

L'eau dont la température diminue peut se congeler à 0°C. Cette température dépend de la pureté de l'eau. La transformation d'eau liquide en glace libère une chaleur $L_s = 3{,}35.10^5$ J.kg^{-1}, appelée chaleur latente de fusion. Elle est 7,5 fois plus petite que la chaleur latente de transformation d'eau en vapeur. Réciproquement, la glace à 0°C peut fondre en recevant de la chaleur. C'est le phénomène de fusion.

d) Sublimation et condensation solide

Si l'air passe sur une surface de glace, il y a sublimation d'une petite quantité de glace qui se transforme en vapeur d'eau. La chaleur de changement d'état est $L_s = 2{,}834.10^6$ J.kg^{-1}. On remarque qu'elle correspond à la somme des deux changements d'état (glace -> eau et eau -> vapeur). Réciproquement, l'air saturé d'humidité passant sur une surface très froide peut condenser des cristaux de glace (givrage). On trouvera des descriptions détaillées dans Ford, Williams (1989, p. 351) et Racovitza (1972).

On a étudié plus haut la formation possible de coups de gouges à la surface de la glace lorsqu'il y a sublimation.

e) Compression et détente

On a déjà vu que la pression partielle de vapeur saturante est à peu près indépendante de la pression de l'air. Quand la pression de l'air diminue, l'humidité spécifique à saturation w_s de l'air augmente comme on le voit sur la relation suivante :

$$w_s = 0{,}622 \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}} \qquad (1.222)$$

Compression ou détente isothermes. On en déduit des propriétés assez importantes. Supposons un air montant. La pression diminue. Si l'échange de chaleur avec la paroi est suffisant, la détente est isotherme. En l'absence d'évaporation à la paroi, l'humidité spécifique se maintient constante alors que l'humidité spécifique de saturation augmente. On en déduit que l'air s'assèche. Réciproquement, si l'air est descendant d'une manière isotherme, la pression augmente et l'air peut passer à saturation. Un brouillard peut apparaître. Cette propriété sera reprise dans la quatrième partie.

Compression ou détente adiabatiques. Maintenant, considérons un air qui monte rapidement sans échanger de chaleur avec la paroi. La détente est alors adiabatique, la pression de vapeur saturante diminue à cause de la diminution de la température. La pression de vapeur de l'air diminue à cause de la détente, mais moins vite que la pression de vapeur saturante. Il se produit une augmentation de l'humidité relative, voire une condensation. Cela a déjà été étudié au § 1.2.3 dans la détermination du gradient adiabatique humide. (C'est le phénomène utilisé dans les chambres de Wilson pour détecter le passage d'un ion.)

f) Production maximale d'eau par un courant d'air entrant dans une névière ou une glacière

L'air chaud qui entre en été dans une glacière se refroidit et permet éventuellement à de la neige ou de la glace de fondre. La circonstance qui permet à un débit masse d'air de produire le maximum d'eau est la suivante : l'air qui entre est chaud et saturé d'humidité, et la neige sur laquelle cet air circule, récupère la totalité de la chaleur cédée par l'air, et cette énergie sert uniquement à fondre la glace (cf. tome 1, § 2.2.F-14).

La perte d'énergie de l'air s'écrit : $q_m (h_1 - h_2) = \dot{m}_{gl} L_g \qquad (1.223)$

D'où le débit masse d'eau produite $q_{eau} = q_m (w_1 - w_2) + q_m \dfrac{(h_1 - h_2)}{L_g} \qquad (1.224)$

Par exemple, un débit air à 30°C de 1 kg/s et saturé d'humidité (1 m³/s environ) peut produire un débit d'eau (Bourgin, note inédite vers 1945) :

$$q_{eau} = (27{,}2 - 4)\,10^{-3} + \frac{(100 - 9{,}8)\,10^{3}}{3{,}35.10^{5}} = 0{,}023 + 0{,}269 = 0{,}292 \text{ kg/s}$$

Ce débit est considérable car les jours de grande chaleur, ce sont des dizaines de mètres cubes d'air qui peuvent pénétrer sous les lapiaz. Dans la production d'eau, le terme principal (0,269 kg/s) provient de la fonte de la neige grâce à la chaleur latente de condensation de la vapeur d'eau de l'air.

1.5.2. Diffusion de masse

La production de vapeur peut se faire de deux façons. Si on monte la température de l'eau à 100°C en la chauffant, l'eau se met à bouillir, il y a production de vapeur chaude à 100°C. On appelle ce phénomène ébullition. Mais il se produit aussi une vapeur à partir d'une quantité d'eau à température ambiante. Il suffit pour cela que l'air au-dessus de cette eau ne soit pas saturé en vapeur d'eau. Dans ce cas, il se produit une diffusion des molécules d'eau depuis l'eau liquide jusqu'à l'air au-dessus. Ce phénomène est appelé évaporation de l'eau. Le phénomène inverse de dépôt de gouttes d'eau sur une paroi ou dans l'air s'appelle condensation. Un brouillard résulte en général d'une condensation. Ces phénomènes sont bien connus. Dans le cas des grottes, il n'y a pas d'ébullition mais seulement une évaporation ou une condensation. Ce sont les phénomènes que nous allons étudier ici.

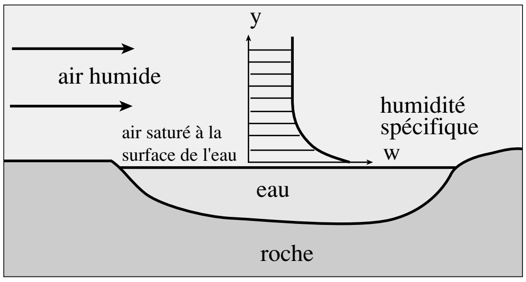


Fig. 1-62- Évaporation sur une surface d'eau avec un courant d'air.
L'air au contact de l'eau est saturé en humidité.
L'air au loin ne l'est pas, d'où un gradient de concentration et un flux de vapeur d'eau

Evaporation of water in an air flow.
The specific wet versus distance of water

Supposons par exemple un courant d'air d'humidité relative ψ inférieure à 100 %, passant au-dessus d'un plan d'eau de même température. L'air au contact de l'eau n'avance pratiquement pas, il se charge d'humidité jusqu'à atteindre la saturation. Son humidité relative est donc de 100 %. L'air au loin a un taux d'humidité plus faible. Il y a donc un gradient d'humidité au voisinage de la paroi formant une couche limite de concentration.

a) Loi de Fick

Comme en conduction thermique, on peut relier le débit masse surfacique de vapeur au gradient d'humidité spécifique.

$$q = -\rho_a\, a_h \frac{dw}{dy} \qquad \text{en kg s}^{-1}\text{ m}^{-2} \qquad (1.225)$$

Comme en conduction thermique, le flux de vapeur est dirigé vers les humidités les plus basses. Là encore, la diffusion a tendance à lisser les différences d'humidité dans le fluide. Si on couple la relation plus haut avec la loi de conservation de la quantité d'eau, on obtient l'équivalent de l'équation de la chaleur qu'on appelle équation de Fick.

$$\frac{\partial w}{\partial t} = a_h\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \frac{Q_h}{\rho_a} \qquad \text{avec} \quad a_h = 23{,}9\ 10^{-6}\ \text{m}^2\,\text{s}^{-1} \ \text{à} \ \ 8°\text{C} \qquad (1.226)$$

w est l'humidité spécifique en kg_{vap}/kg_{airsec}, a_h est la diffusivité de la vapeur d'eau dans l'air, Q_h est la source volumique de vapeur d'eau résultant des interactions éventuelles avec du brouillard (en $kgv.s^{-1}.m^{-3}$).

Si l'air est animé d'un mouvement, il apparaît dans l'équation trois termes supplémentaires dans le membre de gauche. Ces termes sont les termes advectifs qui ont même structure que ceux de l'équation de la convection (on remplace la température par la concentration en vapeur d'eau).

Si une paroi est recouverte d'humidité, il se fera un échange de matière. Mais cet échange est plus compliqué que l'échange de chaleur comme nous allons le voir.

On peut vouloir adopter comme variable, plutôt que l'humidité spécifique, la concentration en vapeur d'eau en kg de vapeur par mètre cube d'air. On a alors la relation :

$$C_v = \rho_a w \quad \text{en } kg_{vap}.m^{-3} \tag{1.227}$$

On peut aussi vouloir adopter comme variable, la pression partielle de vapeur d'eau dans l'air. La relation entre w et p_v s'écrit :

$$w = \frac{m_v}{m_a} = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{M_v}{M_a}\frac{p_v}{p_a} = \frac{18}{29}\frac{p_v}{p_a} = 0{,}622\,\frac{p_v}{p_a} \tag{1.228}$$

Jusqu'à une température de 30°C, on pourra considérer que la pression de l'air sec est sensiblement la pression totale. Le rapport p_v/p_a représente alors la pression partielle relative du composant gazeux. Dans ces conditions la relation de Fick pour la vapeur d'eau s'écrit :

$$q = -\frac{M_v}{M_a}\frac{a_h}{r_a T}\frac{dp_v}{dy} = 2{,}16.10^{-3}\,\frac{a_h}{T}\frac{dp_v}{dy} \quad \text{en kg s}^{-1}\text{ m}^{-2} \tag{1.229}$$

$$\text{soit} \quad q = 1{,}84.10^{-10}\,\frac{dp_v}{dy} \quad \text{à } 8°C \tag{1.230}$$

avec p_v en Pa , y en m , et q en $kg.s^{-1}.m^{-2}$

De la même façon qu'on a moyenné la température dans une section droite de conduit, on peut calculer l'humidité spécifique moyenne et l'enthalpie spécifique moyenne dans une section de conduit. Cette moyenne est encore une moyenne de mélange, c'est-à-dire moyenne pondérée par la vitesse en chaque point.

b) Les trois grandeurs de tension

Pour la vapeur d'eau, les trois grandeurs de tension utilisées dans les publications sont la concentration C (en kg de vapeur par m^3), la pression partielle p_v et l'humidité spécifique w . Ces trois grandeurs se déduisent les unes les autres par les relations ci-après :

$$C_{vap} = \frac{p_a}{287\ T}\,w = \frac{1}{462}\frac{p_v}{T} \tag{1.231}$$

avec C_{vap} en $kgv.m^{-3}$ w en kgv/kgas et p_v en Pa

c) Bilan de vapeur d'eau et bilan énergétique sur un tronçon de galerie

On calculera dans les deux sections qui limitent le tronçon, l'humidité spécifique (moyenne de mélange) et l'enthalpie spécifique (moyenne de mélange) du courant d'air. Les débits masse d'air sec dans le conduit et de vapeur produite à la paroi sont notés respectivement $\dot{m}_a$ et $\dot{m}_v$ (en kg/s).

S'il s'agit d'évaporation, ce dernier débit est positif. S'il s'agit de condensation, ce débit est négatif.

Le bilan de vapeur d'eau s'écrit simplement (1.232) :

$$\dot{m}_a w_1 + \dot{m}_v = \dot{m}_a w_2 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\dot{m}_a (w_2 - w_1) = \dot{m}_v}$$

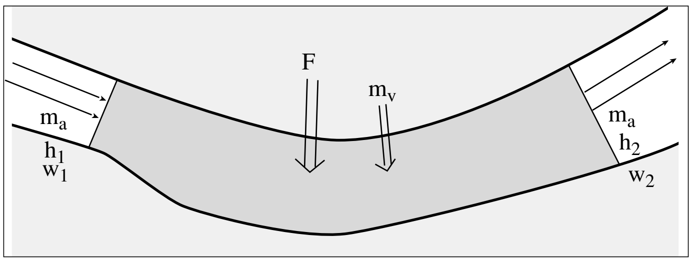


Fig. 1-63- Bilan de masse et énergie avec évaporation ou condensation.
L'apport de vapeur d'eau à la paroi est $\dot{m}_v$. Le flux est Φ

Mass and energy balances with evaporation or condensation
The rate of wet flow is $\dot{m}_v$ *, the thermal power is* Φ

Le bilan énergétique se fera, non avec la température, mais avec l'enthalpie spécifique (moyenne de mélange dans une section) :

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_v h_v + \Phi = \dot{m}_a h_2 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\dot{m}_a (h_2 - h_1) = \dot{m}_v h_v + \Phi} \qquad (1.233)$$

Dans cette équation h_v est l'enthalpie massique de la vapeur d'eau. Elle est donnée par exemple par la formule de Ranzine (cf. § 1.1.5)

1.5.3. Les échanges avec la paroi des grottes

Revenons à notre exemple vu au-dessus d'un courant d'air non saturé en humidité qui parcourt une galerie aux parois alimentées en eau. L'air au contact de la paroi humide est à 100% d'humidité. Si la roche n'apportait aucun flux de chaleur, l'humidité absolue de l'air à la paroi se calculerait facilement en remarquant que la température de paroi serait la température de bulbe humide, qui se déduit facilement des caractéristiques du courant d'air. Si la roche joue un rôle thermique, alors le problème est plus difficile. En tout cas, l'air au loin est plus sec. La turbulence de l'écoulement maintient un taux d'humidité presque constant sur la plus grande partie de la section. Seule une zone proche de la paroi (la couche limite de concentration) verra un gradient d'humidité.

a) Calcul direct à l'aide d'une loi de transfert de masse

Le fait de ne considérer que les moyennes de l'humidité spécifique dans une section empêche de connaître les gradients d'humidité à la paroi et donc d'accéder directement aux débits d'eau condensée ou évaporée. C'est le même problème que pour les transferts thermiques. Le problème est résolu grâce à une loi de transfert de masse à la paroi.

On caractérise l'écoulement par le nombre de Reynolds et le nombre de Schmidt :

$$Re = \frac{V\,L}{\nu} \quad \text{et} \quad Sc = \frac{\nu}{a_h} \qquad (1.234)$$

On exprime le transfert de masse par un nombre sans dimension, le nombre de Sherwood construit en divisant la densité surfacique de débit masse par une sorte d'unité naturelle, constituée par la densité surfacique de débit masse diffusive :

$$Sh = \frac{q_m}{a_h \dfrac{\Delta C}{L}} = 462\ T \frac{q_m}{a_h \dfrac{\Delta p_v}{L}} \qquad (1.235)$$

On écrit une relation de transfert de masse sous une forme analogue à la relation de Colburn :

$$Sh = 0{,}023\ Re^{0,83}\ Sc^{0,33} \qquad (1.236)$$

b) Méthode de calcul basée sur l'hypothèse de Lewis

Les températures de paroi et de l'air au loin étant connues, on peut déterminer l'écart des humidités absolues et calculer le flux de vapeur qui s'échappe de la paroi par une loi d'échange du genre de celle obtenue en thermique (analogie de Martinelli). Les nombres de Nusselt du transfert de chaleur et Sherwood du transfert de masse sont très voisins pour l'air aux températures des grottes. On en déduit une méthode pratique de calcul. Il suffira de modifier les lois d'échanges thermiques de la façon suivante. L'écart de température entre l'air et la paroi qui intervient dans le nombre de Nusselt, sera remplacé par l'écart d'enthalpie massique entre l'air au loin et l'air au contact de la paroi (donc saturé et à la température de paroi) divisé par 1000 (représentant c_p la capacité thermique massique à pression constante de l'air)

$$T_{air} - T_{paroi} \quad \Rightarrow \quad \frac{h_{air} - h_{air\ \text{saturé à la température de paroi}}}{c_p} \qquad (1.237)$$

On lira les valeurs de l'enthalpie spécifique sur le diagramme de Carrier. Cette opération permet de trouver l'écart de température fictif qui permet de calculer la puissance totale échangée (puissance sensible + puissance latente). Comme on a calculé auparavant la puissance sensible, on en déduira par différence la puissance latente et on pourra calculer le débit d'eau évaporée ou condensée en divisant cette puissance latente par la chaleur latente de l'eau qui vaut :

$$L = 2{,}5.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$$

Si on comprend bien la méthode liée à l'hypothèse de Lewis, on verra qu'on a remplacé deux potentiels liés aux deux grandeurs de tension T et w par un seul potentiel lié à la grandeur de tension H. Ou d'une autre façon, on calcule la puissance échangée en chaleur latente en écrivant qu'elle est proportionnelle à celle échangée en chaleur sensible.

c) Exemple d'application de l'analogie de Lewis

Air de vitesse V = 1 m/s, de température T = 10°C et de taux d'humidité de 30% au contact d'une paroi de température T' = 20°C et saturée en eau dans une galerie de diamètre D = 2 m.

Sur le diagramme de Carrier, on lit l'enthalpie massique de l'air h = 16. 10^3 J/kgas. L'enthalpie massique de l'air saturé au contact de la paroi est h' = 58. 10^3 J/kgas. L'écart divisé par 1000 donne 42 °C qui représente un écart de température équivalent. L'écart réel de température est de 10°C. On voit que la chaleur latente associée à l'évaporation de l'eau à la paroi est 3,2 fois plus importante que la simple chaleur sensible échangée. On ne peut donc absolument pas négliger ce phénomène d'évaporation.

La puissance échangée par mètre de longueur de conduit s'obtient en appliquant la relation de Colburn :

$$\Phi_{sens} + \Phi_{lat} = 0{,}023\,\pi \left(\frac{VD}{\nu}\right)^{0,8} Pr^{1/3}\,\lambda\,\Delta T = 0{,}023\,\pi \left(\frac{2}{15.10^{-6}}\right)^{0,8} 0{,}7^{1/3}\ 0{,}025.\ 42 = 850 \text{ W} \qquad (1.238)$$

La puissance sensible représente 850 x 10 / 42 = 202 W et la puissance latente représente 850 x 32 / 42 = 648 W. On calcule le débit d'eau évaporée par la relation :

$$\dot{m} = \frac{\Phi_{lat}}{L_h} = \frac{648}{2{,}5.\ 10^6} = 2{,}6.10^{-4} \text{ kg/s} \quad \text{soit } 0{,}26 \text{ g/s} \qquad (1.239)$$

Bien entendu ce résultat n'est valable que sur une longueur limitée car l'air se réchauffe rapidement et le transfert est diminué plus loin. Nous calculerons les évolutions spatiales dans la partie 2 (§ 2.6.2.g).

Limites de l'hypothèse de Lewis. Ces limites proviennent principalement du fait que la roche des parois des galeries garde en mémoire la chaleur, mais n'a pas de mémoire pour l'humidité. On reviendra en annexe sur les limites de l'hypothèse de Lewis (§ A.1.4.d et e).

1-5-4- Mélange de deux débits d'air. Condensation par mélange de deux masses d'air saturées

Quand deux débits d'air de températures et d'humidité différentes se mélangent, les caractéristiques de l'air résultant se déduisent du bilan de masse d'air sec, du bilan de masse de vapeur et du bilan d'énergie :

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \qquad (1.240)$$

$$\dot{m}_3\, w_3 = \dot{m}_1\, w_1 + \dot{m}_2\, w_2 \quad \Rightarrow \quad w_3 = \frac{\dot{m}_1\, w_1 + \dot{m}_2\, w_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \qquad (1.241)$$

$$\dot{m}_3\, h_3 = \dot{m}_1\, h_1 + \dot{m}_2\, h_2 \quad \Rightarrow \quad h_3 = \frac{\dot{m}_1\, h_1 + \dot{m}_2\, h_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \qquad (1.242)$$

Si le mélange obtenu n'est pas saturé ou sursaturé, la température du mélange est très voisine du barycentre des deux températures affectées de coefficients égaux aux débits masses :

$$T_3 = \frac{\dot{m}_1\, T_1 + \dot{m}_2\, T_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \qquad (1.243)$$

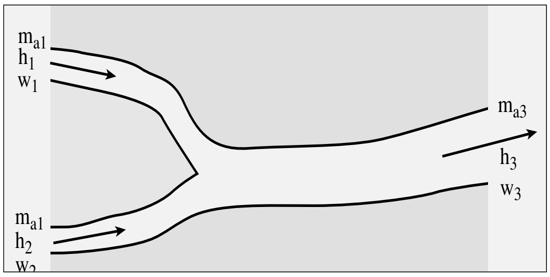


Fig. 1-64- Mélange de deux débits d'air humide.
Si les deux airs sont saturés,
le mélange fait apparaître un brouillard

Mixing of two wet air flows

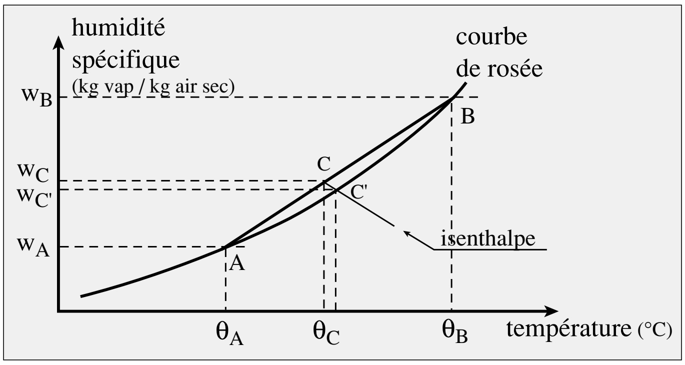


Fig. 1-65- Mélange de deux airs
saturés d'humidité : brouillard

Mixing of two saturated air flows : mist

On montre que dans le diagamme de Carrier de l'air humide, le point représentatif du mélange est (à peu de choses près) le barycentre des points représentatifs 1 et 2 affectés de coefficients respectivement égaux aux débits masse d'air sec.

Si le mélange obtenu est sursaturé, il peut apparaître une condensation sous forme de brouillard. L'observation est ancienne, (cf. H. Mager, 1912 p. 40)**.** Comme la courbe de rosée est concave vers le haut (fig. 1-65), le point représentatif du mélange peut se trouver en dehors de la zone non saturée. Si des noyaux (germes) de condensation existent dans l'air, des gouttes de brouillard vont apparaître. Mais cette formation de brouillard libère de la chaleur (latente) et la température finale sera un peu supérieure à celle obtenue sans condensation. Le point figuratif du mélange sera le point C' obtenu par intersection de l'isenthalpe avec la courbe de saturation.

Nous avons représenté sur la courbe ci-contre la condensation obtenue à partir de deux airs à saturation pour différentes températures T_1 et T_2. Par exemple pour des masses égales et un couple de températures 10 - 15 °C, la masse de brouillard est de 0,043 g de brouillard par kilogramme d'air sec total (dans l'air saturé, on ramène la masse de brouillard au seul air sec).

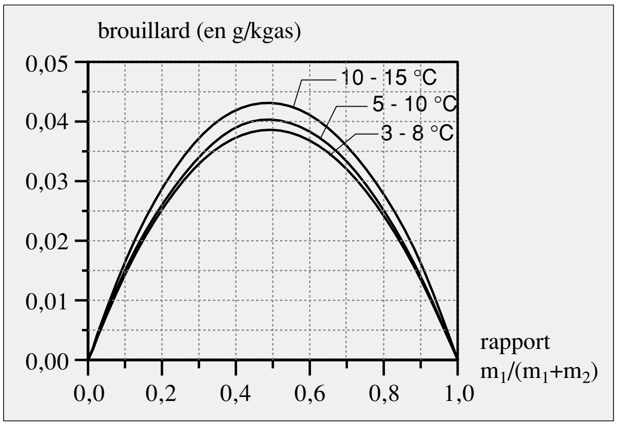


Fig. 1-66- Formation de brouillard
en fonction du rapport $m_1/(m_1+m_2)$
pour des couples de températures
3 - 8 °C, 5 - 10 °C, 10 - 15 °C
et pour une différence unique de 5°C.
Le brouillard augmente avec la température de base

Mist mass versus mass ratio of two air flows
for different pairs of temperatures

De nombreuses observations de brouillards souterrains s'expliquent par ce processus de mélange. Par exemple le brouillard qui apparaît dans le grand puits de 60 m de l'Anou Boussouil (Birebent 1948, p. 73) paraît relever de cette explication.

Comme le courant d'air varie en fonction des conditions extérieures (rafales de vent par exemple), le brouillard peut apparaître subitement et disparaître tout aussi brutalement. En effet, la détente adiabatique d'un air saturé fait apparaître un brouillard, alors que la compression le fait disparaître (observation à la grotte de la Ture).

Les variations de températures rapides que ces formations et disparitions engendrent, peuvent générer elles-mêmes une oscillation du courant d'air (par un processus de rétroaction).

1.5.5. Efficacité pour l'humidification de l'air dans un tronçon de galerie

Un air qui entre dans une cavité va se saturer progressivement (en même temps qu'il va évoluer en température). Si on mesure l'humidité spécifique (en kg de vapeur par kg d'air sec) à l'entrée A et au bout B du tronçon, il sera facile de caractériser l'efficacité de ce tronçon vis-à-vis du transfert de masse. On pourra adopter comme définition de cette efficacité le rapport :

$$\varepsilon = \frac{w_B - w_A}{w_{Bs} - w_A} \qquad (1.244)$$

Dans cette relation w_A et w_B sont les humidités spécifiques aux points A et B, alors que w_{Bs} est l'humidité spécifique à saturation au point B. Si l'air est saturé en B, l'efficacité vaut 1, si l'air n'a pas gagné de vapeur, l'efficacité vaut zéro.

1.5.6. Expressions empiriques pour l'eau évaporée au-dessus d'un plan d'eau

Pour une surface d'eau dont la température correspond à une pression de vapeur saturante p_{VS}, surmontée par un air de pression de vapeur p_V, on trouve la relation suivante (Porcher 1979) :

$$\dot{m}_v = 3{,}75.10^{-8}\,(p_{vs} - p_v) \quad \text{avec } \dot{m}_v \text{ en} \left[\frac{kg}{s.m^2}\right] \text{ et p en} [Pa] \qquad (1.245)$$

De même un plan d'eau surmonté par de l'air en mouvement à la vitesse V , est soumis à une évaporation de débit masse :

$$\dot{m}_v = 3{,}75.10^{-8}\,(1 + 0{,}86\ V)(p_{vs} - p_v) \quad \text{avec } \dot{m}_v \text{ en} \left[\frac{kg}{s.m^2}\right] \text{ et p en} [Pa] \qquad (1.246)$$

Hufty (2001 p. 354), propose une relation un peu différente. Si on exprime les pressions de vapeur en fonction des humidités spécifiques, on obtient la relation suivante, valable pour une pression de 10^5 Pa :

$$\dot{m}_v \approx 6{,}03.10^{-3}\,(1 + 0{,}86\ V)(w_s - w) \quad \text{avec } \dot{m}_v \text{ en} \left[\frac{kg}{s.m^2}\right] \text{ et w en} \left[\frac{kg\ vap}{kg\ air}\right] \qquad (1.247)$$

Badino (1995, p. 120) en s'appuyant sur le *Hanbook of applied meteorology* propose une relation analogue. Notre analyse de l'évaporation est d'ailleurs assez voisine de la sienne.

1.5.7. Différentes formes de condensation

Brouillard d'évaporation. Supposons un courant d'air saturé passant sur une surface d'eau de température plus élevée que lui. La couche limite thermique permet à l'air de devenir sous-saturé, il peut donc évaporer un peu d'eau. Mais cet air se trouve brassé par la turbulence avec l'air au loin plus froid et un brouillard de condensation apparaît. Ce phénomène est bien connu. C'est lui qu'on voit à l'œuvre sur un sol mouillé, chauffé par le soleil et qui «fume». C'est encore lui qui agit sur un aliment chaud et humide, qui fume quand on le met à l'air.

Dans une cavité naturelle, un air froid qui pénètre par une résurgence pourra ainsi former un brouillard qui se dissipera plus loin en amont.

Condensation en gouttes. Les phénomènes de tension superficielle et de tension interfaciale modifient les formes de condensation. Sur une surface non mouillante, la condensation se présente sous la forme de gouttes petites, de forme sphérique, attachées à la surface par une pédoncule de petite taille (Vouvé 1981). La surface de la goutte est souvent recouverte d'un dépôt légèrement irisé. Si la taille de la goutte augmente, elle peut se détacher de la voûte. Sur une surface mouillante, en revanche, la condensation ne se traduira pas par des gouttes, mais des ruissellements pourront avoir lieu sur les parois.

1.6. Les transferts de CO_2 entre l'air et l'eau (transferts de masse)

Il y a un peu de dioxyde de carbone dans l'air atmosphérique et un peu plus dans l'air des grottes. L'eau peut dissoudre une partie de ce gaz. Comme ce dioxyde de carbone joue un rôle central dans le creusement chimique des cavernes (comme on le verra dans la 4e partie), il est important de pouvoir en calculer les flux. Les transferts entre l'air et l'eau commandent ce creusement. Vis à vis des réactions chimiques entre l'eau et le calcaire, la pression partielle de CO_2 joue le rôle de grandeur de tension, en cela qu'elle détermine la quantité de calcaire qui peut être corrodée par l'eau. Comme cette réaction consomme du CO_2, il ne suffit pas de connaître les p_{CO2} mais il faut aussi en calculer les flux. La recherche sur ces questions a été lancée en France par H. Roques et poursuivie par Ph. Renault, mais il y a, en ce début de siècle, un grand déficit de recherche sur ces problèmes difficiles et pourtant fondamentaux.

1.6.1. La loi de Henry et la concentration de dioxyde de carbone dans l'eau

a) Dioxyde de carbone dans l'air, dans l'eau et dans la glace

La pression partielle d'un gaz est la pression qu'on mesurerait si on enlevait tous les autres gaz (en maintenant le volume et la température). La pression partielle du CO_2 dans l'air atmosphérique est de $3{,}5.10^{-4}$ bar = 35 Pa, c'est-à-dire que le nombre de moles de ce gaz dans l'air est 2800 fois plus faible que le nombre total de moles d'air. La pression partielle relative est de $3{,}5.10^{-4}$. C'est aussi la fraction molaire α. On a vu que la fraction massique w_{CO2} s'en déduit par la relation :

$$w_{CO2} = \frac{m_{CO_2}}{m} = 1{,}52\ \alpha \qquad (1.248)$$

Si de l'eau se trouve au contact de l'air, il se produit une diffusion qui permet à l'eau de récupérer une partie de ce dioxyde de carbone. Mais cette quantité est limitée. Au bout d'un certain temps, la concentration en dioxyde de carbone dissous se stabilise. Un équilibre est atteint. Il est décrit par la loi de Henry qui fournit la concentration maximale pour une pression partielle donnée de CO_2 dans l'air. C'est la pression partielle de CO_2 équilibrante.

La glace ne dissout pratiquement pas de CO_2, de sorte que la congélation de l'eau s'accompagne d'un dégazage ou d'un emprisonnement de bulles de dioxyde de carbone.

b) Rôle de l'altitude sur la pression partielle de CO_2

Comme la pression atmosphérique diminue avec l'altitude, la pression partielle de CO_2 diminue, même si la fraction molaire reste constante. Contentons-nous de fournir un petit tableau extrait de Bögli (1980 p. 18).

altitude (en m)	0	500	1000	1500	2000	2500	3000
pression (en Pa)	35	33	31	29,2	27,4	25,8	24,2

Tableau 1:8- Valeurs de la pression partielle de CO_2 en fonction de l'altitude

c) Solubilité dans l'eau, loi de Henry

La loi de Henry fournit la relation linéaire, à l'équilibre, entre la pression partielle de CO_2 de l'air et la quantité de CO_2 dissous dans l'eau (coefficient K_H). Il y a dans une masse de 1 kg d'eau, un nombre de moles de gaz carbonique dissous

$$n_{CO2} = K_H\ p_{CO2} \qquad (1.249)$$

(p_{CO2} pression partielle de dioxyde de carbone dans l'air en Pa et $K_H = 0{,}64.10^{-6}$ mole.Pa^{-1}.kg^{-1}, à une température de 5°C).

L'étude des variations de la constante de Henry avec la température (figure ci-dessous) nous montre que la quantité de CO_2 que peut dissoudre l'eau, augmente quand la température diminue. Ainsi à 0°C la quantité est deux fois plus grande qu'à 20°C. Cet effet permet de comprendre pourquoi il est dit que la corrosion devrait être plus intense en pays froid qu'en pays chaud. Mais c'est oublier l'aspect cinétique des réactions, plus rapides quand la température augmente.

d) Masse de CO_2 dans l'air et dans l'eau

Calculons la fraction massique de dioxyde de carbone dans l'eau à l'équilibre (M_{CO2} est la masse molaire du dioxyde de carbone = 44.10^{-3} kg/mole) :

$$w_{CO2}^{eau} = M_{CO2}\, n_{CO2} = 44.10^{-3}\, n_{CO2} = 44.10^{-3}\, K_H\, p_{CO2} \qquad (1.250)$$

Calculons, de même, la fraction massique de CO_2 dans l'air en fonction de la pression de CO_2 :

$$w_{CO2}^{air} = \frac{p_{CO2}}{p_{air}} \frac{M_{CO2}}{M_{air}} \qquad (1.251)$$

On remarque que cette fraction massique ne dépend pas, dans l'atmosphère, de l'altitude du lieu.

On en déduit la relation entre les fractions massiques de dioxyde de carbone dans l'eau et l'air :

$$w_{CO2}^{eau} = 44.10^{-3}\, K_H\, p_{air} \frac{M_{air}}{M_{CO2}} w_{CO2}^{air} \approx 44.10^{-3}\, p_{air} \frac{29}{44} K_H\, w_{CO2}^{air}$$

$$w_{CO2}^{eau} \approx 29.10^{-3}\, p_{air}\, K_H\, w_{CO2}^{air} \qquad (1.252)$$

$$\text{pour } p_{air} = 10^5 \text{ Pa} \quad \Rightarrow \quad w_{CO2}^{eau} = 2900\, K_H\, w_{CO2}^{air}$$

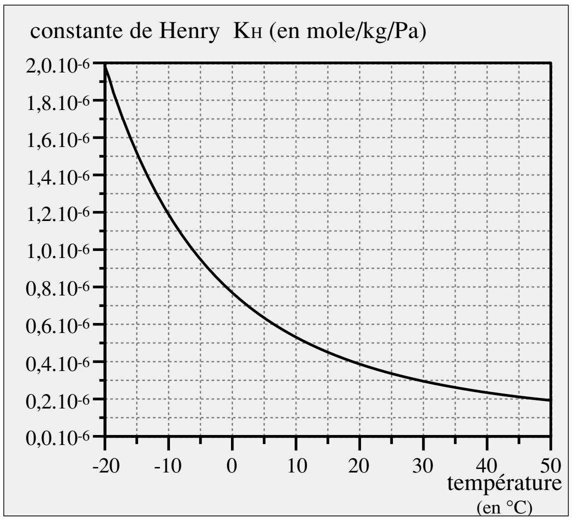


Fig. 1-67- Variation de la constante de Henry du CO_2 avec la température. C'est à basse température que l'eau peut dissoudre le plus de CO_2

Henry's CO_2 constant versus temperature

Regardons un exemple numérique en calculant la masse de dioxyde de carbone dissous dans l'eau à 5°C quand l'équilibre est atteint et que la pression partielle relative (fraction molaire) de CO_2 dans l'air est 3.10^{-4}. Cela représente une masse de gaz carbonique égale à 0,845 g par mètre cube d'eau. Dans l'air, la concentration de dioxyde de carbone correspond à 0,571 g par mètre cube d'air (à la pression de 10^5 Pa). On voit que la masse de CO_2 est voisine dans l'air et l'eau à volumes (d'air et d'eau) égaux.

Ce ne serait pas vrai à masses égales. Un kilogramme d'air à 5°C contient 450 mg de dioxyde de carbone alors qu'un kilogramme d'eau en contient seulement 0,845 mg soit 530 fois moins.

On peut retenir que les concentrations à l'équilibre (en kg/m^3) de dioxyde de carbone dans l'air et l'eau sont voisines.

e) Pression partielle de CO_2 équilibrante

Réciproquement, on pourra décrire un état de dioxyde de carbone dissous dans l'eau par la donnée de la pression partielle de CO_2 équilibrante dans l'air. Ainsi, l'eau au contact de l'air atmosphérique a comme pression partielle de CO_2 équilibrante 3.10^{-4} bar, qui est la pression partielle du CO_2 dans l'air atmosphérique.

1.6.2. Les transferts de masse

a) Lois de transfert de masse

Comme dans tout phénomène de diffusion, les flux aux interfaces eau-air sont proportionnels aux gradients de concentration, c'est-à-dire sont proportionnels aux différences de concentration (ou pression partielle) et inversement proportionnels aux distances. Tout ce qu'on a vu sur les transferts de chaleur et sur les transferts de vapeur d'eau s'applique aux transferts de dioxyde de carbone comme ici. Un mouvement d'agitation de l'air ou de l'eau favorisera énormément la vitesse de transfert, donc la mise en équilibre. La diffusion se fera au travers de couches limites de concentration en CO_2. La turbulence augmentera très sensiblement les coefficients d'échanges.

b) Diffusivités du dioxyde de carbone dans l'eau et l'air

Regardons les valeurs des diffusivités du CO_2 dans l'air et dans l'eau (Bögli 1980, p. 25).

$$CO_2 \text{ dans l'air} \quad a^{air}_{co2} = 13{,}8.10^{-6}\ m^2.s^{-1} \text{ à } 0°C \quad (1.253)$$

$$CO_2 \text{ dans l'eau} \quad a^{eau}_{co2} = 0{,}95.10^{-9}\ m^2.s^{-1} \text{ à } 0°C \quad (1.254)$$

Les deux diffusivités sont très différentes puisque la diffusivité est 14 000 fois plus faible dans l'eau que dans l'air à 0°C. Le CO_2 ne diffuse que très lentement dans l'eau car la mobilité des molécules est bien plus réduite dans l'eau que dans l'air. C'est dans ce milieu que la résistance au transfert de masse sera la plus grande. La diffusivité dans l'air varie à peu près comme la puissance 3/2 de la température absolue et varie en raison inverse de la pression totale.

Dans les échanges entre des masses d'air et d'eau au repos ou en mouvement laminaire, on pourra supposer que la concentration du CO_2 dans l'air est constante (du fait de la grande diffusivité). Cette particularité concernera l'eau qui suinte sur les parois d'une galerie ou sur une stalagmite par exemple.

Mais si l'on a à calculer la diffusion d'une masse d'air vers une autre masse d'air, la diffusivité de l'air joue un rôle. Comme la diffusivité du CO_2 dans l'air est du même ordre de grandeur que la diffusivité thermique, et que la concentration en CO_2 est faible, le mélange du dioxyde de carbone se fera avec la même loi que le mélange thermique.

Les deux grandeurs de tension caractérisant le dioxyde de carbone sont la concentration (en kg/m^3) et la pression partielle. Elles sont liées par la relation :

$$C_{CO_2} = \frac{1}{189}\frac{p_{CO_2}}{T} \quad (1.255)$$

La loi de Henry et les autres gaz de l'air. Les autres gaz de l'air jouent un rôle certes bien moins important que le dioxyde de carbone. Néanmoins, un renouvellement de l'air des cavités peut se réaliser par dissolution et dégazage de l'air emprisonné par l'eau. Par ailleurs, l'oxygène dissous dans l'eau peut oxyder des matières organiques en suspension dans l'eau et produire du dioxyde de carbone. Contentons-nous de donner les valeurs des constantes de Henry pour l'air.

$$\begin{aligned} &\text{à } 0°C, && K_H(air) = 0{,}13.10^{-6}\ mole.Pa^{-1}.kg^{-1} \\ &\text{à } 10°C && K_H(air) = 0{,}10.10^{-6}\ mole.Pa^{-1}.kg^{-1} \\ &\text{à } 20°C, && K_H(air) = 0{,}07.10^{-6}\ mole.Pa^{-1}.kg^{-1} \end{aligned} \quad (1.256)$$

c) Eau qui descend dans un réseau

Supposons un réseau dont l'atmosphère très ventilée possède une fraction molaire de CO_2 uniforme (pression partielle relative). L'eau qui descend dans le réseau en présence d'air se trouve au contact d'un air dont la pression partielle de CO_2 augmente. Il y a donc un transfert de dioxyde de carbone de l'air vers l'eau. Ce qui permet une reprise de corrosion de la roche par l'eau.

1.6.3. Dégazage du dioxyde de carbone au niveau des concrétions

a) Deux mécanismes

Changement de la pression partielle de CO_2 équilibrant. L'eau qui circule dans le sol se charge de dioxyde de carbone. Cette eau aborde ensuite les fissures du calcaire et corrode la roche juqu'à atteindre éventuellement un état de saturation. La quantité d'ions carbonates que peut transporter l'eau dépend de la pression partielle de dioxyde de carbone équilibrante. Si cette eau émerge dans une salle dont la quantité de dioxyde de carbone est limitée par la ventilation, la pression partielle de CO_2 équilibrante de l'eau peut se trouver plus grande que celle qu'assure la loi de Henry. Il se produit donc un gradient dans l'eau et un dégazage dans l'air. Ce processus, d'après Hill et Forti (1986), a été décrit pour la première fois par Georges Cuvier (1812).

Concrétionnement par évaporation de l'eau. Un autre processus permettrait de déposer également de la calcite, c'est l'évaporation de l'eau. En effet, la diminution d'eau augmente les concentrations de bicarbonate, donc déplace l'équilibre. Le dégazage de l'eau en CO_2 s'accompagne d'un concrétionnement. Mais l'air qui circule dans les grottes étant le plus souvent saturé, ce n'est qu'au voisinage des entrées d'air que ce phénomène pourra se produire. Ce mécanisme de fabrication des concrétions ne demande en revanche aucune concentration supplémentaire de CO_2 dans l'eau et fonctionne donc même avec un karst sans sol. L'évaporation se produisant de préférence l'hiver près des entrées basses, c'est là qu'on observera préférentiellement ce genre de concrétionnement.

b) Exemple d'un film d'eau

Mettons-nous dans le cas d'un film d'eau qui coule en régime laminaire sur une concrétion. Le débit surfacique de masse de dioxyde de carbone se calcule par la relation :

$$q_{CO2} = \rho_{eau}\, a_{CO2}^{eau} \frac{dw_{CO2}^{eau}}{dy} \qquad \text{avec} \qquad q_{CO2} \text{ en } kg_{CO2}.m^{-2}.s^{-1} \qquad (1.257)$$

$$\text{soit} \qquad q_{CO2} = 0{,}95.10^{-9} \frac{dw_{CO2}^{eau}}{dy} \qquad \text{en kg.m}^{-2}.s^{-1} \quad \text{à} \quad 0°C \quad (1.258)$$

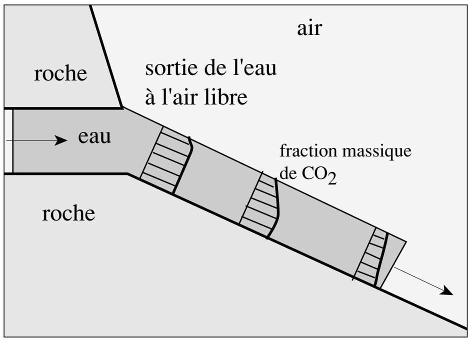


Fig. 1-68- Dégazage d'un film d'eau qui débouche dans une galerie

Degasification of water emerging in a gallery = diffusion of CO_2 in the water

Le problème est équivalent (si le profil de vitesse est uniforme) au problème du choc thermique en température (cf. § 1.4.2.b). Dans ce cas, la solution est connue et s'écrit :

$$\frac{w - w_p}{w_0 - w_p} = \text{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{4\, a_{CO2}^{eau}\, t}}\right) \qquad (1.259)$$

Dans cette expression, w représente la fraction massique de CO_2 dans l'eau. L'indice p correspond à la valeur à la paroi (reliée à la fraction massique dans l'air par la loi de Henry) et l'indice 0 correspond à la fraction massique de l'eau qui débouche dans la galerie.

On en déduit le débit masse surfacique en fonction du temps (ou de la distance x au débouché de l'eau) :

$$q_{CO2} = \rho_{eau}\, a_{CO2}^{eau} \frac{w_0 - w_p}{\sqrt{4\, a_{CO2}^{eau}\, t}} \qquad \text{avec} \quad x = U\, t \qquad (1.260)$$

Cette expression du débit est valable au début (quand la perturbation dans l'eau n'a pas encore gagné toute l'épaisseur de l'eau). On calcule aisément l'ordre de grandeur du temps nécessaire au dégazage d'un film d'eau d'épaisseur e :

$$t = \frac{e^2}{a_{CO2}^{eau}} \qquad (1.261)$$

Par exemple, pour un film d'eau de 1 mm d'epaisseur, il faut compter 1000 s soit 20 mn pour que l'eau ait pu dégazer. Si l'écoulement est plus rapide, la turbulence se charge de dégazer l'eau beaucoup plus vite que ne l'indique la relation ci-dessus. L'évaporation à la surface d'un film d'eau conduira aussi à un déplacement de l'équilibre par augmentation locale de la teneur en bicarbonate. Il y aura donc aussi dégazage et dépôt d'un film de calcite à la surface de l'eau si elle est immobile.

c) Quantité de calcite déposable par l'eau de percolation

L'eau qui débouche dans une salle n'est pas, *a priori,* à l'équilibre chimique. Elle se trouve dans un état caractérisé par la masse de calcaire réellement dissous M_y et la quantité maximale M_{y_1} qu'elle pourrait dissoudre une fois l'équilibre chimique atteint. Cette quantité maximale peut être associée à une certaine pression de CO_2 équilibrante. L'eau débouche dans une atmosphère de pression de CO_2 donnée. Il est facile de calculer (pour un système à air renouvelé) la quantité de calcaire que peut corroder l'eau dans cette atmosphère M_{y_2}. La comparaison entre les deux masses de calcaires M_{y_1} et M_{y_2} suffit pour savoir s'il y aura concrétionnement ou poursuite de la corrosion. S'il y a concrétionnement, la masse déposée par unité de masse d'eau sera la différence entre les deux masses $M_{y_1} - M_{y_2}$.

Pour déterminer ces deux masses, il faut faire quatre mesures : température, P_H , dureté de l'eau et pression partielle de CO_2 de l'air. La dureté en ° Français traduit la masse de calcaire (et magnésie) dissoute dans l'eau. 1°F = 10 mg de $CaCO_3$ par kg d'eau. On se reportera à l'ouvrage de Collignon (1988) page 155 et suivantes pour le détail de ces mesures.

On voit ainsi qu'une eau encore agressive peut dégazer du dioxyde de carbone sans déposer de calcite. La condition de dégazage résulte de la comparaison de la pression de CO_2 équilibrante de l'eau avec la pression de CO_2 de l'air. La quantité maximale de dioxyde de carbone produite par dégazage est celle qui ramène la pression de CO_2 équilibrante de l'eau à la valeur de la pression partielle de CO_2 de l'air.

Une eau qui dépose de la calcite dégaze obligatoirement du dioxyde de carbone (sauf si l'eau était en sursaturation).

d) Les conditions de dépôt

La diffusivité du CO_2 dans l'air est beaucoup plus grande que dans l'eau, de sorte qu'on peut admettre une fraction molaire de CO_2 constante dans l'air. C'est donc dans l'eau que se trouve le gradient de fraction molaire qui règle en partie la vitesse de dégazage. Cette vitesse de dégazage est associée au dépôt de concrétionnement.

D'après ce qu'on a vu des phénomènes diffusifs, le débit de dioxyde de carbone à la surface est proportionnel à la différence des fractions molaires entre le dioxyde de carbone contenu dans la masse d'eau et le dioxyde de carbone à la surface de l'eau, qui est celui en équilibre avec l'air ambiant. Ce débit est aussi inversement proportionnel à l'épaisseur du film d'eau. La quantité de calcaire déposable étant limitée, la longueur nécessaire (le temps nécessaire) pour obtenir un dégazage complet dépend donc des conditions d'écoulement de l'eau le long des concrétions.

L'observation des concrétions a fourni quelques valeurs de la croissance. Ford et Williams (1989, p. 345) donnent les valeurs rapportées dans le tableau ci-dessous.

concrétions :	fistuleuse	stalactite	stalagmite
vitesse maxi de croissance	20 mm/an	3 mm/an	0,7 mm/an

Tableau 1:9- Vitesses typiques de croissance de concrétions

La croissance varie au cours des saisons. Gams (1992) indique pour Postojna Jama (Slovénie) une vitesse maximale à la fin de l'été. Nous ne proposerons pas de modèle de dégazage à partir de l'eau (loi d'échange …). Cette question serait à rattacher à l'étude de l'eau. Nous déterminerons la quantité de dioxyde de carbone de dégazage en mesurant l'augmentation de pression partielle sur le débit d'air.

e) Variété des concrétionnements

Toutes les concrétions ne se sont pas formées à l'air libre. Certaines circonstances (apport d'eau de minéralisation différente) peuvent conduire à un dépôt sous l'eau. Mais la grande majorité se forme à l'air libre.

Suivant la composition chimique de l'eau, la température, le taux de l'humidité et du dioxyde de carbone et la vitesse de l'air, les concrétions peuvent présenter une grande variété de compositions chimiques et d'aspects liés à la critallisation. On trouvera dans le bel ouvrage de Hill et Forti (1986) une vue exhaustive de la question avec une bibliographie considérable. On y trouvera aussi (page 20) un joli schéma issu d'un article de Holland et al (1964) et montrant la variété des conditions de dépôts.

f) Modification de la pression partielle de CO_2 de l'air à cause du concrétionnement.

Air non renouvelé. L'air récupére le dioxyde de carbone provenant du dégazage. Il voit sa pression partielle de CO_2 augmenter. Si la pression partielle de CO_2 équilibrante de l'eau reste constante dans le temps, la pression partielle de CO_2 dans l'air sera identique. En revanche, s'il y a des variations (au gré des précipitations ou des saisons) de la P_{CO2} équilibrante, alors la pression partielle de l'air sourterrain variera en suivant la P_{CO2} équilibrante de l'eau mais avec un certain retard. La masse d'air opposera une certaine inertie aux variations chimiques de l'eau. Là encore amortissement et déphasage sont au rendez-vous. Un concrétionnement saisonnier pourra se manifester suivi d'une reprise de corrosion.

Air renouvelé. Le cas le plus intéressant est celui de l'air renouvelé, c'est-à-dire d'un courant d'air plus ou moins important. Nous nous mettons dans les conditions d'un dégazage possible. Ce que nous avons vu sur la constante de Henry (les masses de CO_2 pour un même volume d'air ou d'eau sont du même ordre de grandeur) nous permet de considérer l'importance des débits volume respectifs d'eau et d'air. Si le débit volume d'air est nettement plus petit que le débit volume d'eau, l'air verra sa pression partielle de CO_2 évoluer tellement vite que le concrétionnement sera fort atténué un peu plus en aval. Ce cas n'est donc pas tellement intéressant. En revanche, si le débit volume d'air est nettement plus grand que le débit volume d'eau, la pression partielle de CO_2 dans l'air ne changera pratiquement pas.

Si les débits volume sont du même ordre de grandeur, les variations de pression partielle de l'air seront progressives et mesurables.

Sur la figure ci-contre, la pression partielle relative du dioxyde de carbone est notée α. C'est aussi la fraction molaire. Elle augmente au passage de la salle à cause du dégazage.

Les fractions massiques de dioxyde de carbone dans l'air sont notées w_1 et w_2 avec $w_1 = 1{,}517\ \alpha_1$ et $w_2 = 1{,}517\ \alpha_2$. La fraction massique de dioxyde de carbone que peut libérer l'eau est notée w_e.

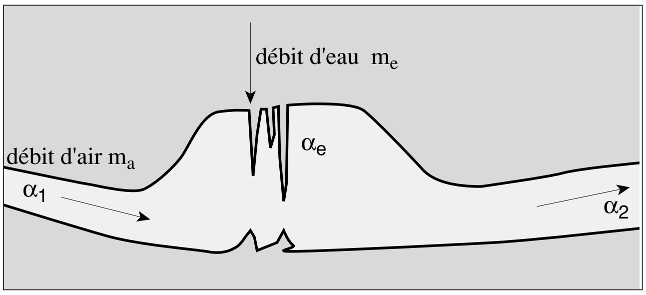


Fig. 1-69- Dégazage de l'eau et concrétionnement

Degasification of water and formation of speleothemes

On calcule le débit masse de dioxyde de carbone qui a dégazé par l'équation ci-dessous. Elle est approchée car le débit masse d'air augmente un peu au passage de la salle.

$$\dot{m}_{CO2} = \dot{m}_e\, w_e = \dot{m}_a\,(w_2 - w_1) \qquad (1.262)$$

L'équation serait exacte si on remplacait (comme en climatisation) la fraction massique (en kg_{CO2}/kg d'air) par la fraction spécifique de CO_2 (en kg CO_2 par kg d'air pur sans CO_2). Le débit masse d'air qu'on devrait adopter serait le débit masse d'air pur (sans CO_2). Mais l'erreur est négligeable.

Le débit masse de CO_2 provient du déplacement de l'équilibre chimique dans l'eau.

L'augmentation de dioxyde de carbone dans l'air est d'autant plus grande que le débit d'air (renouvellement) est faible, que le débit d'eau est grand et que la différence de pression de CO_2 équilibrante est grande. Cette augmentation de CO_2 dans l'air diminue les possibilités de concrétionnement plus loin en aval.

Suivant les conditions d'écoulement de l'eau et la disposition des conduits, le concrétionnement pourra se faire en une ou plusieurs fois suivant les configurations géométriques des circulations de l'air.

Dans le dessin ci-contre, le courant d'air se charge de dioxyde de carbone en bas et aussi en haut. En inversant le sens du courant d'air, on pourrait obtenir un dépôt de concrétion en haut et une reprise de corrosion en bas (si le dégazage avait été complet en haut).

La variété des phénomènes possibles est très grande. Cela provient principalement des fluctuations des conditions extérieures, qui conditionnent le courant d'air et sa température.

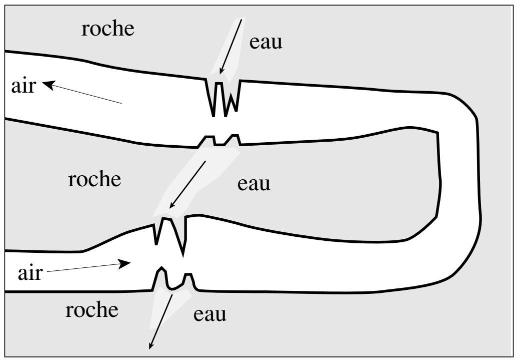


Fig. 1-70- Dans cette configuration, le dépôt de concrétions se fera sur les deux niveaux

Speleotheme formation at two levels

1.6.4. Un phénomène de relaxation mécanique lié au dégazage de l'eau du plafond

Le dégazage de CO_2 qui se produit à l'occasion du concrétionnement est aussi la cause d'une instabilité mécanique possible de l'atmosphère souterraine. Dans une galerie de température uniforme, donc parfaitement stable (si l'air était homogène), le dioxyde de carbone libéré au plafond par les suintements diffuse dans l'air et reste au voisinage du plafond. Le dioxyde de carbone peut rendre l'air localement instable. Il se produit alors un léger mouvement de descente du mélange air-CO_2 qui uniformise les concentrations par diffusion.

Le mouvement reste localisé. De proche en proche l'atmosphère de la grotte se trouve partout à la limite de l'instabilité. Un apport supplémentaire de CO_2 rend l'atmosphère instable partout. Alors, il se produit brutalement un mouvement général de convection de l'air, mouvement qui a pour résultat de rendre de nouveau l'air stable et plus homogène. Il est fort possible que le mélange soit imparfait et qu'une concentration plus grande de CO_2 au niveau du point bas fasse évoquer une «décantation».

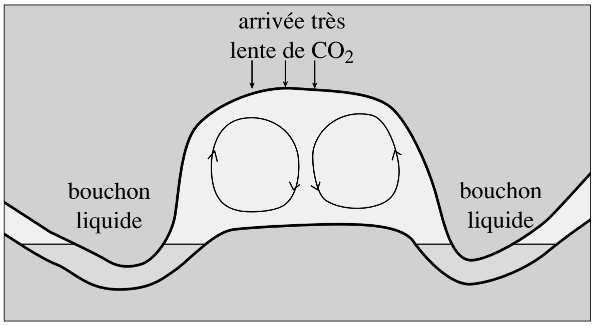


Fig. 1-71- Un phénomène de relaxation peu banal : l'arrivée de dioxyde de carbone peut se traduire par des mouvements convectifs de récurrence régulière

Convective instability caused by CO_2 arrival. The CO_2 mixes with cave air until the concentration is too large for the stability

Ce mouvement de relaxation a une période liée au débit de CO_2 au plafond. Il est facile de calculer la période du phénomène. Dans une salle isotherme de hauteur H, le gradient de fraction molaire de CO_2 nécessaire pour rendre instable l'atmosphère isotherme s'écrit :

$$\left(\frac{d\alpha}{dz}\right)_{inst} = - \frac{M_a}{M_{CO_2} - M_a} \frac{1}{T} \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiab} \approx 6{,}95.10^{-3} \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiab} \tag{1.263}$$

Dans cette relation les grandeurs M_{co2} et M_a sont les masses molaires de l'air et du CO_2.

La fraction molaire moyenne de CO_2 par unité de surface au sol, nécessaire pour rendre l'air instable s'en déduit :

$$\alpha_m = \frac{H}{2} \left(\frac{d\alpha}{dz}\right)_{inst} = - \frac{M_a}{M_{CO_2} - M_a} \frac{H}{2\,T} \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiab} \tag{1.264}$$

D'où la masse de CO_2 par unité de surface au sol (tous calculs faits) :

$$m_{CO_2} = - \frac{\rho_a H^2}{2\,T} \frac{M_{CO_2}}{M_{CO_2} - M_a} \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiab} \approx - 6{,}7.10^{-3} H^2 \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiab} \tag{1.265}$$

En adoptant le gradient adiabatique humide (air saturé en humidité), on obtient une masse de dioxyde de carbone par unité de surface au sol de :

$$m_{CO_2} = 3{,}7.10^{-5}\ H^2\ \mathrm{kg.m^{-2}} \tag{1.266}$$

Pour une hauteur H = 10 m, cela représente 3,7 g de CO_2 par mètre carré de surface au sol. La période de relaxation s'obtiendra en calculant le temps pour obtenir cette quantité.

Pour que ce phénomène s'entretienne, il faut qu'une circulation d'eau différente de celle du plafond existe et emporte le dioxyde de carbone. Ce mouvement de relaxation sera donc entretenu par deux débits d'eau de concentrations en CO_2 différentes. C'est peut-être ce phénomène qui est à l'origine de mouvements observés dans la galerie Clastre à la grotte de Niaux en Ariège par Claude Andrieux alors que la galerie était protégée par des siphons, l'isolant de tout courant d'air.

Il est intéressant de remarquer que ce phénomène de relaxation est tout à fait analogue à un phénomène qui s'est produit au Cameroun dans les années 80 et pourrait revenir régulièrement. Une arrivée régulière de CO_2 d'origine volcanique se dissout dans l'eau du lac, jusqu'à ce qu'au fond la concentration maximale soit atteinte. Des bulles commencent à partir et se dissolvent au cours de la montée. Puis le gradient de concentration atteint presque partout un seuil critique. L'ensemble devient instable. Une petite bulle qui monte alors, ne peut plus se dissoudre, elle se dilate et engendre une montée de l'eau qui dégaze et participe au mouvement. Il en résulte une convection générale au niveau du lac tout entier. Des quantités énormes de gaz dissout se retrouvent à des pressions plus basses déclenchant une sorte d'ébullition cataclysmique (et une avalanche mortelle de dioxyde de carbone sur les pentes voisines).

Conclusions de la première partie

La première partie a été un tour d'horizon de toutes les propriétés de l'air qui concernent la climatologie souterraine.

Dans le premier chapitre ont été indiquées les principales caractéristiques de l'air : grandeurs thermodynamiques, composition en CO_2 et vapeur d'eau avec le diagramme de l'air humide, et grandeurs énergétiques. Nous avons détaillé le calcul de la masse volumique et de ses variations, puisque c'est elle qui conditionne les gradients de pression motrice, générateurs de courant d'air.

Au deuxième chapitre, nous avons abordé l'équilibre mécanique d'une couche d'air et les variations de température suivant l'altitude, avec les gradients adiabatiques sec et humide que nous avons établis et sur lesquels nous nous sommes longuement étendus. Nous avons développé aussi les corrections possibles à apporter à l'indication d'un altimètre. Ces corrections n'ont, bien sûr, un intérêt qu'avec un excellent altimètre. Puis nous avons traité en détail les problèmes de la stabilité de l'air en examinant le rôle de la température ou de la composition.

Le chapitre suivant a été l'occasion d'étudier les écoulements d'air. Nous avons détaillé les différentes forces qui interviennent en dynamique et avons énoncé l'équation de Bernoulli qui est notre équation de base pour les écoulements souterrains. En régime permanent, cette équation se résume à l'énoncé : les termes moteurs (apports de charge) sont égaux aux termes résistants (pertes de charge). Nous avons montré que les seules pertes de charge significatives se trouvent dans les resserrements et qu'alors, la plupart des écoulements sont turbulents. Nous avons ensuite détaillé le calcul classique des pertes de charge dans les conduits pour finalement conclure que la méthode pratiquée dans l'industrie est inapplicable dans les cavités naturelles, et nous avons emprunté aux mineurs les notions de résistance aéraulique ou d'ouverture équivalente, facilement accessibles aux mesures. Nous avons aussi envisagé quelques phénomènes intéressant les courants d'air souterrain comme l'éjection (ou induction), l'émission acoustique ou la stratification thermique si commune aux entrées basses des réseaux. Nous avons évoqué quelques propriétés utiles de ces écoulements, en particulier la vitesse des courants de densité.

Les transferts de chaleur ont été étudiés au chapitre 4. D'abord la conduction thermique dans la roche avec l'équation de Fourier. Nous avons souligné la difficulté de connaître la conductivité thermique du calcaire, matériau peu homogène, surtout au voisinage des parois de galerie. Nous avons survolé quelques solutions classiques, comme celle du choc thermique sur une paroi à température ou flux constant, ou le problème de Stokes d'une paroi à température variant périodiquement dans le temps. Ce dernier problème est fondamental en climatologie puisque l'excitation thermique de la surface terrestre est *grosso modo* périodique. Puis nous avons abordé la convection forcée, celle qui se fait entre un courant d'air et la paroi. Les échanges entre l'air et la roche passent par une surface qui est, par nature, d'une grande complexité. Nous avons réfléchi à ce problème et en avons conclu que la finesse de la description de la surface de contact devait être adaptée à la fréquence des variations de la température de l'air. Les transferts de chaleur ont été introduits en passant classiquement par le nombre de Nusselt et des corrélations empiriques, qui supposent connus le diamètre du conduit. Nous avons montré que le diamètre équivalent d'un conduit pour les échanges thermiques est une certaine moyenne sur tous les diamètres et pas seulement les plus petits comme pour les pertes de charge. Là encore, le diamètre n'étant pas une donnée évidente des conduits souterrains, cette façon classique n'est pas bien adaptée aux grottes. Mais nous n'avons pas pu introduire un concept thermique qui puisse jouer un rôle équivalent à la résistance aéraulique. Cela provient du fait que le flux advecté, contrairement au débit d'un courant d'air, ne se conserve pas le long d'une galerie. La résistance thermique ne peut être qu'une grandeur assez locale et instantanée. Puis, nous sommes passés à la convection naturelle, dont le mouvement est d'origine immédiatement thermique. Là encore, nous avons rappelé la méthode classique par les nombres de Grashof et Rayleigh. Les mouvements étant locaux, il est plus facile de connaître la dimension caractéristique verticale. Ensuite, nous avons évoqué les transferts par rayonnements thermiques. Nous avons montré que ce mode de transfert était plus efficace que la conduction thermique et nous montrerons plus loin qu'elle est du même ordre d'intensité que la convection naturelle. Nous avons fini ce chapitre en définissant, au sens des échangeurs de chaleur, l'efficacité de l'échange qui est une grandeur caractérisant bien le comportement thermique d'un tronçon de galerie à un instant donné. Malheureusement, cette efficacité n'est pas une caractéristique du tronçon de conduit, puisqu'elle varie au cours du temps comme nous le verrons à la partie 3.

Le chapitre 5 est consacré aux transferts de masse de la vapeur d'eau, avec les phénomènes d'évaporation et de condensation qui ont une si grande incidence thermique. On a rappelé l'utilisation du diagramme de l'air humide et on a écrit les bilans de masse et d'énergie. L'analogie avec les transferts de chaleur (analogie de Lewis) permet d'obtenir aisément des corrélations utilisables. Le mélange de deux masses d'air fournit un brouillard dont nous avons calculé la production.

Le chapitre 6 s'est contenté d'aborder les transferts de dioxyde de carbone entre l'eau et l'air. C'est la loi de Henry qui gère l'équilibre entre les pressions partielles de CO_2 entre les deux milieux. Les flux instantanés sont fournis, quant à eux, par la loi de diffusion de Fick. Le dégazage de l'eau au niveau des galeries ventilées a été abordé, ainsi que les modifications chimiques de l'eau et l'air. Nous avons évoqué enfin la possibilité d'une instabilité de relaxation d'une couche d'air, provoquée par une arrivée continue de dioxyde de carbone.

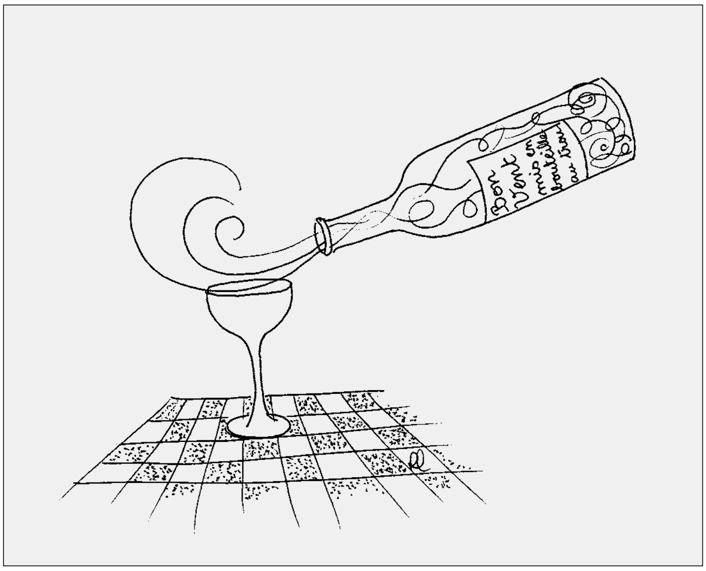


Fig. 1-72- Vous prendrez bien, encore, un petit verre de vent !

(dessin de Régine Landry sur une idée de Jy, festivent-Calvi)

You take again a little glass of wind ?

Deuxième partie

Les courants d'air dans la cavité

(et rôle des conditions aux limites)

Dans cette deuxième partie, nous allons nous intéresser aux courants d'air à un instant donné, comme une photographie que l'on prendrait du courant d'air dans une cavité. Si on connaît à un instant donné, la géométrie d'un réseau souterrain, le champ des humidités, des teneurs en dioxyde de carbone, des températures intérieure et extérieure, alors on est capable, au moins en principe, de calculer le courant d'air, sens, débit et vitesse. Nous nous plaçons à l'échelle de la cavité toute entière ou d'une portion significative de celle-ci.

Nous débuterons par une sorte de panorama général de différentes configurations de courants d'air. Nous nous contenterons d'une présentation sommaire, l'étude de chaque cas étant faite ensuite.

Puis nous attaquerons des problèmes spécifiques dont le premier sera le courant d'air dans une galerie horizontale borgne, problème fondamental des mineurs de l'Antiquité jusqu'au 19e siècle (avant l'invention des ventilateurs électriques). Nous verrons la possibilité d'un renouvellement sur une longueur de l'ordre de 50 m.

Le courant d'air dans un tube à vent sera calculé et quelques propriétés seront établies comme le curieux résultat des circulations dans les réseaux à plusieurs entrées étagées, et nous effleurerons la question de la dispersion d'un traceur passif (colorant du courant d'air).

Les labyrinthes nous occuperont ensuite, et nous fournirons une méthode générale de résolution des courants d'air dans chaque branche (méthode de relaxation).

Nous aborderons alors le problème difficile des courants d'air variables, les transitoires à la fermeture d'une porte, la durée de la renverse (changement de sens du courant d'air), la propagation d'une perturbation de pression, l'oscillation pendulaire, l'oscillation par résonance élastique (Helmholtz), l'oscillation de relaxation.

Enfin, nous étudierons les échanges de chaleur et de masse d'un courant d'air avec les parois des conduits à un instant donné et nous en déduirons une longueur caractéristique instantanée des transferts.

Second part

The air flows in a cavity

and the boundary layer conditions

In this part, air flow at a given time is examined . The thermal memory effect will be analysed in the 3th part.

In the first chapter, the different patterns of air flow in a cave are enumerated : natural convection, wind tube with two entrances, thermal air trap, statified flow, piston flow caused by wind or flood water, fast fluctuations because of gusty wind, infrasonic waves of great geophysical phenomena, low fluctuations associated with variations of atmospheric pressure.

The problem of natural aeration of horizontal galleries of ancient mines is analyzed in the second chapter. A simple model is presented for the air flow. It is based on some measurements and on a dimensional analysis. The velocity diminishes exponentially with the distance from the entrance.

In the 3rd chapter, the driving force of chimney effect is analysed, the different weight of two air columns, one out of cave, the other in the cave. Parameters such as temperature, wet, CO_2 concentration are examined. After, is studied, the aeraulic resistance of galleries, or a wind tube. The importance of stretched passages is demonstrated, and the direction change of air flow is very fast. The cave in an incline with regular entrances are studied. The air discharge is only dependant maximum difference in levels. The intermediate entrances have an air flow in the direction of one the other entrances. The dispersion of passive contaminant are examined in the case of «well agitated reactors in cascades». The classical solution is given, as the dispersion value associated with a simple model of caves (succession of rooms and strength passages). This problem, fundamental in chemical engineering, is also important in karstology. Studies need to be done.

The 4th chapter concerns mazes. The miners methods are adopted. Kichhoff's law gives the system equation. The relaxation method is explicit in the peculiar case. The Mœstroff maze is a good example of a complex maze, with some resonance phenomena.

The time variable air flows are studied in the 5th chapter. The classical works of Trombe and Conn are resumed. Next, the propagation of pressure perturbation is examined with the capacitive effects of the cave. Several cave system models are studied, Conn regular tube, succession of rooms and stretched passages. A discrete equation system is obtained. We have proposed a continued model showing curious properties, intermediate between advection and diffusion processes. The time of air flow turn is computed with the transitory term of inertial forces. This time is proportional to the square root of tube length, mean diameter, inverse of level. It is possible that, in some patterns, the air flow stops for a certain time. This theoretical property is not confirmed by the numerical computing. The pendulum oscillations are analysed in relation to the Montlezy ice cave. Next, the wide question of resonance phenomena is examined. A non-linear model of a Helmholtz oscillator is proposed. A simplified solution is given. After, the relaxation oscillation is examined. A model of relaxation associated with laminar turbulence transition is studied, but other relaxation oscillations of air flow, based on thermal process, probably exists, but we have not found them.

The last chapter is a detailed study, in a very simple geometrical configuration, of the heat and mass transfers beetwen air flow and cave walls. The condensation and evaporation phenomena are difficult. We propose equation systems for mist, and condensation production. We applied these equations for the numerical computing, but only to a thermal memoryless system.

2.1. Un panorama des différentes sortes de courants d'air

Nous allons passer en revue les différentes causes entretenant un champ de gradient de pression motrice, nécessaire au maintien d'un courant d'air.

2.1.1. Différentes dispositions géométriques et physiques

On rencontre sous terre des dispositions géométriques, mécaniques ou thermiques qui favorisent l'installation d'un courant d'air. Nous analyserons plus loin en détail ces différents dispositifs, mais nous allons déjà nous en faire une idée d'ensemble.

a) Air bouclé sur lui-même

Examinons tout d'abord les conditions d'apparition d'un tourbillon bouclé sur lui-même (à débit total nul dans une section). L'instabilité d'un air chaud surmonté d'un air froid engendre des tourbillons d'allure torique (sur la figure ci-contre). Nous examinerons plus loin le mécanisme physique qui permet de passer, comme ici, d'un champ de température non homogène à un champ de pression motrice non homogène, mais on peut remarquer dès à présent que c'est le champ de pesanteur terrestre qui assure le passage. Pas de pesanteur, pas de convection naturelle !

Un autre mécanisme, qu'on nomme recirculation, est celui d'une masse en mouvement (eau, air ou autre) qui entraîne par frottement visqueux une certaine masse d'air. Nous donnons deux exemples. L'un où le moteur est une cascade (cf. figure ci-contre). L'air du puits est violemment brassé et il s'instaure un tourbillon en rouleau ou un tourbillon torique. L'autre est le cas d'un courant d'air qui débouche dans une salle (cf. figure au-dessous). L'air dans la zone morte est animé d'un mouvement en tourbillons à rouleaux, ou torique, suivant la configuration géométrique du conduit.

On remarque que tous ces mouvements peuvent être considérés comme quasi-permanents, c'est-à-dire que le mouvement se maintient à peu près identique au cours du temps.

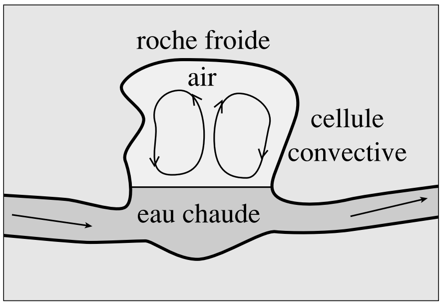


Fig. 2-1- Cellule convective torique engendrée par une différence de température

Convective eddy generated by temperature differences

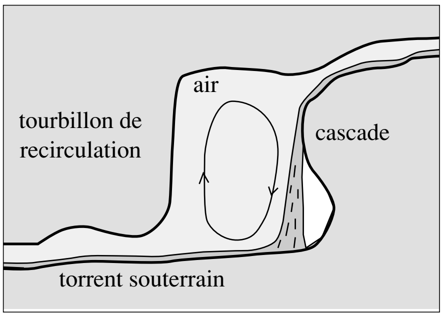


Fig. 2-2- Tourbillon de recirculation en rouleau engendré par une cascade

Recirculation eddy generated by a waterfall

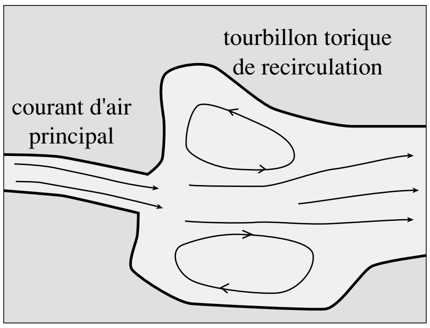


Fig. 2-3- Tourbillon de recirculation torique généré par un courant d'air principal. Le tourbillon apparaît comme un courant d'air secondaire (à débit total nul). C'est le phénomène d'éjection ou d'induction

The recirculation eddy is the basis of ejection phenomenon

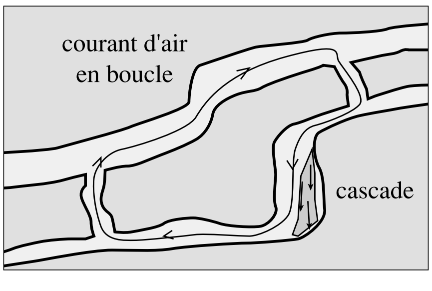


Fig. 2-4- Courant d'air en boucle par l'entraînement d'une cascade (cf. grotte de Gournier)

Loop air flow induced by a waterfall

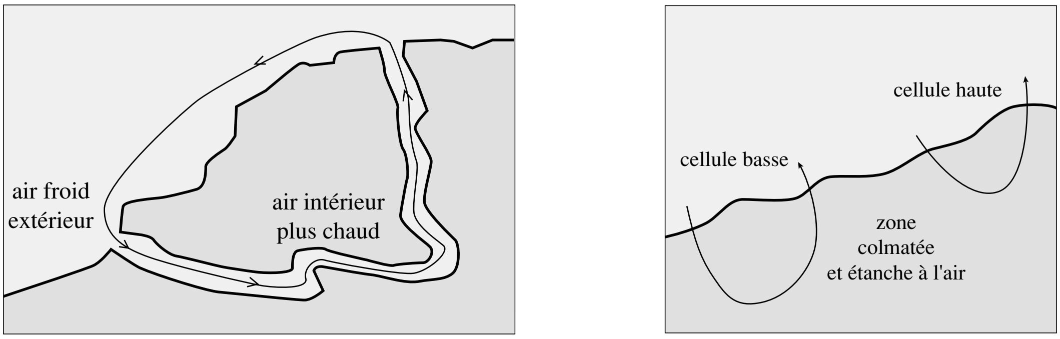


Fig. 2-5- Courant d'air bouclé sur l'extérieur, fonctionnement en tube à vent.
À droite, la circulation d'air est bi-étagée (Mangin et Andrieux 1988)

A wind tube is also a loop air flow, but with the external atmosphere

b) Air bouclé sur l'air extérieur

Il existe plusieurs configurations où l'air décrit une boucle partant de l'air extérieur et revenant à l'air extérieur.

Effet cheminée. Les causes ou le moteur du mouvement sont, dans ce cas, principalement thermiques. La température de l'air intérieur est différente de celle de l'air extérieur. Cela induit une différence de pression motrice et donc un mouvement. C'est l'effet de tirage de cheminée qui explique le mouvement de l'air (figures ci-dessus).

Pièges thermiques. Dans le cas de piège à air chaud ou à air froid, en état d'instabilité comme sur la figure ci-dessous, le courant d'air est un courant d'air de convection lié d'abord à la différence de température entre l'air extérieur et les parois. Il y a une dénivellation exploitable par l'air. Dans la figure de droite, qui est un tube à vent, les deux entrées ont même altitude, mais il y a deux branches de températures différentes. Ce cas est très voisin d'un piège à air chaud. On peut, bien entendu, trouver des cas intermédiaires qui fonctionnent partiellement en piège thermique et partiellement en effet cheminée.

Ces pièges thermiques présentent deux phases de fonctionnement. Une phase ouverte (Trouillet 1885) ou dynamique, c'est-à-dire l'été pour un piège à air chaud et l'hiver pour un piège à air froid. Cette phase ouverte correspond à la période où l'instabilité thermique permet un renouvellement de l'air de la cavité. La phase fermée (ou statique) correspond au contraire à la période pour laquelle l'air est stable et immobile.

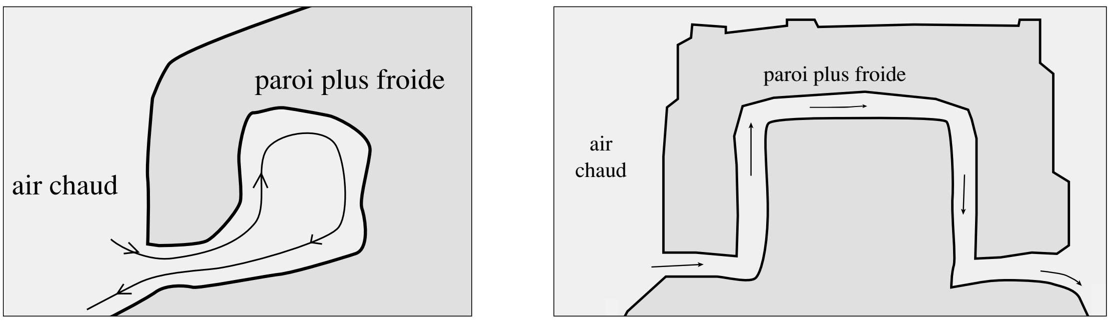


Fig. 2-6- Courant d'air dans un piège à air chaud. Là encore le courant d'air se boucle sur l'air extérieur.
On donne deux exemples, l'un à une entrée, l'autre disposé en tube à vent à deux entrées de même altitude

A warm air trap with his loop air flow has one entrance
A wind tube has more than one entrance

Effet mixte. Un courant d'air de tube à vent peut engendrer un tourbillon de recirculation près d'une entrée de cavité (figure ci-contre). En général, ce tourbillon ne sera important que si l'effet de convection naturelle peut se surajouter à l'effet d'entraînement turbulent. On verra plus loin que cette configuration est possible grâce à une propriété des écoulements stratifiés, stables comme ici, de bien résister au mélange turbulent.

Là encore, le mouvement de l'air dans ces configurations est quasi-permanent. Bien que le courant d'air, comme on le verra plus loin, prenne naissance dans un régime thermique essentiellement variable (de basse fréquence), l'aspect dynamique du mouvement est, lui, essentiellement permanent. On le qualifiera de quasi-permanent.

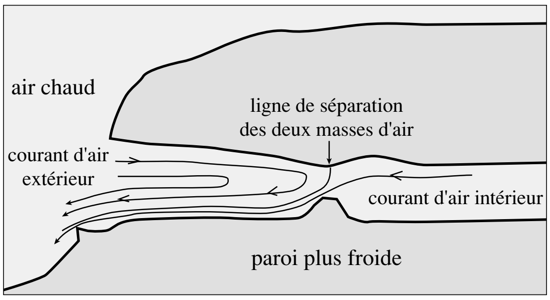


Fig. 2-7- Courant d'air mixte de convection et de recirculation lié à une sortie de courant d'air (exemple de la Cañuela, Espagne)

Mixed convection-recirculation air current

c) Rôle de l'infiltration de l'eau des précipitations

(Mangin, Andrieux, 1988)

Une chute de pluie se traduit par l'injection d'un certain volume d'eau dans le karst. Ce volume prend la place de l'air. Ce qui provoque une diminution de volume, donc une surpression de l'air, qui cherchera à s'échapper vers l'extérieur. L'air sort par une entrée, si elle existe, ou par d'autres fissures (voire même dans des flaques sous forme de bulles !).

Par exemple, une averse de 1 cm de hauteur d'eau qui tombe sur un kilomètre carré de bassin versant représente un volume d'eau de 10^4 m^3. Cette eau chassera un volume équivalent d'air. Puis la crue étant passée, l'air reviendra dans la cavité lentement au gré de la décrue. À la fin de l'épisode pluvieux, le débit total est donc nul (cf. figure 2-8 ci-contre).

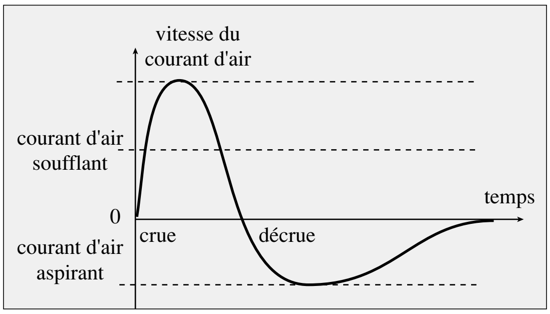


Fig. 2-8- Aspect du courant d'air au passage d'une crue. Pendant la crue, le courant d'air est soufflant puis pendant la décrue, le courant d'air est aspirant

Air flow during a flood. During the flood it is blowing, and afterwards sucking

Un deuxième mécanisme existe aussi. L'eau en descendant dans des fissures étroites peut entraîner un certain volume supplémentaire d'air par une sorte d'effet piston (figure ci-contre). Tout dépend de la configuration géométrique et de la taille des fissures de percolation. L'écoulement d'enfouissement de l'eau est alors diphasique. Mangin et Andrieux (1988) estiment que le volume d'air peut être équivalent au volume d'eau. Cet effet se traduit ainsi par un débit d'air supplémentaire équivalent pendant la crue à celui induit par le premier mécanisme. Ce second mécanisme est différent du premier puisqu'il n'est pas compensé à la décrue.

Un bilan sur les courants d'air induits par une crue, dans un réseau habituellement sans courant d'air, montrerait donc un excès d'air soufflé par rapport à l'air aspiré.

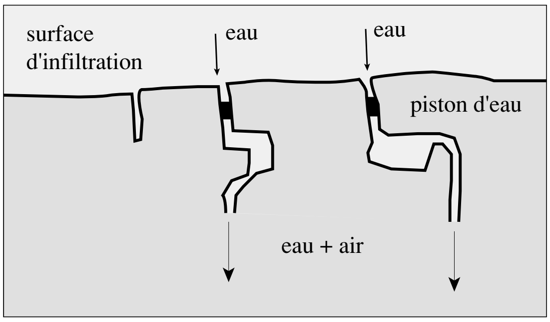


Fig. 2-9- Injection d'air par l'eau d'infiltration (Mangin, Andrieux 1988)

Air injection by diphasic flow of percolation

2.1.2. Fluctuations des grandeurs physiques aux frontières

Le courant d'air souterrain est souvent dû à des fluctuations ou des variations régulières des paramètres de l'air atmosphérique extérieur. Toutes ces fluctuations conduisent à des variations de la pression engendrant un mouvement de l'air. La distinction que l'on fait entre les différentes causes, vent, infrasons, etc. repose essentiellement sur les différences des fréquences associées, grandes pour le vent, petites pour les infrasons, très petites pour les variations de la pression atmosphérique (Lewis, 1991).

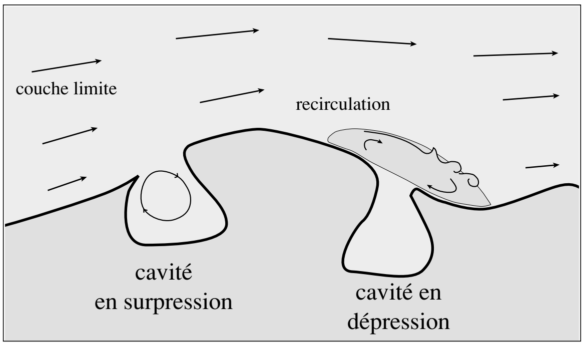


Fig. 2.10- Le vent induit des fluctuations
de la pression, donc un courant d'air souterrain

*Cave air current generated by
atmospherical wind fluctuations*

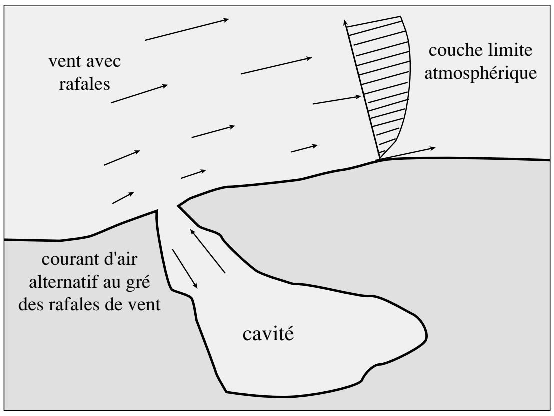


Fig. 2-11- Le courant d'air alternatif à l'entrée
d'une cavité à cause des rafales de vent

*Alternating air current at the entrance
of cave by the outside wind*

a) Rôle du vent extérieur (Andrieux, 1969, et aussi § 2.1.2.a)

Le vent terrestre. L'air atmosphérique est en mouvement. Les vitesses sont le plus souvent assez faibles dans les terres et plus importantes sur la mer ou en montagne. Elles ne dépassent guère 50 km/h. Dans certaines régions en revanche, le vent est permanent (comme la célèbre Terre de feu en Patagonie où le vent souffle en permanence de 60 à 100 km/h). À l'occasion des orages ou des tempêtes, le vent peut prendre des vitesses catastrophiques. Les vitesses courantes pour les grands cyclones tropicaux et les typhons sont de 200 km/h. L'étendue d'un cyclone est de 1000 km environ et ses structures tourbillonnaires se déplacent à des vitesses de l'ordre de 60 km/h. Mais d'autres phénomènes sont encore plus violents. Par exemple les tornades, structures tourbillonnantes d'une cinquantaine de mètres de diamètre, peuvent être le siège de vitesses jusqu'à 400 km/h.

La vitesse du vent augmente quand on s'éloigne du sol (couche limite atmosphérique). On admet en plaine une loi de la forme :

$$\frac{V_h}{V_0} = \left(\frac{h}{h_0}\right)^{0,17} \quad \text{(loi de Golding, in Le Chapellier 1988)} \qquad (2.1)$$

Le vent possède en général une composante verticale faible, mais elle peut dépasser 10 m/s au moment des orages.

Rôle du vent extérieur sur les cavités. Près des entrées des cavités, le vent joue un rôle. Il modifie le régime des courants d'air souterrains, et le vent en rafale peut induire des courants d'air pulsés.

Le vent extérieur est dévié par le relief. Il se produit, localement et au gré des rafales, des surpressions ou des dépressions (cf. figure au-dessus gauche et § 1.3.7).

Si la cavité est à une seule entrée, la surpression due à une rafale fera entrer de l'air qui ressortira à la fin de la rafale (figure au-dessus droite). Si la cavité possède plusieurs entrées, le phénomène pourra être très complexe car les différentes entrées seront soumises à des pressions fluctuantes et le courant d'air pourra être très irrégulier. Cependant, si une des entrées est toujours en surpression, il pourra s'établir un courant d'air régulier. Pour une cavité importante à une seule entrée, le courant d'air s'atténuera en fonction de la distance à l'entrée comme on l'établira plus loin. De même, pour un réseau à deux entrées très éloignées, les rafales du vent n'influeront pas sur le courant d'air loin des entrées.

Le courant d'air dû au vent peut se combiner à un courant d'air dû à une autre cause (tube à vent par exemple). Le courant d'air pourra rester dans le même sens mais présentera des variations brusques. Les relations n'étant pas linéaires, le courant d'air résultant ne sera pas la somme des courants d'air partiels.

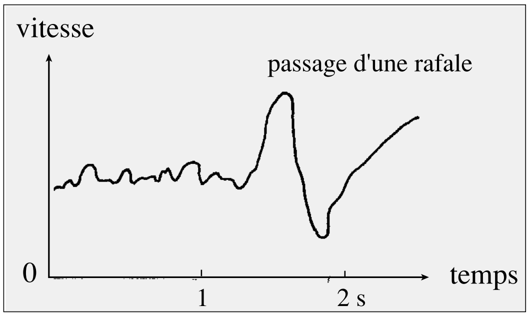


Fig. 2-12- Une rafale de vent
(du genre tourbillon torique, Le Chapelier, 1988)

Wind velocity versus time, for an eddy

Sur le schéma ci-dessus, on a représenté un exemple de vitesse du vent en fonction du temps au moment d'une rafale (Le Chapellier 1988). Le caractère très irrégulier du vent est dû à la turbulence et à l'aspect intermittent du vent extérieur. On pourrait aussi représenter le spectre du vent qui mettrait en évidence les différentes fréquences observables à l'extérieur et donc aussi dans une certaine mesure à l'intérieur d'une cavité.

Quelles sortes de variations de pression induisent les rafales du vent ?

On se dit, bien sûr, qu'elles sont bornées par la valeur $0{,}5\ \rho\ v^2$ qui correspond à la pression d'arrêt (v étant la vitesse maximale des rafales). Mais plusieurs facteurs interviennent pour atténuer cet effet : orientation de l'entrée par rapport au vent, couvert végétal etc. Contentons-nous d'indiquer le résultat des mesures faites à la grotte de Mœstroff au Luxembourg (Massen 1997, p. 99). Ces physiciens ont mesuré la différence de pression entre l'extérieur et un point à 50 m de l'entrée. Leur figure 3.4.4, reproduite ci-contre, montre la différence de pression en fonction de l'amplitude des rafales de vent (entre 0 et 10 m/s). Les points sont limités par deux paraboles dont l'équation est à peu près :

$$dP = 0{,}17\ \frac{1}{2}\ \rho\ V^2 \tag{2.2}$$

Ce coefficient d'amortissement de 0,17 est le premier mesuré dans une cavité. Il varierait d'une grotte à l'autre. Les auteurs ont aussi remarqué que la moyenne est un peu décalée. Pour 10 m/s, les différences de pression (en Pa) varient ainsi dans la plage de valeurs [-8,2 ; +10,2].

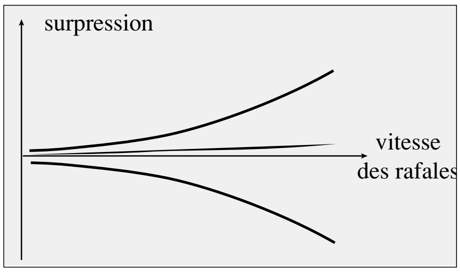


Fig. 2-13- Fluctuations des pressions,
en fonction de la vitesse des rafales de vent
à la grotte de Mœstroff.
Elles sont à peu près comprises
entre deux paraboles
(Massen 1997 p. 99)

Amplitudes of pressure fluctuations versus wind velocity

b) Rôle des infrasons

Les grands vents des tempêtes, les courant-jets, les tremblements de terre, les grandes cascades engendrent des manifestations acoustiques, une sorte de chant composé d'infrasons qui se propagent au loin mais qui ne sont pas perceptibles à cause de leur fréquence très basses de l'ordre de 0,01 à 1 Hz (Lewis, 1991). Cependant, les cavités souterraines se révèlent de parfaits instruments de détection. En effet, elles peuvent résonner à la façon des résonateurs de Helmholtz et le phénomène sera alors amplifié et facilement détecté grâce au courant d'air alternatif qui prend alors naissance près de l'entrée (figure ci-contre). Nous analyserons plus loin soigneusement ce phénomène peu observé, mais sans doute plus courant qu'on croit.

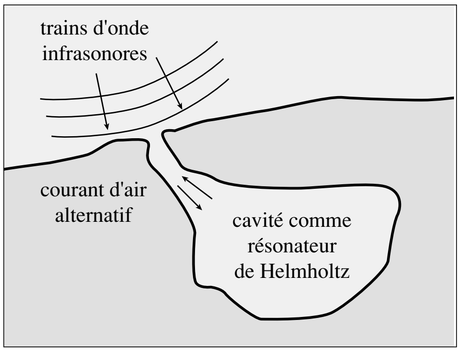


Fig. 2-14- Des infrasons peuvent induire
un courant d'air alternatif
(résonateur de Helmholtz)

Alternating air flow induced by infrasonic waves

c) Rôle des variations lentes de la pression atmosphérique (respiration des cavernes)

L'atmosphère extérieure, à un endroit donné et un instant donné, possède une certaine pression. On peut mesurer cette pression avec un baromètre (ou un altimètre). Elle varie en fonction de l'altitude.

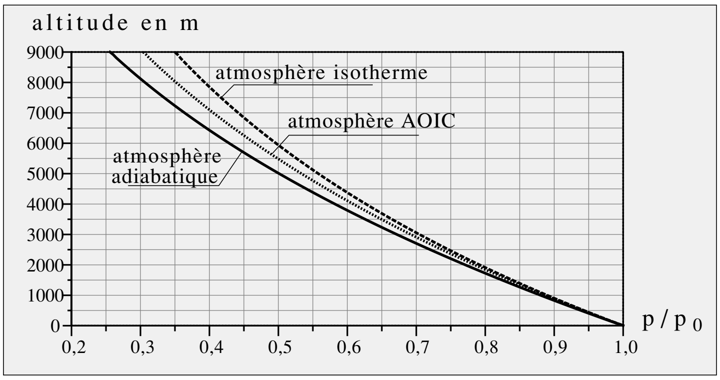


Fig.2-15- Variation de la pression avec l'altitude pour différents types d'atmosphères

Pressure versus altitude for three theoretical atmospheres

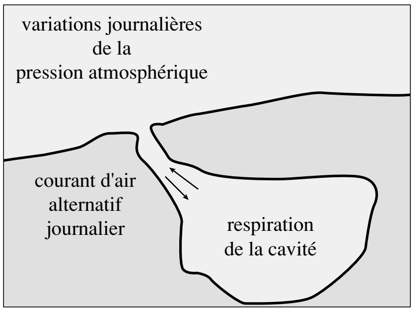
En fonction de l'altitude. L'atmosphère terrestre se raréfie avec l'altitude, alors que la composition ne change guère sur plusieurs dizaines de kilomètres. La pression diminue quand l'altitude augmente (cf. figure 2-14 et § 1.2.4).

Fluctuations. À cette influence systématique de l'altitude se surajoute des fluctuations plus ou moins régulières. La première sorte est appelée synoptique. Elle est liée aux grandes structures de l'atmosphère (anticyclones, zones cycloniques, fronts…). Ainsi, les «perturbations» s'accompagnent d'une baisse de pression qui peut atteindre 10^4 Pa (record de basse pression au niveau de la mer 0,87 10^5 Pa dans un cyclone de l'océan Pacifique). De même, les anticyclones correspondent à des hautes pressions (record en Sibérie de 1,083 10^5 Pa). Les fluctuations journalières moyennes de la pression dans nos régions sont de l'ordre de 50 Pa.

La deuxième sorte de fluctuations, qu'on a examinée au § 2.1.2.a, correspond à des modifications très rapides de la pression dues au vent extérieur et à la turbulence associée.

Influence sur les courants d'air souterrains. Toutes ces variations de la pression influent sur un réseau souterrain, même s'il n'a qu'une entrée, par un effet capacitif.

Dans une cavité petite, le courant d'air sera créé par des fluctuations rapides de la pression extérieure, mais dans des cavités géantes, de très grand volume intérieur, les fluctuations lentes de la pression barométrique seront facilement perceptibles tout le long des galeries. C'est le phénomène de respiration des cavernes que nous analyserons plus loin et qui correspond à un effet capacitif pur. On lira avec profit l'article, excellent et très complet, de Warren Lewis (Lewis, 1981) sur les variations de la pression atmosphérique.



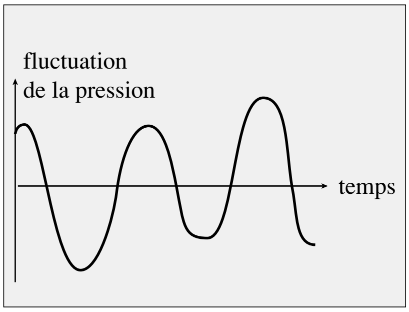


Fig. 2-16 et 2-17- Respiration d'une grande cavité par les variations lentes de la pression extérieure.
À gauche, configuration géométrique, à droite variations possibles de la pression au cours du temps

2-16- Cave breathing by atmospheric pressure variations
2-17- Fluctuations of the pressure with time

2.2. Ventilation naturelle d'une galerie horizontale à une seule entrée

Ce chapitre a été construit à partir du rapport de 1998 «Expérimentation sur l'aérage des mines, compte rendu de mission, rapport et résultats scientifiques», sous la direction de N. Florsch. (cf. aussi Florsch, Lismonde, 2001)

Ce rapport permet de comprendre en site réel comment une mine ancienne pouvait être exploitée sans ventilation forcée. Ou en d'autres termes, jusqu'à quelle distance l'air peut se renouveler naturellement dans une galerie horizontale, et quel est le taux de renouvellement ?

Des mesures de température et de vitesse ont été faites dans la mine dite mine Sans Nom à Saint-Pierre-sur-l'Hâte dans la vallée de Sainte-Marie-aux-Mines dans les Vosges (France). La galerie a une hauteur d'environ 2 m, une largeur de 0,6 m et une longueur de 90 m.

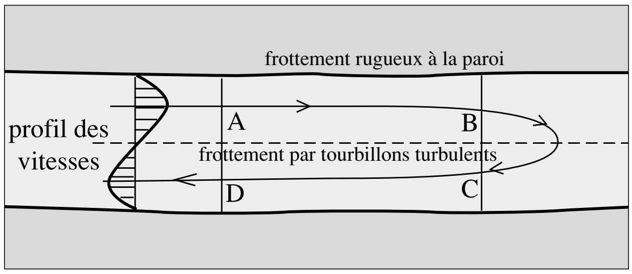


Fig. 2-18- Écoulement en été dans une galerie borgne. L'écoulement supérieur perd de la quantité de mouvement par fuite du fluide vers le bas et par frottement turbulent sur les parois et l'interface

Air flow in the cave with one entrance, in summer

2.2.1. Les résultats expérimentaux

Le résultat principal de l'étude des courants d'air est que la convection naturelle entre l'air extérieur et l'air intérieur de température différente suffit à renouveler l'air sur une distance de l'ordre de 50 m. En été, l'air pénètre en haut de la galerie et ressort au bas. En hiver, c'est l'inverse, l'air entre en bas et ressort au plafond. Dans une section donnée, par exemple en été, l'air circule dans la galerie avec deux maxima des vitesses moyennes, l'un positif, l'autre négatif. L'écoulement dans la galerie est très turbulent.

La relation proposée, à partir des mesures, par N. Florsch pour cette vitesse maximale à la distance x de l'entrée est :

$$V = 0{,}185 \ \exp\left(-\frac{x}{8{,}13}\right) \sqrt{T_{ext} - T_{fond}} \qquad (2.3)$$

Dans cette relation, V est en m/s, x est en m et T en K. Cette relation empirique est très intéressante, mais elle ne donne pas l'influence de la hauteur de la galerie sur la vitesse. Écrivons-la sous une forme plus générale :

$$V = V_0 \ \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right) \qquad (2.4)$$

Nous allons essayer de retrouver cette loi par quelques considérations physiques basées en partie sur l'analyse dimensionnelle.

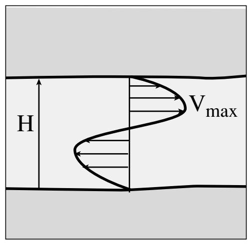


Fig. 2-19- Schéma montrant le profil transversal du courant d'air estival

Transversal velocity profile of summer air flow

2.2.2. La vitesse caractéristique V_0

On peut trouver une estimation de V_0 en remarquant qu'il s'agit d'un phénomène de convection naturelle avec de l'air. Le moteur étant la pesanteur, on peut appliquer la formule de Torricelli pour calculer l'ordre de grandeur de la vitesse (cette formule exprime simplement la transformation d'énergie de gravité en énergie cinétique) :

$$V_0 = \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho} 2 \ g \ H'} = \sqrt{\frac{T_{ext} - T_{fond}}{T_{fond}} 2 \ g \ H'} \qquad (2.5)$$

La constante g est l'accélération de la pesanteur, la hauteur H' est une dénivellation parcourue par une particule fluide dans son mouvement convectif. Posons cette hauteur sous la forme $H' = \alpha H$ avec H hauteur de la galerie et α plus petit que 0,5 puisque l'écoulement dans un sens ne concerne qu'une hauteur moitié.

La comparaison avec la relation empirique fournit (nous prenons H = 2 m) :

$$0{,}185 = \sqrt{\frac{2}{T_{fond}}\, g\, H'} \quad \Rightarrow \quad H' = \frac{0{,}185^2\; 283}{2\;.\;9{,}81} = 0{,}49 \text{ m} \tag{2.6}$$

Cette hauteur représente environ le quart de la hauteur de la galerie H . On en déduit $\alpha = 0{,}25$. D'où la relation générale approchée :

$$V_0 = 0{,}7\sqrt{\frac{T_{ext} - T_{fond}}{T_{fond}}\, g\, H} \tag{2.7}$$

2.2.3. La distance d'amortissement x_0

La détermination de x_0 semble plus délicate. Au fur et à mesure que l'air chaud pénètre dans la galerie au plafond, cet air se refroidit. L'écart de température entre le bas et le haut diminue et on pourrait imaginer que la vitesse V_0 diminue dans les mêmes proportions. Il n'en est rien. L'écoulement n'est pas du tout à force d'inertie négligeable car le nombre de Reynolds est grand. L'écoulement pourra continuer même si l'écart de température s'est annulé localement entre le haut et le bas.

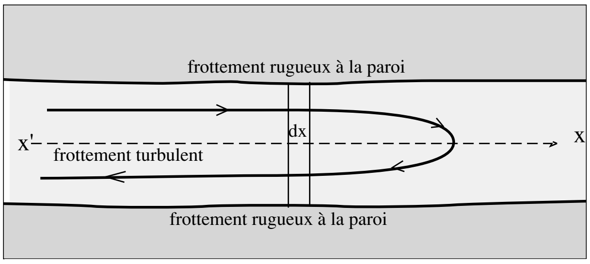


Fig. 2-20- Les différents frottements :
frottement sur les parois et frottement dans la zone de mélange sur le plan médian
(le courant d'air est en régime d'été)

*Two types friction (for a summer flow) :
on the wall and between the two counter-flows*

Le ralentissement de l'écoulement est dû à deux facteurs : d'une part, il y a frottement de l'écoulement supérieur sur l'écoulement inférieur ainsi qu'à la paroi (figure ci-contre), et d'autre part, le fluide rencontre un gradient de pression adverse comme on va le démontrer plus loin. La fuite d'air du haut vers le bas est assurée par un léger gradient de pression (la pression motrice $P + \rho_0\, gz$ est un peu plus grande en haut qu'en bas).

Comme l'écoulement est turbulent rugueux, la perte de charge est proportionnelle au carré de la vitesse. En haut, l'écoulement se présente globalement comme un divergent, la pression augmente donc, mais les frottements visqueux et les échanges de quantité de mouvement par les tourbillons turbulents font diminuer cette pression. Indécision donc sur le signe de la variation de la pression. En revanche en bas, l'écoulement vers la gauche est globalement un convergent, la pression diminue donc vers la gauche. Et par ailleurs, les frottements visqueux ont aussi tendance à diminuer la pression. On en déduit qu'en bas la pression diminue vers la gauche. Aucune indécision.

Examinons maintenant plus précisément la pression motrice (pression modifiée) $p + \rho_0\, gz$. L'équation de la statique le long d'une verticale nous indiquerait une pression motrice constante si la température était constante, et en diminution vers le haut à cause de l'augmentation de température. Cela, c'est la statique. Mais il faut bien qu'il y ait un léger gradient de pression motrice négatif vers le bas pour que le fluide descende.

L'hypothèse que le gradient de pression motrice vertical est nettement plus petit que le gradient de pression horizontal est un des ingrédients de la théorie de la couche limite, et cette hypothèse sera vraie ici si les distances horizontales sont nettement plus grandes que les distances verticales. On trouve donc, par continuité, que la pression motrice dans la partie haute est croissante vers la droite comme dans la partie basse. L'indécision du signe du gradient de pression dans la partie supérieure a été levée.

Écrivons le théorème de Bernoulli sur une longueur dx d'une ligne de courant AB en haut de la galerie (fig. 2.18) :

$$d\left(p + \frac{1}{2}\rho\, V^2\right) = -\frac{1}{2}\rho\, V\, |V|\, \frac{\Lambda}{H/2}\, dx \quad \Rightarrow \quad dp + \rho\, V\, dV = -\rho\, V\, |V|\, \frac{\Lambda}{H}\, dx \tag{2.8}$$

Dans cette relation, on n'a pas tenu compte du coefficient d'énergie cinétique, mais on verrait facilement que cela n'influe pas sur le résultat. Le membre de gauche de l'équation représente la variation de la charge, celui de droite représente la perte de charge et résulte de l'hypothèse turbulente pour les pertes de charge linéiques.
Appliquons cette relation deux fois, en haut et en bas en remarquant que la variation de la pression est à peu près la même (dx et les vitesses sont comptés positifs vers la droite) :

$$dp = -\rho V_1 dV_1 - \rho V_1 |V_1| \frac{\Lambda}{H} dx = -\rho V_2 dV_2 - \rho V_2 |V_2| \frac{\Lambda}{H} dx \qquad (2.9)$$

Les signes de V_1 et V_2 sont connus de sorte qu'on peut supprimer la fonction valeur absolue facilement. La conservation des débits conduit à la relation entre les vitesses V_1 et V_2 (S_1 et S_2 sont les sections de passage respectivement en haut et en bas) :

$$V_2 = -V_1 \frac{S_1}{S_2} = -\beta V_1 \quad \Leftrightarrow \quad dV_2 = -\beta dV_1 \qquad (2.10)$$

La constante β représente, par définition, le rapport de la section de passage de l'air entrant sur la section de l'air sortant (la somme des deux sections est bien sûr la section totale de la galerie). Elle représente aussi l'opposée du rapport de la vitesse sortante sur la vitesse entrante.

D'où la relation sur la vitesse V_1 :

$$-\rho V_1 dV_1 - \rho V_1^2 \frac{\Lambda}{H} dx = -\rho \beta^2 V_1 dV_1 + \rho \beta^2 V_1^2 \frac{\Lambda}{H} dx \qquad (2.11)$$

$$\frac{dV_1}{V_1} = -\Lambda \frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} \frac{dx}{H} \Rightarrow V_1 = V_{10} \exp\left(-\Lambda \frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} \frac{x}{H}\right) \text{ et } V_2 = V_{20} \exp\left(-\Lambda \frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} \frac{x}{H}\right) \qquad (2.12)$$

L'intégration de la vitesse V_1 comme on l'a faite, suppose que Λ est indépendant de V_1 ce qui est la caractéristique d'un écoulement turbulent bien développé avec paroi rugueuse. Cette intégration suppose aussi que le coefficient β ne varie pas le long de l'écoulement. Ce qui est sûrement faux aux extrémités.

Cette relation permet de retrouver la forme de l'amortissement trouvé par Florsch et l'Asepam (Association Spéléologique pour l'Étude et la Protection des Mines). En comparant avec la relation empirique trouvée par N. Florsch, on en déduit une expression de x_0, la longueur caractéristique de l'amortissement du mouvement suivant x en fonction du coefficient de perte de charge linéique équivalent Λ, du rapport des vitesses β et de la hauteur H :

$$x_0 = \frac{H}{\Lambda} \frac{1-\beta^2}{1+\beta^2} \qquad (2.13)$$

Cette relation nous renseigne sur la valeur de β. En effet, la longueur x_0 est positive et finie, ce qui nous indique que la constante β est strictement plus petite que 1. La section sortante du courant d'air est plus grande que la section entrante, ou d'une manière équivalente, la valeur absolue de la vitesse sortante est plus petite que la vitesse entrante.

Les mesures de l'Asepam donnent $x_0 = 8{,}13$ m pour $H = 2$ m ce qui fournit une valeur numérique pour le coefficient de frottement corrigé :

$$\Lambda \frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} = 0{,}25 \qquad (2.14)$$

Une mesure du rapport des vitesses nous fournirait la valeur du coefficient de perte de charge régulière de la galerie.

Remarque. Les mesures effectuées à l'entrée de la mine par l'Asepam ont montré que la vitesse V_1 est plus grande que la vitesse V_2. Notre analyse faite plus haut indique le contraire. On peut penser, mais cela reste à faire, que des mesures plus à l'intérieur auraient montré que la vitesse V_1 dépassait la vitesse V_2. En effet à l'entrée de la mine, le courant d'air supérieur résulte d'un gradient de pression alors que le courant d'air inférieur est purement inertiel, ce que notre calcul n'a pas pris en compte. En revanche, plus à l'intérieur, les deux écoulements sont dans les mêmes conditions (léger gradient de pression et forces visqueuses) et correspondent au calcul.

Conclusion. Il semble qu'on puisse étendre la relation trouvée par N. Florsch à toute une gamme de galeries de mines horizontales, en ne s'éloignant sans doute pas trop des longueurs et des dimensions de la mine Sans Nom :

$$V = \sqrt{\frac{T_{ext} - T_{fond}}{T_{fond}} \, g \, \frac{H}{2}} \; \exp\left(- \frac{x}{4\,H}\right) \qquad (2.15)$$

H est la hauteur de la galerie. Cette relation montre que la profondeur de pénétration de l'influence thermique dans une galerie de mine est proportionnelle à la hauteur de la galerie, mais que la vitesse est proportionnelle à la racine carrée de la hauteur.

Les mesures dans la mine sans Nom ont donc permis d'affiner une relation qui résulte finalement de l'analyse dimensionnelle et d'une petite analyse physique.

Il ne faut pas se leurrer sur la précision de cette relation. L'étude des écoulements stratifiés révèle la grande complexité des phénomènes, en particulier le blocage sur la dimension des grandes structures turbulentes qui apparaît pour un nombre de Richardson un peu grand (cf. § 1.3.9). Or nous n'avons pas tenu compte de ce nombre. Les règles de similitude que nous avons établies ont sûrement une validité limitée quand on fait varier fortement H.

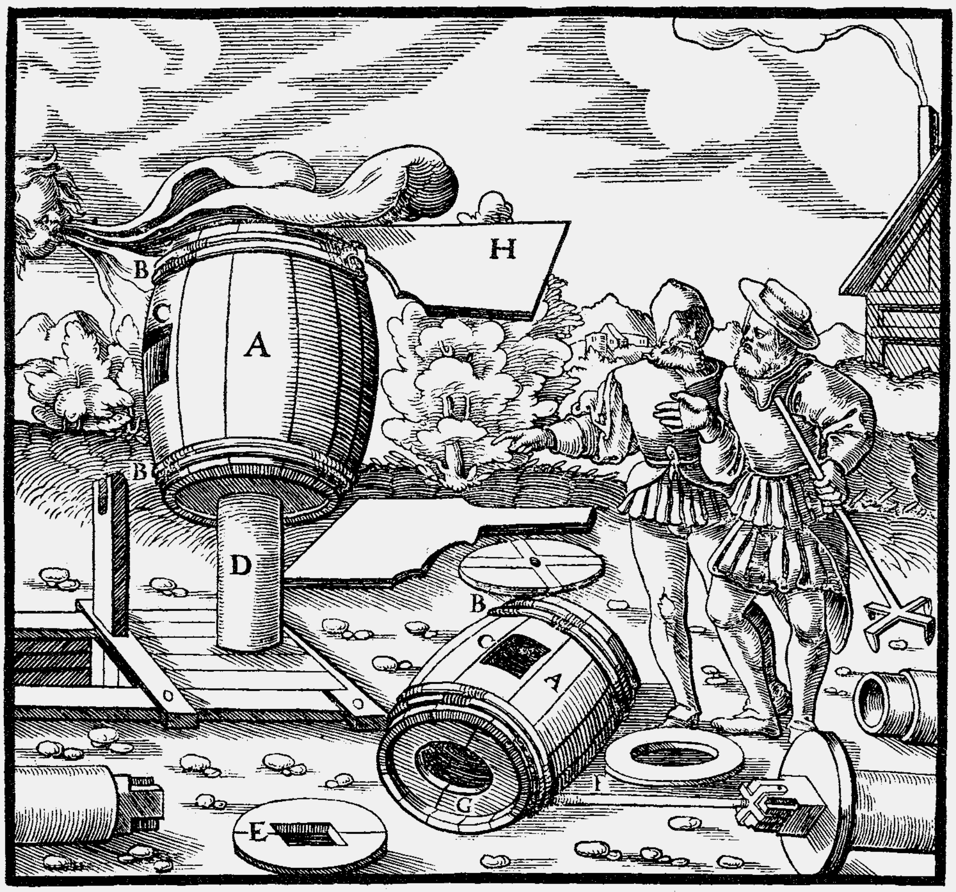


Fig. 87 : Déflecteur en forme de tonneau orienté par une girouette.

A : Tonneau – B : Cercles – C : Ouverture – D : Tube – E : Fond – F : Axe – G : Trou dans le fond – H : Girouette.

Gravure extraite du Agricola (1556)
montrant un maître mineur du Moyen-Age
aux prises avec le problème de l'aérage de sa mine

2.3. Le courant d'air dans un tube à vent

2.3.1. Le terme moteur

On suppose permanents le courant d'air et le champ de pression.

a) Le tirage dans un réseau à deux entrées

Examinons le cas d'une cavité à deux entrées d'altitudes différentes. Le poids d'une colonne d'air de hauteur H et de section unité n'est pas le même quand on le calcule dans l'air extérieur et dans l'air intérieur à la cavité. Cette différence de poids, donc de masse volumique, est essentiellement d'origine thermique.

L'hiver, l'air extérieur est plus froid que l'air intérieur. La grotte constitue une sorte de gigantesque cheminée et la différence de température est à l'origine d'un «tirage» qui fait monter l'air chaud dans la cavité. L'entrée inférieure aspire, l'entrée supérieure souffle. L'été le phénomène est inversé et l'air descend globalement dans la cavité.

Attention ! C'est la différence des altitudes des entrées qui compte pour le sens du courant d'air. Comme sur la figure ci-contre, on pourra très bien avoir localement, un courant d'air qui descend l'hiver, ou un courant d'air qui monte l'été.

On verra dans la troisième partie que l'effet de mémoire dû aux transferts thermiques modifie assez fortement le schéma simplifié décrit ici. Un courant d'air peut prendre naissance même sans dénivellation entre les entrées. Mais son fonctionnement est à rattacher aux pièges thermiques.

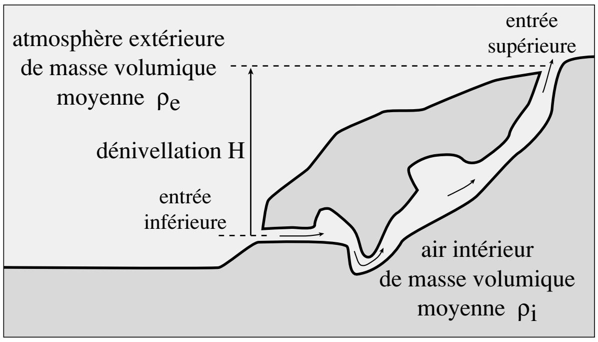


Fig. 2-21- Un tube à vent est un réseau à deux entrées (le courant d'air est ici hivernal)

A wind tube has two entrances, shown in winter

Quel est le mécanisme du tirage ? Quelle sont les forces qui entrent en jeu ?

Reprenons le cas de notre cavité à deux entrées pendant la saison hivernale. On a vu dans la partie 1 que la pression dans un jet sortant est la même que la pression ambiante (cf. § 1.3.7.a). Au point haut, par lequel le jet sort, la pression dans le jet est donc la même que celle de l'atmosphère ambiante.

On peut calculer les pressions au point bas, de part et d'autre d'une porte qui empêcherait l'établissement du courant d'air. Comme la pression augmente proportionnellement à la masse volumique et que la masse volumique est plus grande pour des basses températures, la pression à l'entrée serait plus grande en dehors qu'en dedans. Cette différence de pression, si on ouvre la porte, se répartira dans la grotte sous forme d'un gradient de la pression motrice qui fera entrer l'air dans la cavité par le bas et vaincra les frottements à la parois.

b) Expression précise du terme moteur (apport de charge)

La différence de pression, à la source du courant d'air, pourrait se mesurer avec un manomètre en fermant une des entrées pour empêcher l'établissement d'un courant d'air. En effet, après la fermeture brutale d'une des entrées, par exemple l'entrée basse, un manomètre fera apparaître un transitoire, comme ceux étudiés plus loin au § 2.5, puis une différence de pression qui pourra évoluer encore, mais lentement (figure 2-24). Cette différence de pression est la différence de pression motrice du réseau. C'est le terme moteur que nous allons maintenant établir en toute généralité.

Pour cela, nous allons calculer de deux façons différentes, la différence de pression p_A - p_B. D'une part, en suivant un itinéraire qui passe par l'atmosphère extérieure (A,C,B sur la figure 2-22), d'autre part, en suivant un itinéraire qui passe par la cavité (A,D,B).

$$(p_A - p_B)_{ext} = \int_{ACB} \rho_{ext}\, g \frac{dz}{ds} ds = \rho_{e\ moyen}\, g\, H \qquad (2.16)$$

$$(p_A - p_B)_{int} = \int_{ADB} \rho_{int}\, g \frac{dz}{ds} ds = \rho_{i\ moyen}\, g\, H \qquad (2.17)$$

Dans ces relations, ρ est la masse volumique et g l'accélération de la pesanteur, s l'abscisse curviligne sur le trajet choisi et z l'altitude du point courant. Ces relations constituent aussi les relations de définition des masses volumiques moyennes ρ_e et ρ_i (figure 2-21).

Le terme moteur de l'écoulement (le tirage si on ouvrait la porte) est simplement la différence des deux expressions ci-dessus :

$$\Delta p = (p_A - p_B)_{ext} - (p_A - p_B)_{int} = \int_{ACBDA} \rho\, g \frac{dz}{ds} ds \qquad (2.18)$$

$$\Delta p = (\rho_{e\ moyen} - \rho_{i\ moyen})\, g\, H \qquad (2.19)$$

Cette différence apparaît donc comme une intégrale curviligne sur un contour fermé passant par l'extérieur et l'intérieur. Ou encore, et dit plus simplement, ce terme moteur est proportionnel à la différence des masses volumiques moyennes, et proportionnel à la dénivellation entre les entrées. La masse volumique est fonction de la température, de l'humidité, de la fraction molaire en CO_2 et un peu de la pression (cf. § 1.1.6).

On remarque que la différence de pression reste invariante quand on change la position de la porte (en bas, au milieu ou en haut) à la condition que les variations des pressions avec l'altitude soient linéaires. En effet, sur la figure 2-24, cette différence de pression résulte bien de deux profils de pression dont les pentes sont différentes et qui ont des valeurs identiques aux entrées.

On sait que le profil réel est plutôt de forme exponentielle, de sorte que la propriété d'invariance énoncée ci-dessus sera vérifiée seulement pour les faibles dénivellations.

Introduction de la pression motrice. On a défini au § 1.2.1.a, la pression motrice. La propriété essentielle de cette grandeur est qu'elle reste constante dans un fluide au repos. Les deux atmosphères étant au repos, les pressions motrices sont donc constantes sur toute la dénivellation. Si on adopte, comme origine des altitudes, l'altitude de la porte, on trouve que la différence des pressions motrices au niveau de la porte est la différence des pressions calculées au-dessus. On peut aussi l'appeler : l'apport de charge à l'écoulement.

Si la différence de pression motrice est non nulle et si on ouvre la porte, la différence de pression motrice se redistribue en un gradient de pression motrice. C'est ce gradient qui, on l'a déjà vu, met le fluide en mouvement.

Le mouvement, comme toujours en physique en régime permanent, se traduira par l'égalité : terme moteur (apport de charge) = terme résistant (perte de charge).

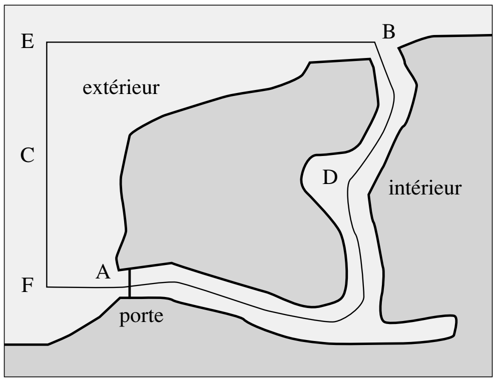


Fig. 2-22- Calcul de la différence de pression de part et d'autre d'une porte. Elle est égale à la différence de poids de deux colonnes d'air, une intérieure, l'autre extérieure

Difference of pressure on both sides of a gate

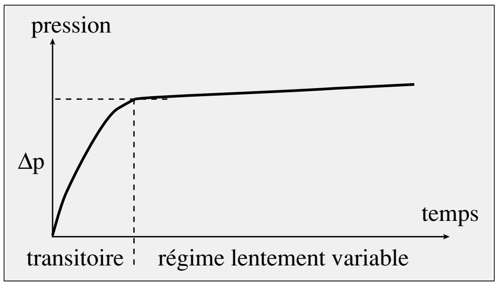


Fig. 2-23- L'ouverture d'une porte dans un tube à vent

The pressure after opening a gate

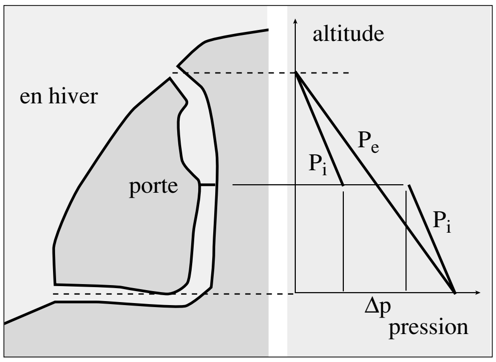


Fig. 2-24- Les gradients de pressions différents engendrent une différence de pression nette au niveau de la porte

Pressure differences at the gate, resulting of two different vertical pressure profiles

Calcul du terme moteur. Pour calculer la différence de pression motrice à l'origine du courant d'air, il faut connaître la masse volumique de l'air en chaque point du trajet. On pourrait imaginer parcourir physiquement la boucle en mesurant régulièrement la masse volumique, mais il est plus simple de réfléchir et d'utiliser nos connaissances.

On a établi dans la première partie (cf. § 1.1.6.c) la relation :

$$\rho = \frac{M\,p}{R^*\,T} \qquad \text{avec} \qquad M = \sum_i \alpha_i\,M_i \tag{2.20}$$

Dans cette relation, R^* est la constante des gaz parfaits ($R^* = 8{,}3144$ J.mole^{-1}.K^{-1}), p est la pression en Pa, T la température en K, α_i est la fraction molaire (pression partielle relative) et M_i la masse molaire du gaz i.

Comme c'est la température qui joue le rôle principal dans les variations de masses volumiques, on en déduit que la différence de pression motrice est à peu près doublement linéaire, linéaire par rapport à l'écart de température et linéaire par rapport aux dénivellations. À un doublement de l'écart de température correspond un doublement de Δp_m, de même qu'à un doublement de la dénivellation correspond à peu près un doublement de Δp_m.

c) Expression simplifiée du terme moteur

On peut faire quelques hypothèses supplémentaires pour fournir une expression plus commode. Une hypothèse quelquefois vérifiée est que la température dans la cavité est uniforme et que l'humidité est de 100 %.

Si la dénivellation H n'est pas trop grande, la différence de pression motrice provient principalement de l'effet thermique et très peu des variations de pression (on prendra alors pour p la pression correspondant au milieu du dénivelé).

Pour des calculs approchés, on peut négliger l'influence de la vapeur d'eau qui est en général moins grande que celle de la température, et si en plus la teneur en CO_2 dans la cavité est négligeable, la relation se simplifie beaucoup :

$$\boxed{\Delta p \approx \rho_0\,\frac{p}{p_0}\,\frac{g}{273}\left(\theta_{int} - \theta_{ext}\right) H} \tag{2.21}$$

La pression motrice est à peu près proportionnelle à l'écart des températures moyennes extérieure-intérieure et à la dénivellation entre les entrées. On a déjà vu ce résultat dans le tome 1.

d) Influence de l'humidité et du dioxyde carbone de l'air

Nous allons donner des exemples de détermination de la différence de pression motrice pour voir l'influence de l'humidité et du dioxyde de carbone de l'air.

Humidité. Soit une dénivellation entre les deux entrées A et B de 700 m (H = 700 m). Soit une température moyenne de la cavité de 5°C, à 100% d'humidité et un air extérieur de température moyenne 20°C et d'humidité relative 50% ($\psi = 0{,}5$). La pression est supposée $p = 0{,}95\ 10^5$ Pa.

Si on négligeait l'influence de la vapeur d'eau, les masses volumiques de l'air seraient respectivement :

$$\rho_i = \rho_0\,\frac{p}{p_0}\,\frac{T_0}{T} = 1{,}293\,\frac{0{,}95}{1{,}013}\,\frac{273{,}15}{278{,}15} = 1{,}191\ \text{kg . m}^{-3} \qquad \rho_e = 1{,}293\,\frac{0{,}95}{1{,}013}\,\frac{273{,}15}{293{,}15} = 1{,}130\ \text{kg . m}^{-3} \tag{2.22}$$

Cela fournirait une différence de pression de $\Delta p = \Delta\rho\ g\ H = 419$ Pa (la formule simplifiée aurait donné 457 Pa).

On a vu au § 1.1.6.c qu'à 5°C, 100 % d'humidité équivalent à une diminution de la masse volumique de 0,89% et qu'à 20°C, 50 % d'humidité équivaut à une diminution de 1,16 %. On en déduit les valeurs des masses volumiques, après correction : $\rho_i = 1{,}180$ et $\rho_e = 1{,}117$ kg.m^{-3} .

La différence de pression réelle est $\Delta p = \Delta\rho\ g\ H = 433$ Pa soit 3% de plus que la valeur non corrigée (et 5 % de moins que l'expression approchée). La différence est négligeable. Elle ne le serait plus si les températures extérieure et intérieure étaient très voisines, auquel cas l'influence de ce facteur remonterait.

Dioxyde de carbone. Reprenons le même exemple d'une température extérieure de 20 °C et d'une température intérieure de 5 °C acec une pression de $0{,}95.10^5$ Pa.Négligeons l'humidité, et supposons une teneur en CO_2 de 1 % en moyenne dans la cavité.
On calcule les deux masses volumiques non corrigées :

$$\rho_i = 1{,}191 \text{ kg.m}^{-3}$$
$$\rho_e = 1{,}130 \text{ kg.m}^{-3}$$

On trouve au § 1.1.6.c qu'une augmentation 1 % de CO_2.correspond à une augmentation de 0,42% de la masse volumique On en déduit la nouvelle masse volumique intérieure $\rho_i = 1{,}196$ kg.m^{-3} .

La différence de pression motrice est égale à $\Delta p = (1{,}196 - 1{,}130).9{,}81.700 = 453$ Pa , à comparer avec la différence de 419 Pa trouvée sans CO_2. L'écart relatif est de 8 %.

On a démontré au § 1.1.6 qu'une augmentation de 1 % de CO_2 équivaut à un refroidissement de 1,15 °C. Ainsi, pour un air intérieur chargé de 1% de CO_2., l'écart de température de 1,15 °C représentera, au moment de l'inversion du courant d'air, la différence de température entre l'air intérieur et l'air extérieur. C'est-à-dire dans l'exemple pris plus haut, que l'air intérieur sera à 5°C alors que l'air extérieur marquera 3,74°C à l'inversion du courant d'air. Bien entendu dans les cavités, les températures et les teneurs en CO_2 ne sont pas uniformes, ce qui complique les discussions.

Difficulté de mesurer la température extérieure. Sur le flanc des montagnes, la température de la roche exposée au soleil est plus grande que la température de l'air, mais la nuit, elle est plus froide. Ce phénomène vient que l'air, au contraire de la roche, absorbe très mal le rayonnement solaire (son émissivité est voisine de 0) et qu'il s'échauffe principalement par contact avec la roche (conduction thermique). Cela induit des gradients thermiques horizontaux à l'origine de vents (vents de pente ou catabatiques). Dans ce cas, il n'est pas très aisé de choisir une bonne température pour l'air. Il vaut mieux prendre la température de l'air le plus loin possible de la roche.

e) Limitation de la validité du calcul du tirage (différence de pression motrice)

Nous présentons sur la figure ci-contre trois exemples de tubes à vent, et on pourrait se dire que la dénivellation H étant la même dans les trois cas, on devrait avoir le même terme moteur, c'est-à-dire la même différence de pression motrice.

Même si les résistances aérauliques étaient les mêmes, nous verrons dans la partie 3 que ces différents cas ne sont pas équivalents à cause de l'effet de mémoire qu'apportent les transferts de chaleur à la paroi des conduits. La température d'un conduit ventilé n'est que rarement uniforme. À un instant donné, la connaissance des températures en tous points de la cavité permettra de calculer le tirage, mais ce tirage évoluera, non seulement sous l'action des variations extérieures de la température, mais aussi sous l'action de l'évolution des températures intérieures.

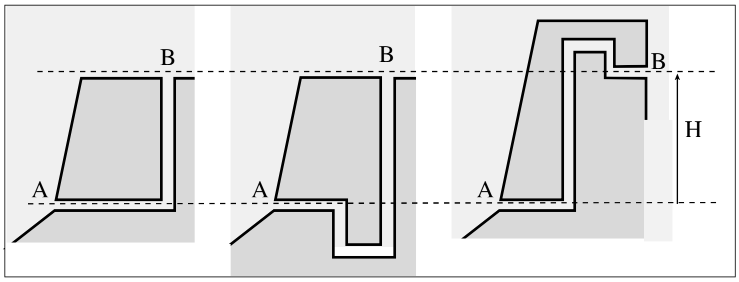


Fig. 2-25- Différentes configurations de tube à vent.
À gauche, tirage moins important l'été que l'hiver,
au milieu, augmentation du tirage en hiver,
à droite, augmentation du tirage en été.
La différence repose sur le rôle plus ou moins grand des zones d'entrées, les plus sensibles aux variations de température

Several configurations of wind tubes

2.3.2. Les termes résistants. Calcul du débit du courant d'air

La différence de pression motrice se répartit tout le long de la cavité sous la forme d'un gradient de pression motrice qui contre-balance le frottement à la paroi. Le débit du courant d'air est limité par l'existence des pertes de charges associées (cf. § 1.3.4). L'état permanent sera celui pour lequel, la différence des pressions motrices sera égale à la somme des pertes de charge tout le long du réseau.

Établissement d'un courant d'air et débit d'air

Supposons qu'on ouvre la porte qui nous a permis de mesurer la pression motrice. Sous l'action de cette différence de pression motrice, le fluide se met en mouvement et le débit augmente. Mais au fur et à mesure que cette vitesse augmente, les pertes de charge (termes résistants) augmentent elles aussi comme le carré du débit. Le régime de courant d'air est atteint justement quand la somme des pertes de charge est égale à la différence de pression motrice.

On a vu dans la partie 1 que les notions de pertes de charge régulières et singulières, introduites dans l'étude des conduites industrielles, ne sont pas adaptées dans le cas des galeries naturelles et nous utiliserons plutôt la notion de résistance aéraulique :

$$|\Delta P_m| = R\ q_m^2 \qquad (2.23)$$

Dissymétrie des résistances aérauliques. Dans un tube à vent, le courant d'air s'inverse au gré des saisons. Il n'y a aucune raison pour que la résistance aéraulique soit la même pour un courant d'air dans un sens, et dans l'autre. On a vu au § 1.3.3 la dissymétrie d'un écoulement dans un resserrement. Cette dissymétrie se traduit par une différence des résistances dans un sens et dans l'autre de l'écoulement. Néanmoins, on peut penser que des effets de compensations statistiques conduisent à des valeurs numériques voisines.

Débit d'air. Si on connaît la différence de pression motrice et si on connaît aussi la résistance aéraulique du conduit (par une mesure), il est facile d'en déduire le débit de courant d'air :

$$\boxed{q_m = \sqrt{\frac{|\Delta P_m|}{R}}} \qquad (2.24)$$

2.3.3. Vitesse dans un tube à vent

a) Réseau à une seule étroiture

La vitesse dans une section varie avec la surface de passage puisque c'est le débit qui se conserve. Dans les étroitures, le courant d'air peut être violent. C'est d'autant plus vrai que le nombre d'étroitures est plus faible. On peut imaginer le cas extrême d'un tube à vent comportant une étroiture, mettons d'un diamètre 5 fois plus petit que tout autre diamètre de la cavité. On montre alors facilement que la perte de charge dans cette étroiture dépasse largement toutes les autres. Le réseau peut donc se représenter à l'aide d'une galerie et d'une seule étroiture (figure ci-contre et § 1.3.6).

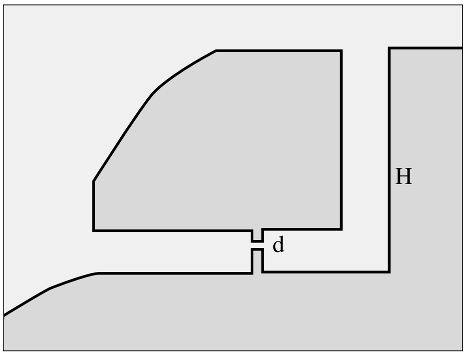


Fig. 2-26- Vitesse dans un tube à vent (en fonction de l'ouverture équivalente)

The equivalent aperture of a wind tube

Dans ce tube à vent ultra-simplifié, une seule grandeur, le diamètre d de l'étroiture suffit à caractériser le réseau. La relation entre d et R est la suivante :

$$\boxed{R = \frac{8}{\pi^2}\frac{1}{\rho\, d^4}} \qquad (2.25)$$

Dans cette relation d doit être exprimé en mètres. Dans l'exemple de la Dent de Crolles (tome 1, partie 3), on a vu que le diamètre de l'étroiture équivalente au réseau est $d = 0{,}75$ m. Bien que le réseau ne soit pas constitué par une galerie unique ce qui restreint l'intérêt de ce calcul, cette «étroiture» n'est pas très sévère ! Les mineurs parleraient d'ouverture équivalente qui vaut $\Omega = 1{,}54\ d$ (cf. § 1.3.6).

b) Plus grande vitesse dans un tube à vent

On peut énoncer une propriété approchée qui rend des services : la vitesse du courant d'air dans l'étroiture la plus sévère d'un tube à vent ne dépend que de la pression motrice, c'est-à-dire ne dépend que de la dénivellation et des températures entre l'intérieur et l'extérieur. Cette propriété n'est rigoureuse que dans le cas de l'étroiture équivalente.

$$R = \frac{8}{\pi^2}\frac{1}{\rho\, d^4} \quad \text{et} \quad \Delta p_m = R\ q_m^2 = \frac{1}{2}\rho\, U_m^2 \quad \text{d'où} \quad U_m = \sqrt{\frac{2\,\Delta p_m}{\rho}} \qquad (2.26)$$

c) Cas d'un réseau à pertes de charge régulièrement réparties (suivant l'altitude)

Il peut exister des réseaux de sections assez uniformes, ou pour lesquels les pertes de charge sont réparties à peu près régulièrement tout au long de la traversée suivant la verticale. On trouve pour ces réseaux une propriété intéressante, la pression motrice dans le réseau souterrain est la même que dans l'air extérieur. Ou d'une autre façon, dans ces réseaux souterrains à pertes de charge réparties (les mines de montagne en offrent un bon exemple), la vitesse du courant d'air est déterminée de façon à ce que l'écart entre la pression motrice extérieure et la pression motrice du réseau reste nul à chaque altitude. On étudiera cette propriété au § 2.3.4.

Altimètre sous terre. De cette propriété, on en déduit un mode d'emploi de l'altimètre dans une cavité avec courant d'air. Dans un réseau à perte de charge régulièrement répartie (traversée spéléologique par exemple), l'altimètre donnera de bonnes indications si on base la correction de température sur la température extérieure et non la température intérieure. En effet, les pertes de charge aux étroitures modifient l'indication de l'altimètre, mais ces pertes de charges récupèrent la différence de pression motrice entre la cavité et l'extérieur (Lismonde 1984, et § 1.2.5).

d) Renverse d'un courant d'air

Une autre propriété que l'on peut déduire de la forme de la relation entre pression motrice et débit est la suivante : le changement de sens de la vitesse dans un tube à vent (la renverse) est un phénomène brutal.

Cette propriété résulte directement de la relation $U = cte \sqrt{\Delta T}$

Si au voisinage de $\Delta T = 0$, il y a une petite variation de T, la variation de U est infinie comme on le voit sur la dérivée :

$$\frac{dU}{dt} = cte' \frac{d(\Delta T)}{\sqrt{\Delta T}} \quad \text{est infinie si} \quad \Delta T \quad \text{est nulle}$$

Cette propriété est approchée car on a vu qu'au moment des renversements de vitesse, la relation entre la perte de charge et le débit cesse d'être quadratique pour devenir linéaire. La tangente n'est donc pas tout à fait verticale. On verra plus loin que l'on est obligé aussi de prendre en compte l'inertie de la colonne d'air ce qui atténue encore le phénomène. Cette propriété a souvent été observée mais pas souvent expliquée (cf. par exemple István, 1976 fig. 4).

Nous avons représenté sur le schéma ci-contre cet aspect des choses qu'on analysera en détail plus loin (§ 2.5.4).

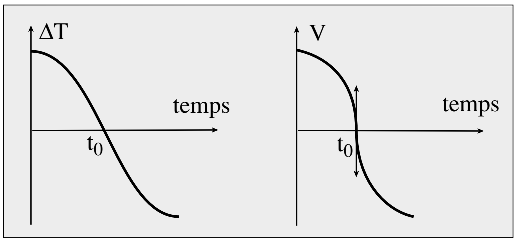


Fig. 2-27- Le renversement d'un courant d'air est un phénomène rapide

The reversal of a subterranean wind is a fast phenomenon

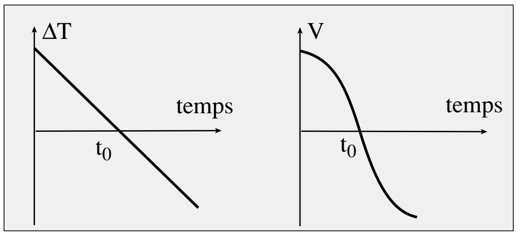


Fig.2-28- Prise en compte de la laminarisation et de l'inertie de la colonne d'air

The mechanical inertial power should be taken into airflow reversal

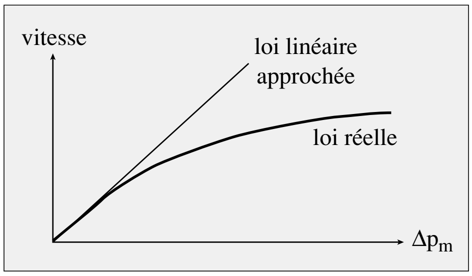
e) Une erreur souvent commise

Cette erreur consiste à croire à une relation linéaire entre débit et différence de pression motrice. On a vu qu'en régime turbulent (et la plupart des courants d'air souterrains sont turbulents), la perte de charge croît comme le carré de la vitesse du courant d'air. Comme le courant d'air est justement celui pour lequel le terme moteur (différence de pression motrice) est égal au terme résistant (les pertes de charge), on en déduit que la vitesse d'un courant d'air varie comme la racine carrée de Δp_m.

Cela introduit une petite difficulté qui est, la plupart du temps, ignorée des études sur le courant d'air (cf. Conn 1966, Trombe 1947, Cigna 1967) car ces auteurs font comme si la vitesse était proportionnelle à Δp_m et non à la racine carrée de Δp_m. Ce fonctionnement non linéaire des réseaux souterrains en fait leur originalité. Wigley (1971) et Badino dans son mémoire de 1995, ne commettent pas cette erreur.

Fig. 2-29- La relation vitesse - terme moteur n'est pas linéaire. La perte de charge augmente plus vite que la vitesse.

The relation between velocity and pressure is non linear



Si on agrandissait la partie de la courbe au voisinage de l'origine, là où l'écoulement est laminaire, on verrait que les deux courbes sont bien superposées (certains auteurs se limitent à cette partie là).

Au niveau du massif, ce sont des différences de températures qui jouent, mais au niveau local ce sont uniquement les gradients de pression motrices qui font mouvoir le fluide et les frottements (pertes de charge) qui le freinent.

2.3.4. Courant d'air dans un réseau à entrées étagées dans une pente

Une entrée intermédiaire réduit-elle le courant d'air lié à la dénivellation maximale ? La réponse est globalement non ! Et on verra, ci-après, que les entrées intermédiaires peuvent être aspirantes, soufflantes ou encore sans courant d'air.

a) Modélisation géométrique

Deux cas extrêmes de réseaux connectés avec la surface sont représentés sur la figure ci-contre. Ces réseaux ne diffèrent pour le courant d'air (par exemple en été) que parce que le deuxième réseau voit le courant d'air froid qui descend se mélanger fortement avec l'air ambiant, ce qui supprime la différence de températures.

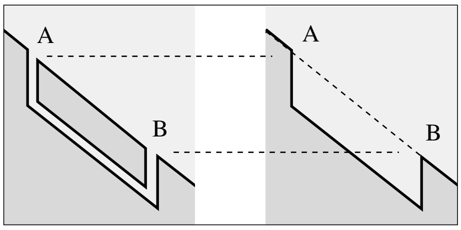


Fig. 2-30- Deux réseaux équivalents pour les dénivellations

Two equivalent systems for the unlevel

Nous étudierons un cas intermédiaire (figure ci-dessous) où il y a plusieurs entrées, et où le réseau peut être décomposé en une succession d'étages, de mêmes dénivellations et mêmes rétrécissements équivalents (au sens des pertes de charge).

Bien évidemment, les réseaux souterrains sont très complexes, les salles succèdent aux rétrécissements d'une façon quasi-aléatoire. Les pertes de charges ne sont pas régulièrement réparties. Notre modèle n'a pour lui que sa simplicité. Il représente un cas moyen possible. Ce réseau est tel que les résistances aérauliques des tronçons AC, CD, DE et EB sont toutes égales. Nous voulons montrer une propriété pour ce genre de réseau et cette propriété sera évidente avec ce modèle simplifié.

b) Propriété des courants d'air

Il y a un courant d'air tout le long du réseau, mais seules les entrées les plus extrêmes fonctionnent, les entrées intermédiaires ont un courant d'air nul ou faible.

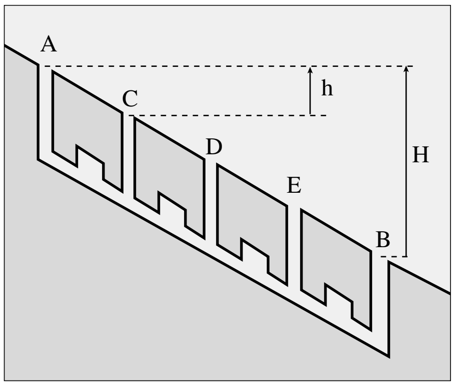


Fig. 2-31- Un réseau à plusieurs entrées régulièrement étagées

A cave system with regular distribution of entrances and head losses

Cette propriété n'est pas triviale car l'intuition qu'on peut avoir des courants d'air nous ferait plutôt penser que les trous situés vers le haut, fonctionnent tous pareils (aspirent par exemple en été) et que les trous vers le bas font de même (par exemple soufflent tous en été). Nous verrons que le trou immédiatement au-dessous du plus haut pourrait souffler en été.

Cette propriété est assez facile à comprendre si on a bien réalisé qu'un courant d'air dans une cavité à deux entrées résulte de deux termes. L'un est moteur, c'est la différence de pression motrice entre les deux entrées Δp_m. L'autre est un terme résistant, c'est la perte de pression (perte de charge Δp_r) due aux frottements de l'air sur les parois de la cavité.

Si on bouchait l'entrée B , on arrêterait le courant d'air. Si on ouvrait ensuite brusquement l'orifice B , l'air contenu dans la cavité s'accélérerait sous l'action du terme moteur. Mais au fur et à mesure que la vitesse augmenterait, les frottements croîtraient aussi. La vitesse finale s'obtient en écrivant l'égalité des forces motrices et des forces résistantes ($\Delta p_m = \Delta p_r$). On a déjà vu cette explication.

Dans un réseau modélisé comme celui de la figure ci-contre, les termes résistants (pertes de charges aux endroits étroits) sont supposés régulièrement disposés. On en déduit que le terme moteur est lui aussi régulièrement réparti. Comme ce terme moteur est proportionnel à la dénivellation totale H (Δp_m = a H, a constante qui dépend de l'écart de température), il se répartit à chacun des n étages avec la valeur : $\Delta p_m/n$ = a H / n = a h. Cette fraction de pression motrice nécessaire pour mouvoir l'air dans un étage est justement celle que l'on obtiendrait si le réseau se limitait à un seul étage de dénivellation h .

Le courant d'air dans un réseau à n entrées (A-C-D-E-B) présentant plusieurs étages équivalents (en dénivellation et pertes de charge) est donc le même que le courant d'air d'un réseau constitué d'un seul étage (A-C).

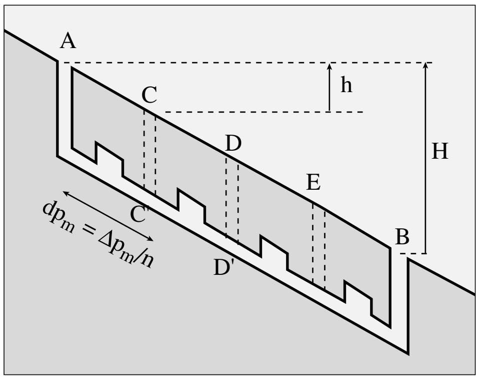


Fig. 2-32- Étagement de la pression motrice
Il n'y a pas de courant d'air en C, D, E.
Tout se passe comme si les entrées C, D, E étaient bouchées

Regular distribution of pressure
No air flows at C, D, E

On en déduit que si, dans le réseau à deux entrées (A-B), on ouvre des communications avec l'extérieur en C, D, E... pour constituer un réseau à n entrées, il ne se passe rien pour les courants d'air. Ces différentes entrées intermédiaires ne seront parcourues par aucun courant d'air. Le courant d'air que l'on rencontrera dans le réseau profond est celui provenant d'une pression motrice a H pour une perte de charge Δp_r.

c) Réseaux réels, limitation de la propriété

Les réseaux réels ne sont pas décomposables en “étages” équivalents, mais la propriété démontrée au-dessus suppose seulement que la perte de charge est proportionnelle à la dénivellation du réseau, ce qui est moins contraignant.

Si cette condition n'est pas tout à fait réalisée, les différences de pressions motrices entre C et C', D et D'... ne sont pas tout à fait nulles. Il s'établit un courant d'air secondaire à ces entrées, courant d'air plus ou moins important suivant l'écart à la condition.

La deuxième limitation provient des phénomènes thermiques que nous avons négligés. En été, l'air chaud descend en A. Cet air se refroidit en réchauffant les parois. La température des parois augmentent donc. À la longue, si les parois avaient même température que l'air entrant, l'entrée A cesserait de fonctionner puisqu'il n'y aurait plus localement de différence de pressions motrices, et c'est l'entrée C qui fonctionnerait.

On en déduit que dans notre modèle simplifié, le courant d'air a tendance à utiliser plusieurs entrées, même un peu étagées, à l'amont (le point haut en été, le point bas en hiver). À l'aval le phénomène n'existe pas. On fera plus loin une étude systématique des cavités à trois entrées étagées (§ 3.6).

Conclusion : les réseaux à plusieurs entrées présentent souvent des entrées intermédiaires avec un courant d'air négligeable. Au cours d'une prospection superficielle, on peut être amené à en sous-estimer l'intérêt. De même, un trou qui par exemple l'été est soufflant alors que sa position haute le désignerait pour être aspirant, peut malgré tout se révéler l'entrée d'un réseau partiellement descendant.

2.3.5. Mélange et dispersivité d'un contaminant passif

a) Dispersivité d'un contaminant passif

Dans un réseau à courant d'air, à l'occasion de travaux de désobstructions, les spéléos sont quelquefois amenés à utiliser de l'explosif. Les gaz libérés sont toxiques (principalement le monoxyde de carbone) et il peut être intéressant d'étudier la vitesse de propagation du nuage et la dilution du gaz dans ce nuage.

Génie chimique. Ce problème se retrouve aussi dans l'analyse des courbes de restitution à l'occasion de traçages d'écoulements souterrains. Si on s'intéresse au génie chimique et à l'évolution d'un composant chimique injecté dans un réacteur chimique, on voit immédiatement que ce petit problème que nous évoquons ici, à l'occasion de l'étude des courants d'air, est en réalité le problème majeur du génie chimique. C'est d'ailleurs les chimistes qui ont été le plus loin dans ce genre d'étude.

Courbe de restitution. Dans le cas des courants d'air, on peut penser que le traçage de l'air avec de l'hexafluorure de soufre se répandra et alors se posera pour l'air les mêmes problèmes d'interprétation que pour les traçages, à savoir, que peut-on dire d'une courbe de dispersion donnée ? Comment résoudre le problème inverse qui est de remonter à des caractéristiques globales du réseau souterrain à partir de la courbe de restitution ?

Ce problème a été analysé par Jeannin (1997), nous nous contenterons ici de proposer une solution qui est très schématique et qui correspond à ce que les chimistes appellent les «réacteurs bien agités en cascade» (*perfect mixing model*). L'étude complète sera mieux à sa place dans une étude sur l'eau souterraine. On trouvera un modèle mathématique intermédiaire entre le piston flow (pas de mélange) et le réacteur bien agité dans l'article d'Amin et Campana (1992).

b) Le modèle de réacteurs bien agités en cascade

Au moment de l'émission, le gaz se trouve très concentré et à une température différente de l'air ambiant. Des phénomènes rapides de convection font monter le gaz et le mélangent à l'air ambiant. Au bout d'un temps assez court, de l'ordre d'une minute, on peut considérer que le gaz est bien mélangé à l'air et qu'il est à la même température que lui. Il se comporte alors comme un “contaminant passif”, c'est-à-dire comme un nuage qui a les mêmes propriétés mécaniques que l'air ambiant. C'est l'évolution ultérieure de ce nuage que nous allons étudier.

Nous partons donc à l'instant initial d'un gaz mélangé à de l'air. Nous appellerons α_0 la fraction volumique (ou titre volumique) initiale en gaz (exprimée en m^3 de gaz par m^3 d'air contaminé).

Nous admettrons que le réseau peut être décrit comme une succession de salles de volume J_i séparées par des rétrécissements de diamètres quelconques. Les salles dont il s'agit ici sont, dans la théorie de la turbulence, les «grandes structures inertielles» de l'écoulement. C'est la topographie du réseau qui impose à la turbulence ses grandes échelles.

c) Discussion des phénomènes physiques du mélange

Le nuage qui se présente à l'entrée de la salle i se dilue dans le volume qui se présente devant lui. Le mélange se fait par le mécanisme très efficace de la diffusion turbulente. Les volumes morts de la salle ne sont pas concernés par ce mélange. On appelle ϑ_i le volume balayé par le courant d'air, c'est-à-dire sur le chemin du courant d'air. On appelle L_i la longueur de la salle i et S_i la section moyenne telle que $S_i.L_i = \vartheta_i$. Le courant d'air qui circule a un débit volume que l'on notera q (en m^3/s).

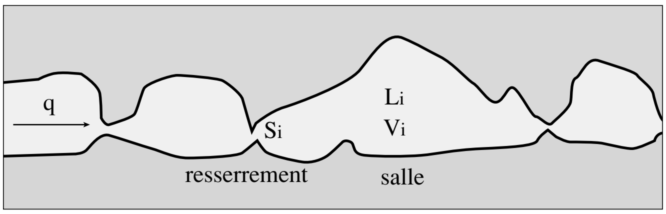


Fig. 2-33- Schématisation d'un conduit karstique en une succession de salles et rétrécissements

Schematic pattern of karstic passage

La difficulté du problème réside dans l'évaluation de la qualité du mélange entre l'air de la salle et l'air contaminé entrant. On peut émettre trois hypothèses :

1) L'écoulement qui entre ne se mélange pas du tout à l'air de la salle i. Tout se passe comme si un piston avançait dans la salle empêchant le mélange. La solution de ce problème est évidente. La concentration en contaminant dans le nuage reste constante, il n'y a aucune dilution, le nuage progresse à la vitesse $V_i = q/S_i$. Cette hypothèse est, bien sûr, irréaliste.

2) On peut admettre, à l'opposé, que l'air contaminé entrant se mélange parfaitement à l'air de la salle. C'est l'hypothèse de dilution parfaite qui permet d'écrire que la concentration du contaminant est uniforme dans la salle i à un instant donné.

3) Une troisième hypothèse est intermédiaire entre les deux précédentes. Elle consiste à admettre que la dilution se fait dans une zone de la salle dont la longueur n'est pas L_i mais plutôt $\sqrt{S_i}$, de l'ordre du diamètre transversal de la salle.

Cela revient à tronçonner les salles en morceaux de longueur $\sqrt{S_i}$ c'est-à-dire à augmenter le nombre de salles. Cela n'a pas d'importance théorique puisque le diamètre des "étroitures" est quelconque.

d) Modélisation mathématique

On se place dans le cadre de l'hypothèse 2) et on écrit pour la salle i le bilan de contaminant. La dérivée temporelle de la masse de contaminant dans la salle i est égale au débit entrant à gauche moins le débit sortant à droite.

On obtient pour l'ensemble des salles numérotées 1, 2,.., i, l'ensemble des équations discrètes :

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = -\frac{q}{\vartheta_1}\alpha_1 \qquad \text{avec} \quad \alpha \text{ titre volumique du contaminant (m}^3 \text{ de gaz /m}^3 \text{ d'air)} \tag{2.27}$$

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = -\frac{q}{\vartheta_i}(\alpha_i - \alpha_{i-1}) \tag{2.28}$$

Pour résoudre ce système d'équations, il faut se donner la géométrie du réseau.

e) Résolution dans le cas de salles identiques

Si on admet que les salles ont des sections S et des volumes ϑ voisins, on peut résoudre le système d'équations facilement et trouver la solution par récurrence. On retrouvera ce modèle de réseau souterrain plus loin dans l'étude des transitoires. La solution au niveau de la salle i+1 est :

$$\boxed{\frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_0} = \frac{\tau^i e^{-\tau}}{i\,!}} \qquad \text{avec} \qquad \tau = t\,\frac{q}{\vartheta} \tag{2.29}$$

Dans cette expression α_{i+1} est la concentration à l'instant t dans la salle i+1 alors que α_0 est la concentration du nuage juste après le mélange consécutif à l'explosion et que l'on prend comme valeur initiale de notre problème. Le temps t est un temps réduit, rendu sans dimension à l'aide du temps de passage de l'air dans la salle. L'expression mathématique i ! = (i) (i-1) (i-2).. est la fonction factorielle.

Cette solution peut être simplifiée grâce à l'utilisation de la formule de Stirling pour la factorielle quand n n'est pas trop petit (n>4) :

$$n\,! \approx \sqrt{2\pi n}\; n^n\, e^{-n} \tag{2.30}$$

L'étude de la solution montre que la dérivée s'annule pour t = i . Cette dérivée correspond au maximum de concentration. On en déduit la vitesse de ce maximum pour la salle i+1 qu'on peut assimiler à la vitesse de propagation du nuage :

$$V \approx \frac{q}{S} \qquad \text{c'est la vitesse moyenne du courant d'air} \tag{2.31}$$

La valeur du maximum de concentration dans la salle i+1 se produit à l'instant $t = i\,\vartheta / q$ et vaut :

$$\frac{\alpha_{M(i+1)}}{\alpha_0} = \frac{1}{i\,!}\left(\frac{i}{e}\right)^i \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\, i}} \tag{2.32}$$

Au bout de quelques salles, les différences entre salles voisines deviennent petites, il est alors possible de passer à une description continue du phénomène. Il suffit pour cela de poser par définition x = i.L . L est la longueur des salles qui dépend de x. Cette dernière variable représente la distance à l'entrée. Elle est définie seulement pour les valeurs entières de i , mais nous ferons comme si elle était définie partout.

Nous avons représenté, sur la figure ci-contre, la concentration du contaminant à un endroit donné en fonction du temps (t). Plus on est loin en aval, plus le nuage met de temps à arriver, plus il met de temps à passer et plus le maximum de concentration est faible.

On peut aussi interpréter ces courbes différemment. En abscisse, au lieu du temps on peut mettre la distance à l'explosion. Les différentes courbes représentent alors les distributions à différents instants (t) du polluant. Le maximum des courbes se décale à vitesse constante vers la droite et que le maximum de concentration diminue lentement comme $x^{-0,5}$. La conservation de la quantité totale de polluant impose à la surface sous les courbes de rester constante.

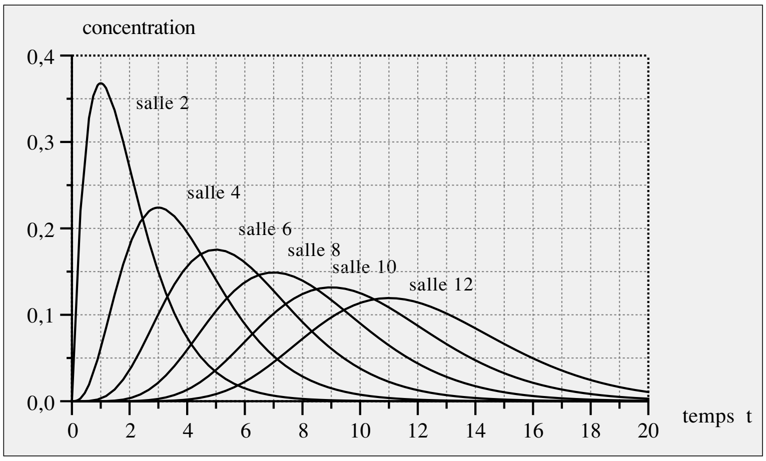


Fig. 2-34- Évolution du nuage de contaminant.
Distribution du contaminant en fonction du temps dans différentes salles

Distribution of contaminant concentration, in different chambers, versus time for regular chamber distribution

La solution des équations en α représente ce qu'on appelle en statistique, la distribution de Poisson. On sait que lorsque x augmente suffisamment, cette distribution tend vers la distribution de Laplace-Gauss qui est symétrique par rapport au maximum.

On voit très bien ce phénomène sur les courbes ci-dessus. Physiquement, une répartition gaussienne d'un contaminant est le résultat d'un phénomène de diffusion. Ici, il s'agit de la diffusion longitudinale du contaminant. Lorsqu'on s'éloigne du lieu d'apport de contaminant, la répartition en concentration de nuage devient plus symétrique. Ce phénomène se retrouve dans les conduites ou les torrents après un lâcher de colorant, mais une queue due à la remise en circulation de traceur subsiste malgré tout (Jeannin, 1996).

Dans le repère mobile entraîné à la vitesse moyenne du courant d'air, tout se passe comme si le nuage se diluait grâce à une diffusion turbulente de diffusivité :

$$a = \frac{1}{2}\frac{L\,q}{S} = \frac{1}{2} L\,V \qquad \text{(en m}^2\text{/s)} \qquad (2.33)$$

Pour $L = 10$ m , $q = 1 m^3/s$ et $S = 20 m^2$, cette diffusivité vaut par exemple $a = 0,25\ m^2/s$. Elle est considérable. Elle n'a rien à voir avec la diffusivité moléculaire qui serait la seule à agir en l'absence du courant d'air et qui est de l'ordre de $a = 5.10^{-5}\ m^2/s$. Les spéléos connaissent bien cette propriété car ils ne dynamitent qu'avec un bon courant d'air.

Discussion : la longueur des salles joue un grand rôle sur la diffusivité. On peut alors revenir sur la discussion du § c. Si la longueur des salles est grande devant le diamètre transversal moyen, il est plus correct d'adopter comme longueur, la racine carrée de la section. Avec cette hypothèse 3, la diffusivité devient :

$$a = \frac{1}{2}\frac{q}{\sqrt{S}} \qquad \text{(en m}^2\text{/s)} \qquad (2.34)$$

Reprenant l'exemple pris 6 lignes plus haut on trouve $a = 0,11\ m^2/s$, valeur plus petite comme on pouvait s'en douter.

Conclusion : le phénomène de propagation d'un contaminant passif dans une succession de salles séparées par des rétrécissements est un phénomène de convection-diffusion. La convection se fait à la vitesse moyenne du courant d'air (q/S), la diffusion s'effectue avec une diffusivité a dont l'ordre de grandeur est :

$$a = \frac{1}{2}\frac{q}{\sqrt{S}} \quad \text{si } L > \sqrt{S} \qquad \text{et} \qquad a = \frac{1}{2}\frac{L\,q}{S} \quad \text{si } L < \sqrt{S} \qquad (2.35)$$

avec q débit volume du courant d'air, S section moyenne et L longueur moyenne des salles.
La dilution du contaminant, c'est-à-dire la diminution du pic de concentration en un point, est assez lente en $x^{-0,5}$.

2.4. Courants d'air dans les parties labyrinthiques d'un tube à vent

Nous allons étudier la répartition des courants d'air dans un réseau labyrinthique souterrain. En effet, certaines cavités naturelles ou certaines portions de cavité présentent des conduits ramifiés ou maillés. Dans ces conduits, il est possible d'aller d'un point à un autre de plusieurs façons différentes. Pour cette raison ces réseaux sont aussi appelés labyrinthes.

Pour l'étude des courants d'air, les labyrinthes offrent une difficulté particulière du fait de la multiplicité des trajets possibles du courant d'air. Les labyrinthes peuvent être connectés à un conduit principal ou bien peuvent déboucher directement à l'air libre.

Nous nous limiterons ici à l'étude des labyrinthes branchés sur un réseau principal dont le style aéraulique est celui du tube à vent. Nous supposerons que les galeries ne sont pas d'altitudes très différentes et nous négligerons l'aspect thermique pour ne nous consacrer qu'à l'aspect aéraulique du problème. L'étude des réseaux dont le labyrinthe débouche à l'air libre par plusieurs conduits à différentes altitudes est celle des réseaux à multiples entrées dont nous ferons une étude particulière. L'écoulement sera supposé permanent.

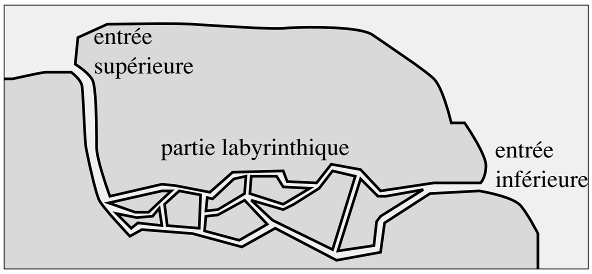


Fig. 2-35- Exemple de labyrinthe intercalé
au sein d'un tube à vent.
Le terme moteur est donné par le tube à vent.
Le labyrinthe ne joue pas de rôle actif sur ce terme.

A maze connected with a wind tube

Ce genre de calcul de la répartition d'un courant d'air dans un labyrinthe correspond aux problèmes qui se posent dans l'aérage des mines. Il n'est donc pas du tout étonnant que les mineurs aient consacré beaucoup d'efforts à ces questions et les aient à peu près toutes résolues. Il n'y a donc, dans ce qui suit, pas d'éléments vraiment nouveaux. On lira avec profit les articles de Seelemann (1962), Simode (1976), Froger et al (1976) et le rapport de Francis Massen (1997).

On trouvera dans l'ouvrage de Badino (1995) une modélisation soignée, basée sur l'analogie électrique entre la circulation dans un labyrinthe et le courant électrique parcourant un circuit maillé avec résistances, capacités et inductances. Les résistances sont les résistances aérauliques. Les inductances permettent de tenir compte des forces d'inertie pendant les phases d'accélération de l'air. Nous les avons systématiquement omises, sauf dans l'étude de la renverse du courant d'air (cf. 2.5). Les capacités permettent de prendre en compte les volumes d'air en cause. Cette analogie permet de considérer une grande variété de situations et donc d'offrir une grande unité de description aux phénomènes aérologiques. Mais cette unité reste théorique, nous avons préféré ici séparer les différents phénomènes pour une analyse plus détaillée. Nous n'utiliserons donc pas cette analogie qui permettrait de réaliser des modèles analogiques des réseaux souterrains, modèles fort prisés dans les mines avant la démocratisation des ordinateurs.

2.4.1. Définitions et pertes de charge dans une branche

a) Maillage du labyrinthe

Le problème de description est le même qu'on rencontre en topographie souterraine.

Nœud. Un nœud est défini comme un point sur lequel aboutissent au moins trois galeries. On nomme ici chacun des nœuds du réseau maillé par une lettre.

Branche. Une branche est un tronçon de galerie qui relie deux nœuds différents sans passer par un troisième, ou bien encore, qui relie un même nœud à lui-même. Deux nœuds sont dits voisins si on peut les relier par une seule branche. Dans le dessin ci-après, les branches sont numérotées.

Maille. Une maille est un ensemble de branches successives en circuit fermé dont le nœud de départ est le même que celui d'arrivée. On se limitera aux mailles élémentaires qui n'emprisonnent en leur sein aucun nœud supplémentaire.

Dans l'exemple ci-contre, les 15 nœuds sont A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, P.

Les 24 branches sont notées 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25. Ces branches peuvent être orientées, c'est-à-dire qu'on distingue pour chaque branche deux sens définis par le point de début et le point d'arrivée. Par exemple 3_{BC} et différent de 3_{CB}. On remarque que la branche 8 part et aboutit au même nœud. On verra qu'elle ne sera parcourue par aucun courant d'air significatif. Les deux branches 1 et 26 servent d'entrée et de sortie du labyrinthe. Elles ne font pas partie du labyrinthe. On ne peut pas définir une branche seulement par les deux nœuds aux extrémités car il peut exister plusieurs branches ayant les mêmes extrémités.

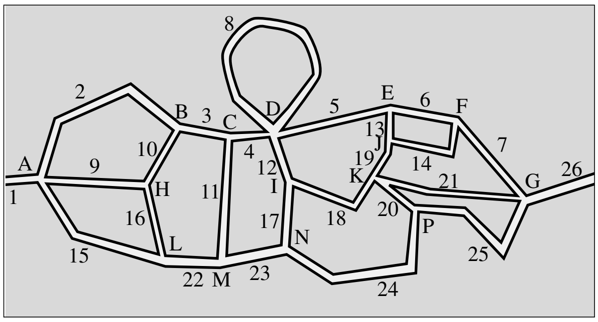


Fig. 2-36- Exemple de réseau maillé de 15 nœuds, 24 branches et 10 mailles élémentaires

A sample of cave maze

Les 10 mailles élémentaires définies par leurs branches sont (2, 10, 9), (9, 16, 15), (3, 11, 22, 16, 10), (4, 12, 17, 23, 11), (8), (5, 13, 19, 18), (18, 20, 24, 17), (6, 14), (14, 7, 21, 19), (21, 25, 20). Les branches qui définissent une maille doivent être orientées puisque le parcours de la maille impose un sens. Ainsi la numérotation correcte de la maille 3 est (3_{BC}, 11_{CM}, 22_{ML}, 16_{LH}, 10_{HB}).

b) Application de l'équation de Bernoulli à chaque branche

On peut définir la pression en chaque nœud du réseau (p_A, p_B, …). L'écriture de l'équation de Bernoulli sur une branche donnée permet, en tenant compte de la perte de charge sur toute la branche, de relier les pressions aux extrémités de la branche au débit qui la parcourt.

Choix du signe des débits. On adopte un choix automatique pour le signe du débit. On décidera, par exemple, que le débit est positif s'il se fait dans le sens alphabétique d'un nœud à l'autre. Ainsi le débit q_{m3} sera positif s'il se fait dans le sens BC (car B est avant C dans l'ordre alphabétique). De même le débit q_{m10} est positif s'il se fait de B vers H (car B est avant H dans l'ordre alphabétique).

L'équation de Bernoulli appliquée, par exemple sur la branche 3, s'écrit :

$$p_B + \frac{8\, q_{m3}^2}{\pi^2\, \rho\, D_{B3}^4} + \rho\, g\, z_B = p_C + \frac{8\, q_{m3}^2}{\pi^2\, \rho\, D_{C3}^4} + \rho\, g\, z_C + S_{BC}\, \Delta p_3 \qquad (2.36)$$

La perte de charge est Δp_3. Le diamètre D_3 est le diamètre aéraulique moyen de la branche 3. Il est défini plus loin. Le diamètre D_{B3} est le diamètre aéraulique de la branche 3 au niveau du point B, et D_{C3} est le diamètre aéraulique au niveau du point C. Dans cette expression S_{BC} est égale à +1 si le débit est positif et -1 si le débit est négatif. En effet, la perte de charge fait diminuer la charge dans le sens de l'écoulement. La perte de charge se compose de pertes de charge linéiques et de pertes de charge singulières. On suppose que la masse volumique ρ reste constante puisque les effets thermiques et les dénivellations sont supposés petits.

Une difficulté qui apparaît immédiatement est qu'en un nœud, il n'y a pas de débit défini, mais plusieurs débits correspondant à chacune des branches qui sont issues du nœud. Ainsi les termes qu'on appelle pressions dynamiques dans l'équation de Bernoulli ne sont pas bien définis aux nœuds. Heureusement, dans la plupart des configurations de labyrinthe, ces termes sont négligeables devant les pertes de charge dans les branches. Dans ce cas, l'équation de Bernoulli se ramène à l'équation plus simple :

$$p_B + \rho\, g\, z_B = p_C + \rho\, g\, z_C + S_{BC}\, \Delta p_3 \qquad (2.37)$$

Ou encore en introduisant la pression motrice $p_m = p + \rho\, g\, z$:

$$p_{mB} - p_{mC} = S_{BC}\, \Delta p_3 \qquad (2.38)$$

Cette équation revient à écrire que la valeur absolue de la différence de pression motrice de part et d'autre d'une branche est à peu près égale à la perte de charge dans la branche. C'est l'équation habituelle pour un régime permanent.

c) Résistance aéraulique d'un conduit

Si le régime d'écoulement est turbulent, on a vu qu'on posait : $\Delta p_{BC} = R_{BC}\, q_{m3}^2$
R_{BC} est la résistance aéraulique de la branche BC (en $kg^{-1}.m^{-1}$ ou Kem).

Dans les problèmes usuels de courant d'air, l'écoulement est turbulent. Dans un labyrinthe, il peut arriver que certains tronçons particulièrement longs puissent présenter un écoulement laminaire. Ces tronçons sont facilement identifiables sur une topographie. Pour le calcul de la résistance équivalente, il suffira dans les calculs de considérer ces tronçons laminaires comme turbulents. Leur influence sur l'écoulement total est, de toute façon, négligeable.

2.4.2. Les équations de Kirchhoff pour les réseaux maillés

On suppose connu un labyrinthe formé par un ensemble de branches dont les résistances aérauliques sont connues. Il est placé sur un tube à vent qui fournit aux points extrêmes du labyrinthe un débit total q donné. On veut déterminer la résistance totale équivalente du labyrinthe.

Le labyrinthe est constitué d'un nombre de nœuds égal à n, d'un nombre de branches égal à b et d'un nombre de mailles élémentaires égal à m. Les inconnues du problèmes sont les b débits dans les b branches et les n pressions dans les n nœuds. La théorie des réseaux établit la relation entre ces trois grandeurs :

$$b + 1 = m + n \tag{2.39}$$

On se limite dans un premier temps à déterminer les débits. En effet, une fois les débits déterminés, il est facile à l'aide des relations entre les différences de pressions motrices et les débits, de calculer les pressions motrices à chaque nœud du réseau. Les équations de résolution sont de deux types qui correspondent aux deux lois de Kirchhoff sur les réseaux (suivant la méthode bien connue en électricité).

a) Première loi de Kirchhoff (ou loi des nœuds)

La première loin de Kirchhoff (qui a été établie pour les réseaux électriques) est dite loi des nœuds. Elle traduit simplement le fait qu'en un nœud donné d'un réseau de galeries, la somme des débits d'air arrivant au nœud est égale à la somme des débits d'air quittant le nœud.

La somme algébrique des débits quittant un nœud est nulle. On obtient ainsi n équations dont on montre que seulement $n-1$ sont indépendantes.

Par exemple, considérons l'équation pour le nœud B de l'exemple de la figure 2-36. On convient de noter positivement le débit masse s'il va d'un nœud décrit par une lettre à un nœud décrit par une lettre plus éloignée dans l'ordre alphabétique. L'équation s'écrit alors :

$$q_{m2} - q_{m3} - q_{m10} = 0 \tag{2.40}$$

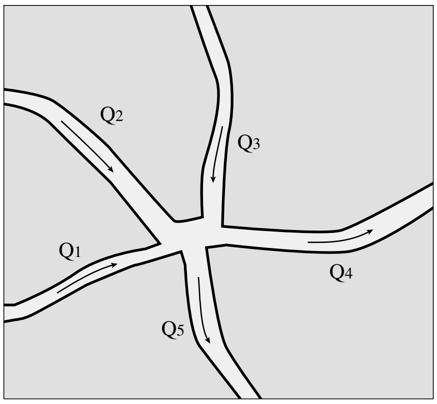


Fig. 2-37- Loi des nœuds
à un carrefour de galeries

Kirchhoff's first law, a junction law

b) Deuxième loi de Kirchhoff (ou loi des mailles)

La deuxième loi de Kirchhoff est appelée loi des mailles. On décompose le réseau en mailles élémentaires et on écrit qu'après un tour complet de la maille, de nœud en nœud, on retrouve la même pression. D'un nœud à l'autre la différence de pression est égale à la perte de charge affectée d'un signe qui est celui de la vitesse. On donne un sens de parcours autour de la maille. Si la vitesse de l'air dans la galerie est dans le sens de parcours, elle est comptée positivement, en sens contraire, elle est comptée négativement.

La loi des mailles traduit donc que la somme des pertes de charge, comptées algébriquement avec le signe de la vitesse, est nulle :

$$\sum_i \Delta P_i = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \text{Signe}(V_i)\, R_i\, Q_i^2 = 0 \qquad (2.41)$$

La fonction Signe(V_i) prend la valeur 1 lorsque la vitesse V_i est positive et la valeur -1 lorsque la vitesse est négative.

On comprendra plus facilement en examinant l'exemple de la figure ci-contre.

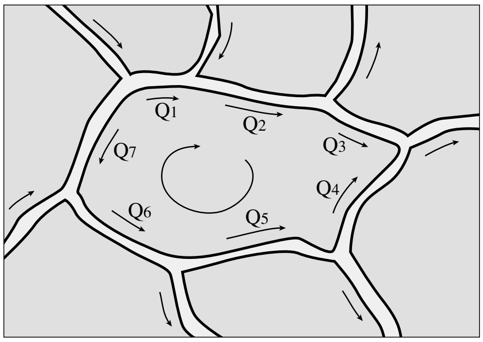


Fig. 2-38- Loi des mailles sur un bouclage de galerie

Kirchhoff's second law, the meshe law

La somme des différences de pressions motrices rencontrées en faisant le tour d'une maille élémentaire est égale à 0 (puisqu'on revient au point de départ). On obtient ainsi m équations. Comme ces différences de pressions motrices ne dépendent que des débits (au carré), les m équations portent sur les débits.

Par exemple considérons la maille décrite par les branches 3, 11, 22, 16, 10, passant par les nœuds BCMLHB. L'équation de maille correspondante s'écrit (même convention pour les signes des débits que dans la 1ère loi de Kirchhoff) :

$$R_3\, q_{m3}^2 + R_{11}\, q_{m11}^2 - R_{22}\, q_{m22}^2 - R_{16}\, q_{m16}^2 - R_{10}\, q_{m10}^2 = 0 \qquad (2.42)$$

Si on se donne le débit d'entrée et de sortie du labyrinthe, on dispose ainsi de n - 1 + m équations pour p inconnues. On a vu que la théorie des réseaux indiquait justement que b + 1 = m + n. On a donc suffisamment d'équations pour résoudre le problème.

Si on se donnait la différence de pression motrice entre l'entrée et la sortie du labyrinthe au lieu du débit d'entrée, le débit d'entrée-sortie serait une inconnue supplémentaire qu'on déterminerait grâce à une équation supplémentaire obtenue en écrivant la différence connue de pression motrice entrée-sortie comme somme des différences sur un des trajets entre l'entrée et la sortie.

c) L'ensemble des équations et principe de résolution

Ainsi dans l'exemple choisi plus haut, le nombre d'inconnues est 37 (13 pressions aux nœuds, 24 débits dans les branches). La première loi de Kirchhoff fournit 14 équations indépendantes, la deuxième loi fournit 10 équations. Soit 24 équations portant uniquement sur les 24 débits.

On résout d'abord le système d'équations sur les débits. Cette résolution n'est pas aussi simple qu'en électricité puisque 10 des relations (celles des mailles) comportent les débits au carré (voir les méthodes plus loin).

Une fois les débits calculés, on déduit ensuite les pressions en partant d'une extrémité, et en appliquant la relation permettant de passer des débits aux pressions, de proche en proche.

Si un labyrinthe se présentait avec un très faible gradient de pression motrice, il se pourrait que l'écoulement dans les différentes branches soit laminaire. Il faudrait réécrire le système d'équations en modifiant comme on l'a vu plus haut la relation entre les pertes de charge et les débits.

2.4.3. Les méthodes de résolution des équations sur un exemple

Les méthodes changent un peu suivant le problème que l'on considère. Par exemple, la figure ci-dessous représente un labyrinthe à la sortie du courant d'air d'un tube à vent. Si le labyrinthe constituait l'entrée du tube à vent, on ne pourrait pas, dans le cas général, négliger les aspects thermiques du problème.

Dans le cas de la figure ci-après, il faut compléter les équations par deux équations supplémentaires qui traduisent l'égalité des trois pressions motrices des sorties écrites avec une masse volumique qui est celle de l'extérieur.

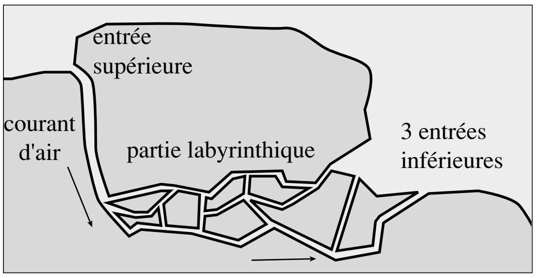


Fig. 2-39- Labyrinthe disposé à la sortie du courant d'air d'un tube à vent pendant un fonctionnement estival

Maze at the end of a wind tube, with summer air flow

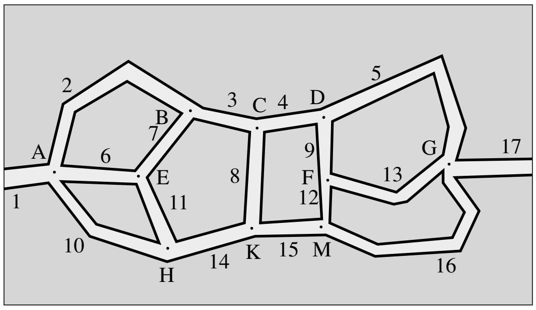


Fig. 2-40- Labyrinthe utilisé pour la méthode de résolution

The maze used for the resolution example

Présentons une méthode de résolution adaptée au calcul sur ordinateur. Nous résoudrons le problème de la figure ci-dessus à droite et ne chercherons pas à écrire des équations en général, car cela alourdirait trop le texte sans améliorer la compréhension.

Le labyrinthe de la figure au-dessus est caractérisé par :

- 10 nœuds A, B, C, D, E, F, G, H, K, M
- 15 branches 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
- 6 mailles élémentaires

a) Les 9 équations des nœuds (équations 2.43) :

Nœud A	$q - q_2 - q_6 - q_{10} = 0$	Nœud F	$q_9 - q_{12} - q_{13} = 0$
Nœud B	$q_2 - q_3 - q_7 = 0$	Nœud G	$q_5 + q_{13} - q_{16} = 0$
Nœud C	$q_3 - q_4 - q_8 = 0$	Nœud H	$q_{10} + q_{11} - q_{14} = 0$
Nœud D	$q_4 - q_5 - q_9 = 0$	Nœud K	$q_3 + q_{14} - q_{15} = 0$
Nœud E	$q_6 + q_7 - q_{11} = 0$	Nœud M	$q_{12} + q_{15} - q_{16} = 0$

On remarque que la somme des 10 équations (membre à membre) conduit à $0 = 0$, ce qui signifie qu'elles ne sont pas toutes indépendantes. Seulement 9 d'entre elles le sont. On peut donc supprimer une des équations.

b) Les 6 équations des mailles (équations 2.44) :

Maille ABE	$S_2 R_2 q_2^2 + S_7 R_7 q_7^2 - S_6 R_6 q_6^2 = 0$
Maille AEH	$S_6 R_6 q_6^2 + S_{11} R_{11} q_{11}^2 - S_{10} R_{10} q_{10}^2 = 0$
Maille BCKHE	$S_3 R_3 q_3^2 + S_8 R_8 q_8^2 - S_{14} R_{14} q_{14}^2 - S_{11} R_{11} q_{11}^2 - S_7 R_7 q_7^2 = 0$
Maille CDFMK	$S_4 R_4 q_4^2 + S_9 R_9 q_9^2 + S_{12} R_{12} q_{12}^2 - S_{15} R_{15} q_{15}^2 - S_8 R_8 q_8^2 = 0$
Maille DGF	$S_5 R_5 q_5^2 - S_{13} R_{13} q_{13}^2 - S_9 R_9 q_9^2 = 0$
Maille FGM	$S_{13} R_{13} q_{13}^2 + S_{16} R_{16} q_{16}^2 - S_{12} R_{12} q_{12}^2 = 0$

Les inconnues sont les débits dans chaque branche q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{15}, q_{16}. Soit 15 inconnues pour 9 + 6 = 15 équations.

Malheureusement, la non-linéarité des équations empêche une résolution matricielle. Nous allons développer la méthode usuelle de résolution (cf. par exemple Seelemann, 1976).

c) Branche directrice d'une maille élémentaire. Débit de maille

Dans chaque maille élémentaire, au moins une des branches de la maille n'appartient qu'à cette maille. On en choisira une par maille et on l'appellera branche directrice de la maille. Dans l'exemple de la figure 2-40 :

Maille ABE	branche directrice 2
Maille AEH	branche directrice 10
Maille BCKHE	branche directrice 3
Maille CDFMK	branche directrice 4
Maille DGF	branche directrice 5
Maille FGM	branche directrice 16

Le choix de ces branches directrices est pour une part arbitraire. On appellera débit de maille, le débit de la branche directrice de la maille s'il est dans le même sens que le sens de parcours de la maille et le débit de la branche directrice changé de signe s'il est en sens contraire.

On montre qu'on peut exprimer les débits de chaque branche à l'aide des débits de mailles. En effet, il y a m débits de maille et p débits de branches. Les n-1 équations de nœuds permettent de ramener les b débits de branches à b - n + 1 débits inconnus. Or b - n + 1 = m. On en déduit que les équations des nœuds qui sont linéaires, permettent de ramener le nombre des inconnues (les débits) aux seules inconnues représentées par les débits de mailles.

Avec les équations des nœuds, calculons dans l'exemple de la figure 2-40 , les 9 débits en fonction des 6 débits de mailles et du débit général , soit $q, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{10}, q_{16}$. (équations 2.45)

$$q_6 = q - q_2 - q_{10}$$
$$q_7 = q_2 - q_3$$
$$q_8 = q_3 - q_4$$
$$q_9 = q_4 - q_5$$
$$q_{11} = q - q_3 - q_{10}$$
$$q_{12} = -q + q_4 - q_{16}$$
$$q_{13} = q - q_5 + q_{16}$$
$$q_{14} = q - q_3$$
$$q_{15} = q - q_4$$

Il reste donc seulement les 6 équations de maille à résoudre pour 6 inconnues (les 6 débits de mailles). On ne peut pas trouver de solutions analytique à ce problème puisque les équations du 6e degré ne sont pas solubles analytiquement. Il faut donc se tourner vers des méthodes numériques approchées.

d) Méthode de résolution de Hardy-Cross

Cette méthode fait partie de la famille des méthodes dites de relaxation. C'est une méthode itérative qui se prête bien au calcul sur ordinateur. On démarre le calcul en affectant aux 6 débits de mailles une valeur arbitraire. Le plus simple est de prendre la valeur 0.

- Première itération

Première maille. On modifie le débit de maille de la première maille q_2 d'une quantité petite dq_2.

$$q_2 \longrightarrow q'_2 = q_2 + dq_2$$

On recalcule alors les débits dans toutes les branches de la maille par les équations des nœuds, on trouve :

$$q_6 = q - (q_2 + dq_2) - q_{10} \tag{2.46}$$

$$q_7 = q_2 + dq_2 - q_3 \tag{2.47}$$

On reporte dans l'équation de la 1ère maille et on calcule dq_2 en vérifiant cette équation :

$$S_2\ R_2\ (q_2 + dq_2)^2 + S_7\ R_7\ (q_2 + dq_2 - q_3)^2 - S_6\ R_6\ (q - q_2 - dq_2 - q_{10})^2 = 0 \tag{2.48}$$

On ne garde que l'ordre 1, c'est-à-dire qu'on néglige les termes en dq_2^2. On trouve alors comme valeur de dq_2 :

$$S_2\, R_2\left(q_2^2 + 2\, q_2\, dq_2\right) + S_7\, R_7\left((q_2 - q_3)^2 + 2\,(q_2 - q_3)\, dq_2\right) - S_6\, R_6\left((q - q_2 - q_{10})^2 - 2\,(q - q_2 - q_{10})\, dq_2\right) = 0$$

soit encore :

$$dq_2 = -\frac{1}{2}\,\frac{S_2\, R_2\, q_2^2 + S_7\, R_7\,(q_2 - q_3)^2 - S_6\, R_6\,(q - q_2 - q_{10})^2}{S_2\, R_2\, q_2 + S_7\, R_7\,(q_2 - q_3) + S_6\, R_6\,(q - q_2 - q_{10})} \tag{2.49}$$

À la première itération, on trouvera : $dq_2 = -q/2$

Autres mailles. On modifie ensuite le débit de maille de la deuxième maille AEH $q_{10} \longrightarrow q_{10} = dq_{10}$ et on reporte dans l'équation de la maille correspondante pour calculer dq_{10} . On refait la même opération sur l'ensemble des 6 mailles. On obtient les 5 nouvelles équations (équations 2.50) :

$$dq_{10} = -\frac{1}{2}\,\frac{S_6\, R_6\,(q - q_2 - q_{10})^2 + S_{11}\, R_{11}\,(q - q_3 - q_{10})^2 - S_{10}\, R_{10}\, q_{10}^2}{-S_6\, R_6\,(q - q_2 - q_{10}) - S_{11}\, R_{11}\,(q - q_3 - q_{10}) - S_{10}\, R_{10}\, q_{10}}$$

$$dq_3 = -\frac{1}{2}\,\frac{S_3\, R_3\, q_3^2 + S_8\, R_8\,(q_3 - q_4)^2 - S_{14}\, R_{14}\,(q - q_3)^2 - S_{11}\, R_{11}\,(q - q_3 - q_{10})^2 - S_7\, R_7\,(q_2 - q_3)^2}{S_3\, R_3\, q_3 + S_8\, R_8\,(q_3 - q_4) + S_{14}\, R_{14}\,(q - q_3) + S_{11}\, R_{11}\,(q - q_3 - q_{10}) + S_7\, R_7\,(q_2 - q_3)}$$

$$dq_4 = -\frac{1}{2}\,\frac{S_4\, R_4\, q_4^2 + S_9\, R_9\,(q_4 - q_5)^2 - S_{12}\, R_{12}\,(-q + q_4 - q_{16})^2 - S_{15}\, R_{15}\,(q - q_4)^2 - S_8\, R_8\,(q_3 - q_4)^2}{S_4\, R_4\, q_4 + S_9\, R_9\,(q_4 - q_5) - S_{12}\, R_{12}\,(-q + q_4 - q_{16}) + S_{15}\, R_{15}\,(q - q_4) + S_8\, R_8\,(q_3 - q_4)}$$

$$dq_5 = -\frac{1}{2}\,\frac{S_5\, R_5\, q_5^2 - S_{13}\, R_{13}\,(q - q_5 + q_{16})^2 - S_9\, R_9\,(q_4 - q_5)^2}{S_5\, R_5\, q_5 + S_{13}\, R_{13}\,(q - q_5 + q_{16}) + S_9\, R_9\,(q_4 - q_5)}$$

$$dq_{16} = -\frac{1}{2}\,\frac{S_{13}\, R_{13}\,(q - q_5 + q_{16})^2 + S_{16}\, R_{16}\, q_{16}^2 - S_{12}\, R_{12}\,(-q + q_4 - q_{16})^2}{S_{13}\, R_{13}\,(q - q_5 + q_{16}) + S_{16}\, R_{16}\, q_{16} + S_{12}\, R_{12}\,(-q + q_4 - q_{16})}$$

On repart ensuite sur la 1ère maille et on recommence à calculer les nouveaux débits de maille. On itère le processus jusqu'à convergence, c'est-à-dire jusqu'à ce que les valeurs numériques des débits de mailles ne changent plus d'une itération à l'autre.

- Itérations successives

On recommence le processus au niveau de la première maille, puis des autres, et on recommence jusqu'à obtenir la convergence. Les valeurs successives d'un débit de maille d'une itération à la suivante ne changent plus. On admettra que la solution obtenue est la solution du problème.

Exemple de résolution. Nous nous donnons les valeurs numériques des résistances aérauliques de chacune des branches. Nous supposerons pour simplifier les calculs que toutes ces résistances sont égales à 1 Kem, sauf les deux branches 7 et 12 qui ne font que 0,9 Kem. Nous avons fait la résolution à l'aide d'un simple tableur. Chaque ligne du tableur correspondant à un débit de maille et chaque colonne correspondant à une itération. Nous présentons ci-contre le tableau obtenu.

débit	valeurs initiales	1ère itération	2e itération	3e itération	4e itération	5e itération	6e itération	20e itération
q	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
q2	0,0000	0,5000	0,2500	0,3750	0,3320	0,3487	0,3421	0,3439
q3	0,0000	0,5000	0,5000	0,5021	0,4993	0,5009	0,5004	0,5005
q4	0,0000	0,5000	0,5000	0,4421	0,4861	0,4740	0,4787	0,4774
q5	0,0000	0,5000	0,2500	0,3750	0,3218	0,3430	0,3368	0,3394
q6	1,0000	0,0000	0,5000	0,2500	0,3351	0,3007	0,3138	0,3101
q7	0,0000	0,0000	-0,2500	-0,1271	-0,1673	-0,1522	-0,1583	-0,1566
q8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0600	0,0132	0,0269	0,0217	0,0231
q9	0,0000	0,0000	0,2500	0,0671	0,1643	0,1310	0,1419	0,1380
q10	0,0000	0,5000	0,2500	0,3750	0,3329	0,3506	0,3441	0,3460
q11	1,0000	0,0000	0,2500	0,1229	0,1678	0,1485	0,1555	0,1535
q12	-1,0000	0,0000	-0,2500	-0,1829	-0,1693	-0,1704	-0,1715	-0,1721
q13	1,0000	0,0000	0,5000	0,2500	0,3336	0,3014	0,3135	0,3101
q14	1,0000	0,5000	0,5000	0,4979	0,5007	0,4991	0,4996	0,4995
q15	1,0000	0,5000	0,5000	0,5579	0,5139	0,5260	0,5213	0,5226
q16	0,0000	-0,5000	-0,2500	-0,3750	-0,3446	-0,3556	-0,3498	-0,3505

Tableau 2:1- Les valeurs des débits obtenues à chaque itération par la méthode de Hardy Cross à l'aide d'un tableur

La symétrie du problème nous fournit par ailleurs une vérification. En effet, on doit avoir :

$$q_2 = -q_{16} \; ; \; q_3 = q_{15} \; ; \; q_{10} = q_5 \; ; \; q_{14} = q_4 \; ; \; q_7 = q_{12} \ldots \tag{2.51}$$

Ces propriétés de symétrie sont vérifiées à 3 ou 4% près.

2.4.4. Exemple des courants d'air dans le labyrinthe de la grotte de Mœstroff

En 1997, Francis Massen a édité une étude sur la grotte labyrinthe de Mœstroff au Luxembourg. Cette étude, intitulée *Phymœs Research Project*, présente un nombre incroyable de mesures sur les courants d'air de cette petite grotte qui forme un labyrinthe à deux dimensions. Globalement la grotte fonctionne en tube à vent avec une dénivellation minuscule (quelques mètres). La partie connue constitue l'entrée supérieure du réseau. Elle aspire donc en régime estival et souffle en hiver.

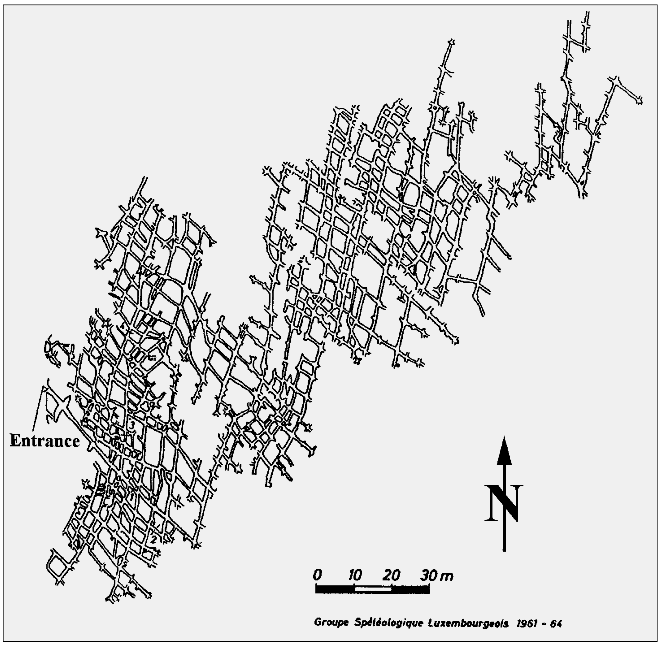


Fig. 2-41- Plan de la grotte de Mœstroff au Luxembourg. Les 4 points de mesures sont situés dans la galerie qui se dirige vers le sud-est

The Mœstroff maze map

Pour ce labyrinthe-là, il est hors de question de calculer les différents débits et les différentes pressions. Tout au plus, pourrrait-on essayer d'établir les lois de décroissance de la vitesse.

Nous ne nous intéresserons ici qu'aux observations en liaison avec la structure labyrinthique de la grotte.

a) Oscillations sur la vitesse du courant d'air

Nous tirons de l'étude faite par Massen et Kies (1997) un exemple du comportement que prend souvent le courant d'air dans un labyrinthe. La sensibilité aux perturbations est telle que le courant d'air peut subir des fluctuations périodiques. C'est ce qui s'est produit pendant les mesures faites le 19 octobre 1994 pendant 30 mn à raison d'un échantillon par seconde de la vitesse à 12 m de l'entrée d'un courant d'air soufflant.

La chute de pression depuis l'intérieur jusqu'à la sortie a été mesurée elle aussi. Le signal ainsi constitué a subi une auto-corrélation. Cette opération permet de mettre en évidence les périodicités contenues dans le signal.

On en voit la manifestation sur la figure ci-contre.

Les auteurs ont recherché une interprétation en résonateur de Helmholtz ou résonance de tuyau en quart d'onde mais leur interprétation n'est pas convaincante. L'explication reste à trouver (§ 2.5.6) mais leurs mesures sont fort intéressantes.

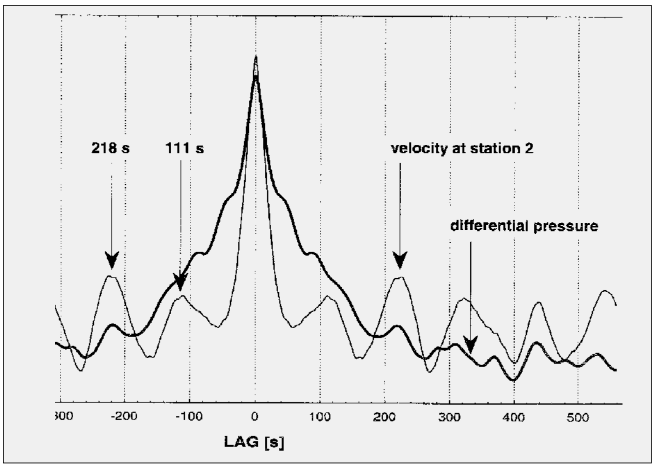


Fig. 2-42- Fonction d'auto-corrélation pour la vitesse et la chute de pression montrant l'oscillation de la pression sur une période de 111 s

Autocorrelation function for velocity and pressure period of 111 s

b) Diminution du débit le long de la galerie menant aux quatre stations de mesure

Le courant d'air concentré à la station 1 se divise progressivement au fur et à mesure que le réseau se ramifie. À la station 4, il n'y a bien sûr, plus de courant d'air. Malheureusement, la diminution trop rapide de la vitesse ne permet pas de calculer les résistances aérauliques à partir des mesures de pression.

On peut néanmoins faire une petite étude théorique pour trouver quelle loi de décroissance doit suivre un courant d'air dans un labyrinthe. Considérons par exemple un labyrinthe du modèle de la figure 2-44a, constitué par un maillage losangique de maille a qu'on aborde par la diagonale. Avec un débit d'entrée q et pour une progression en distance na dans le labyrinthe, le nombre de galeries est 2n et le débit est tombé à q/2n . La loi de décroissance est donc du genre hyperbolique. La courbe passant par les différents débits est une hyperbole équilatère.

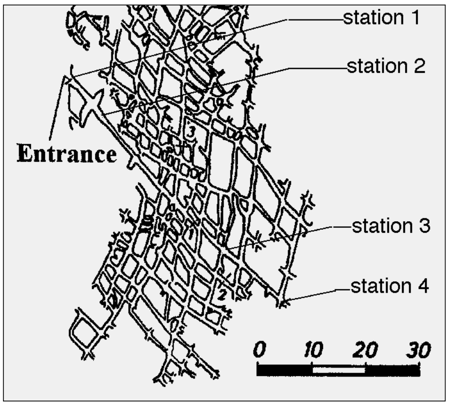


Fig. 2-43- La galerie d'entrée dans laquelle ont eu lieu les mesures

The entrance gallery of Moestroff cave with the 4 points of measure

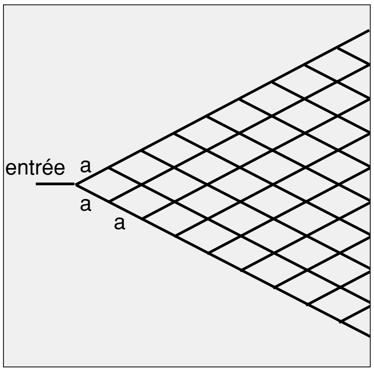


Fig. 2-44a- Labyrinthe théorique en forme de losange

Theoretical maze of star pattern

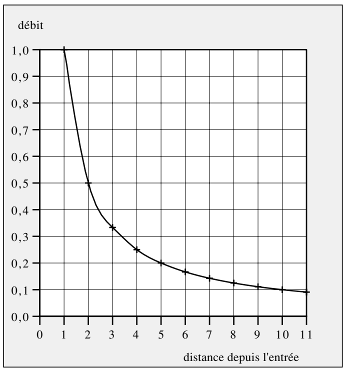


Fig. 2-44b- Loi de décroissance du débit

Flow diminution versus the distance of entrance

2.5. Les courants d'air variables

Nous nous intéressons ici aux courants d'air dont les variations sont sensibles sur des échelles de temps petites (quelques minutes à quelques dizaines de minutes). On pourrait les appeler aussi courants d'air transitoires.

2.5.1. Les différentes sortes de courants d'air variables

Ils correspondent soit à des oscillations périodiques, soit à des transitoires consécutifs à une perturbation ou une modification sur les conditions aux limites qui commandent le courant d'air.

Effet capacitif. Un certain nombre de ces courants d'air variables proviennent de la propriété que la masse d'air dans un volume dépend de la pression. Or la pression est un paramètre qui peut changer rapidement. On se souvient que dans un volume, une perturbation de pression se propage à la vitesse du son. La masse dépend aussi de la température, mais les échanges thermiques demandent beaucoup de temps et n'interviendront le plus souvent que pour des variations lentes du courant d'air. Ces derniers problèmes seront envisagés dans la partie 3. C'est l'importance des volumes souterrains qui permet à cet effet capacitif de jouer un rôle. En mécanique des fluides industrielle, on néglige cet effet capacitif, et l'air est traité comme l'eau, sauf à nombres de Mach significatifs ($M > 0,3$).

Analogie électrique. Une variation de la pression dans un volume souterrain se traduit par une variation de masse. Cette masse apportée ou enlevée, correspond à une entrée ou une sortie d'air dans le volume souterrain. On peut faire une analogie avec l'électricité. La pression est l'analogue à la tension électrique et les volumes souterrains jouent le rôle de capacité (la charge étant remplacée par la masse et les courants par des débits massiques). On trouvera dans Badino (1995) une bonne description de ces effets capacitifs. Un réseau souterrain est donc analogue à un ensemble de conducteurs électriques reliant des capacités et excités par des tensions variables. La principale différence avec les circuits électriques réside en ce que, contrairement à la loi d'Ohm, la chute de tension (de pression) est proportionnelle au carré du courant (du débit massique) qui circule et non au courant.

Excitation du réseau souterrain. Les manières d'exciter une cavité sont de deux sortes. D'une part, le débit massique peut être modifié en un point, par la fermeture ou l'ouverture d'une porte. D'autre part, la pression en un point peut varier, par exemple suite à une explosion, ou bien d'une façon plus naturelle, suite à l'évolution de la pression extérieure, un train d'onde infrasonore ou autres. Le système ainsi excité artificiellement ou naturellement va réagir, et l'examen de cette réaction pourra apporter des renseignements sur la cavité.

Rôle des forces d'inertie. Du point de vue de la mécanique des fluides, les problèmes que nous allons étudier sont, pour la plupart, des écoulements lentement variables à forces d'inertie négligeables. Seuls l'oscillateur de Helmholtz et la renverse d'un courant d'air nous demanderont la prise en compte des termes d'inertie correspondant à un vrai transitoire.

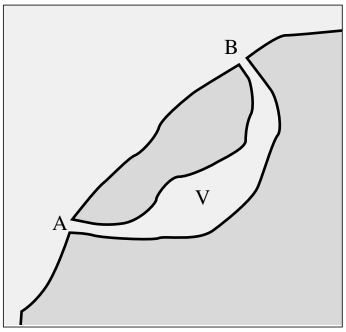
Exemples. On peut citer deux exemples typiques de phénomènes. En Normandie, il a été constaté depuis longtemps que certains puits creusés dans la craie soufflent en relation avec les fluctuations de la pression atmosphérique, phénomène que Choppy appelle respiration des cavités. Le deuxième exemple est l'ouverture ou la fermeture de la porte du tunnel de la Pierre Saint.Martin et son influence sur les courants d'air et sur les champs de pression de la cavité. Dans le premier exemple, les forces d'inertie sont négligeables, pas forcément dans le deuxième.

Conditions pour observer des oscillations de courant d'air. Les courants d'air souterrains ont plusieurs causes et ces causes peuvent changer de signe. Par exemple, l'air extérieur qui était plus froid que l'air intérieur peut devenir plus chaud que lui, provoquant l'inversion d'un courant d'air de type tube à vent. Au moment de ces inversions, les courants d'air sont sensibles à des causes minimes qui sont habituellement cachées. Par exemple, on peut observer des alternances plus ou moins rapides du sens du courant d'air. Ces alternances ne correspondent pas toujours (dans le cas d'un tube à vent) à des fluctuations de la température extérieure mais peuvent résulter de mécanismes particuliers d'instabilités.

Phénomènes oscillants. Dans l'étude des phénomènes oscillants, nous distinguerons deux classes de phénomènes. La première est celle des phénomènes de résonance pour lesquels la fréquence est une caractéristique des conduits souterrains. La deuxième est celle des phénomènes de relaxation pour lesquels la fréquence est variable et résulte du phénomène lui-même. Pour fixer les idées, l'oscillation d'une masse suspendue à un ressort fait partie des phénomènes de résonance alors qu'une fontaine intermittente construite sur la vidange périodique d'un réservoir par un siphon fait partie des phénomènes de relaxation.

Fig. 2-45- La cavité (Henne Morte) est schématisée par F. Trombe comme un volume V séparé de l'extérieur par deux resserrements. Trombe a mesuré le débit en A (puits du Mistral), a bouché l'orifice A et a mesuré la remontée des pressions derrière la porte

The Trombe model of Henne Morte cave : a volume V and two narrow entrances. F. Trombe has measured the A flow, has closed A and has measured the pressure rise



2.5.2. Deux modèles très simples de transitoires

a) Fermeture brutale d'une entrée de tube à vent (Trombe, 1947)

Soit un courant d'air qui sort d'une cavité. À un instant donné, on ferme hermétiquement l'entrée (à l'aide d'une porte par exemple). On mesure la pression de l'autre côté de la porte. Cette pression augmente progressivement et atteint une valeur maximale au bout d'un certain temps. Le processus physique est le suivant : la perte de charge des resserrements voisins de la sortie est transformée très vite en surpression, puis, tout le réseau voit sa pression augmenter. Le courant d'air provenait d'une différence de pression motrice entre les deux entrées. Cette différence était dissipée en pertes de charge tout le long du réseau. La pression limite atteinte redonnera la différence de pression à l'origine du courant d'air.

Nous avons publié une longue étude sur cette question (Lismonde 1995) à laquelle nous renvoyons le lecteur. Nous avons rappelé dans le tome 1 (§ 3.3.2) les détails des expériences de Trombe (1947), de Conn (1966) et l'interprétation qu'on pouvait en faire.

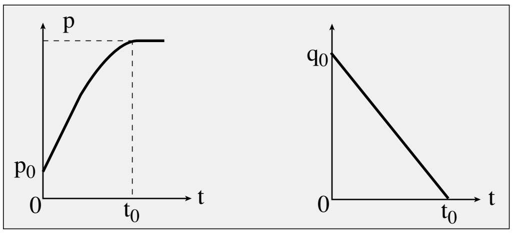


Fig. 2-46- Évolution de la pression et du débit. L'évolution de la pression en fonction du temps est parabolique, celle du débit est linéaire. On mesure la différence p_1 - p_0 , le temps t_0 et le débit q_0

Pressure and flow versus time with modified Conn model The growth of pressure is parabolic, the decline of flow is linear versus time

Le temps de mise en pression provient du temps de remplissage des volumes souterrains. Si on appelle ce temps t_0 , on comprend que sa valeur numérique permet de préciser le volume de la cavité. On démontre que le débit qui entre par l'entrée non fermée diminue linéairement avec le temps puis s'annule :

$$q = q_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) \qquad (2.52)$$

On en déduit le volume de la cavité par la relation :

$$V = \frac{1}{2} \frac{q_0 \, t_0}{\rho_a} \frac{p_a}{p_1 - p_0} \qquad (2.53)$$

Dans cette relation, ρ_a = 1,293 kg.m^{-3} et p_a = 10^5 Pa, q_0 est exprimé en kg/s, t_0 en s et les pressions en Pa.

b) Respiration des cavernes (Conn, 1964)

Conn s'intéressait au courant d'air induit par les variations de la pression atmosphérique. Le phénomène est appelé respiration des cavernes. Le modèle qu'a construit Conn est le même que celui développé par Trombe, mais Conn considère une pression variant linéairement avec le temps $p_{ext} = p_1 + b\,t$. La solution s'en trouve donc différente. Conn prend comme condition initiale pour la cavité, non pas p_0 qui lui est inconnue, mais q_0 le débit initial.

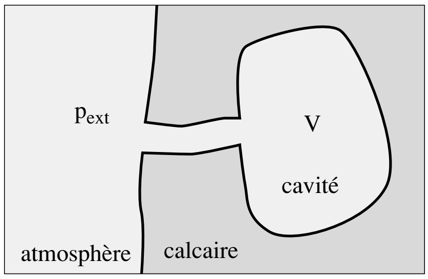


Fig. 2-47- La cavité Ballon de Conn, un volume V et un conduit

The Conn balloon cave model

La solution qu'a trouvée Conn est basée sur l'hypothèse d'un écoulement laminaire. Nous avons établi la solution pour un écoulement turbulent, plus plausible (Lismonde 1995).

On appelle R la résistance aéraulique du conduit de raccordement entre la salle et l'extérieur (en $kg^{-1}.m^{-1}$). Si le conduit de raccordement est très court et de section S, cette résistance aéraulique vaut :

$$R = \frac{1}{2\ \rho_a\ S^2} \tag{2.54}$$

On trouve ensuite la relation entre le débit et le temps (équation 2.55) :

$$\frac{t}{t_0} = \frac{q_0 - q}{q_1} + \ln\left(\frac{q_0 - q_1}{q - q_1}\right) \quad \text{avec} \quad q_1 = \frac{b\ \rho_a\ V}{p_a} \quad \text{et} \quad t_0 = 2\ \varepsilon\ \frac{b\ \rho_a^2\ V^2\ R}{p_a}$$

Pour une montée régulière de la pression, le débit tend vers le débit asymptotique q_1.

Mais la pression extérieure ne peut se contenter d'augmenter. Conn suppose qu'elle varie suivant des segments de droite pour lesquels on peut appliquer la relation. L'état final pour un tronçon correspond à l'état initial du tronçon suivant. Conn a fait ce travail de suivre l'évolution de la pression extérieure variable dans le cas d'une résistance laminaire pour les grottes géantes de Jewel Cave ou Wind cave. L'allure générale qu'il a obtenue est bonne d'un point de vue qualitatif, mais serait à améliorer d'un point de vue quantitatif avec la relation 2.55 au-dessus.

2.5.3. Propagation d'une perturbation de pression

Les débits sont liés aux gradient de pression. Toute perturbation non uniforme des pressions se traduira par une perturbation sur les débits et réciproquement.

a) Généralités

Nous supposerons que la caverne est soumise à une perturbation de la pression extérieure. Si la cavité est petite mais pénétrable, la pression motrice de l'air de la grotte est la même que la pression motrice de l'air extérieur. Si la cavité est impénétrable, la pression dans la grotte varie beaucoup plus lentement que la pression extérieure et les variations sont très atténuées. Si la cavité est très grande et si elle présente aussi des obstacles (rétrécissements) il y a un décalage temporel entre les pressions de l'atmosphère et de la cavité, et une atténuation des amplitudes.

Pour une cavité à une seule entrée, la température intérieure est à peu près constante. La masse d'air contenue dans la cavité est proportionnelle au volume de la cavité et à la pression. Supposons que nous installions une porte à l'entrée. Si la pression extérieure augmente, il apparaît donc une différence de pression entre l'extérieur et l'intérieur. À un instant donné, ouvrons brutalement la porte. La différence de pression met brutalement l'air en accélération. L'information que la porte s'est ouverte, se propage à la vitesse du son (330 m/s) ou à une vitesse plus faible si la galerie présente des élargissements. Toute la masse d'air se met en mouvement progressivement dans la cavité. Le frottement à la paroi augmente avec la vitesse et la vitesse atteinte par le courant d'air résulte de l'égalité du terme moteur (la différence de pression motrice) et du terme résistant (les pertes de charge). Bien sûr, le phénomène voit son ampleur diminuer puisque l'entrée de l'air fait diminuer le terme moteur. Progressivement la pression intérieure s'équilibre avec la pression extérieure, le courant d'air s'arrête alors.

Expliquons le processus de remplissage du réseau souterrain dans le cas d'une augmentation de la pression extérieure. Si nous considérons le réseau souterrain comme une succession de salles séparées par des rétrécissements, ce sont les premières salles qui vont subir l'influence extérieure et commencer à se remplir. Mais ce remplissage s'accompagne d'une augmentation de pression dans les premières salles. Les salles suivantes vont donc se remplir elles aussi. Ce processus n'est pas analogue à un jeu de domino dont l'effondrement se propage d'un pion à l'autre (dans le jeu de domino le phénomène est une onde à vitesse constante), car au fur et à mesure que le phénomène progresse, il se ralentit et s'amortit. On montrera que le phénomène est intermédiaire entre une convection et une diffusion. L'étude de l'évolution d'un contaminant nous a permis de comprendre en profondeur ce phénomène (cf. § 2.3.5).

Pour une évolution continue de la pression (en l'absence de porte) c'est la vitesse de changement de la pression qui commande la vitesse du courant d'air. Mais il faut bien faire attention au fait que le courant d'air n'est pas uniforme dans le réseau.

Il est intéressant de remarquer que deux échelles de temps sont attachées au phénomène. L'échelle des temps courts correspond à la propagation de l'information «les conditions à l'entrée changent». On étudiera en détail plus loin ce phénomène appelé transitoire. La deuxième échelle de temps est la durée globale du phénomène. Cette notion d'échelles multiples pour le temps est très importante. Elle ne présente aucune difficulté. On peut faire une analogie avec la vidange d'un évier. Là aussi, il y a deux échelles de temps : la première correspond à la phase où on vient d'enlever la bonde de l'évier et où l'écoulement se développe dans le trou. Le temps attaché à cette phase est très court, inférieur à une seconde. La deuxième échelle de temps est liée au temps de vidange de l'évier. Les phénomènes sont beaucoup plus faciles à étudier quand les échelles de temps sont très différentes. En revanche quand les échelles ont même ordre de grandeur, il faut en général faire une étude particulière.

Pour des cavités ordinaires, le temps d'équilibrage des pression est très court, de l'ordre de quelques secondes à quelques dizaines de secondes. Ainsi, le Trou qui Souffle de Méaudre, cavité de 43 km de développement, s'équilibre en quelques minutes, au moins pour ce qui concerne les parties connues. Mais pour des réseaux de très grands volumes reliés à l'extérieur par de petits conduits (réseaux de la craie non pénétrables, grands réseaux américains, *Wind cave*, *Jewel Cave*...) ce temps peut dépasser quelques heures.

Dans une cavité, il n'y a pas en général de porte, ce qui fait que le transitoire passe inaperçu. En revanche comme la pression extérieure fluctue lentement, la pression intérieure suit la pression extérieure avec un retard temporel d'autant plus grand que le point considéré est plus profond dans le réseau.

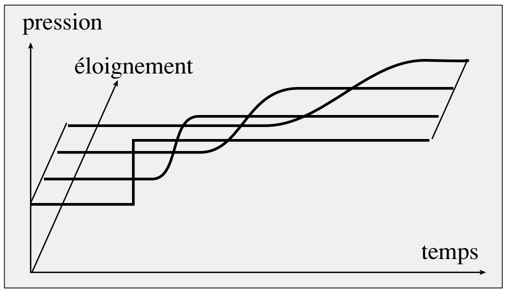


Fig. 2-48- Propagation de la perturbation de pression à l'intérieur d'une cavité

Propagation of a pressure perturbation in a cave

Pour une cavité à plusieurs entrées sans courant d'air, l'augmentation de la pression extérieure se traduira par un courant d'air aspirant à toutes les entrées. Si le réseau souterrain est parcouru par un courant d'air, pour des raisons thermiques par exemple, l'augmentation de la pression extérieure viendra modifier le courant d'air existant, augmentant le courant d'air aspirant et diminuant le courant d'air soufflant. Mais les effets quantitatifs ne seront pas simples à calculer car les phénomènes étant non linéaires, on ne pourra pas se contenter d'ajouter les effets.

b) Le modèle de cavité en tube fermé

Ce modèle de tube de section régulière a été adopté par Conn pour faire le calcul de la propagation d'une perturbation de pression dans une cavité avec l'hypothèse que la perte de charge varie linéairement avec la vitesse (écoulement laminaire). C'est le troisième problème de Conn. Ici, nous adopterons une loi de perte de charge turbulente (c'est-à-dire de forme quadratique).

Nous appelons q le débit masse à une abscisse x donnée.

Bilan de masse $$\frac{\partial q}{\partial x} = - \frac{\rho_a}{p_a} S \frac{\partial p}{\partial t} \qquad (2.56)$$

Dans cette relation, $\rho_a = 1{,}293$ kg.m^{-3} et $p_a = 10^5$ Pa. q est exprimé en kg/s, les pressions en Pa et S est la section.

Loi de perte de charge $$q = \varepsilon \sqrt{\frac{L}{R} \left|\frac{\partial p}{\partial x}\right|} \qquad (2.57)$$

avec R résistance aéraulique du tronçon de longueur L en kg^{-1}.m^{-1}.

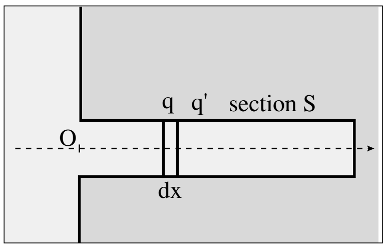


Fig. 2-49- Cavité schématisée par Conn comme un tube de section constante S. La perturbation de pression gagne le tube par un processus intermédiaire entre une advection et une diffusion

The model of a cave with constant section tube by H. Conn

Nous appliquons la convention de signe suivante : le débit est positif ($q > 0$) quand il est entrant. On a alors un gradient de pression négatif et $\varepsilon > 0$. Si on élimine q on obtient l'équation en p :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - A\, \varepsilon \frac{\partial}{\partial x}\left[\sqrt{\left|\frac{\partial p}{\partial x}\right|}\right] \qquad \text{avec} \quad A = \frac{p_a}{\rho_a S}\sqrt{\frac{L}{R}} \quad \text{en} \quad kg^{1/2}.m.s^{-2} \tag{2.58}$$

Cette équation n'est plus une équation de diffusion,contrairement à ce qu'avait trouvé Conn. C'est toujours une équation aux dérivées partielles, mais elle n'est pas linéaire. On va montrer que l'équation que vérifie q , est une équation de la chaleur rendue non linéaire par une diffusivité variable :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \varepsilon \frac{R}{L} q^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 p}{\partial x\, \partial t} = - \varepsilon \frac{R}{L} q \frac{\partial q}{\partial t} \tag{2.59}$$

$$\text{et comme} \qquad \frac{\partial^2 p}{\partial x\, \partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial p}{\partial t}\right] = - \frac{p_a}{\rho_a S} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \tag{2.60}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{B}{q} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \qquad \text{avec} \quad B = \varepsilon \frac{L}{R\, S} \frac{p_a}{\rho_a} \quad \text{en } kg.m^2.s^{-2} \tag{2.61}$$

Cette équation est beaucoup plus difficile à intégrer que l'équation de la chaleur. On la rencontre dans certains problèmes comme la conduction thermique dans la glace car, pour certaines plages de température, la conductivité thermique de la glace est en $1 / T$. Il n'est pas question de trouver des solutions explicites du genre de celles fournies par Conn, car elles étaient basées sur la linéarité de l'équation de la chaleur.

En revanche, pour chaque problème, il est facile de résoudre numériquement l'équation. On trouvera dans la référence citée (Lismonde, 1995) un exemple de résolution.

Temps de propagation. Une importante propriété sur la propagation de la pression peut se déduire des relations. Considérons l'équation régissant la pression et plaçons nous en un point situé à la distance x du point de création de la perturbation. Les règles de similitude nous fournissent une relation entre le temps d'arrivée de la perturbation de pression $p_0 - p_1$ et la distance x :

$$t_0 = \frac{x^{3/2}}{A}\sqrt{|p_0 - p_1|} \qquad \text{soit} \qquad t_0 \approx \frac{\rho_a S}{p_a}\sqrt{\frac{R}{L}|p_0 - p_1|}\; x^{3/2} \tag{2.62}$$

Le temps pour atteindre un point à la distance x de la perturbation est donc proportionnel à la puissance 3/2 de la distance. Dans un phénomène convectif, ce temps est proportionnel à x , dans un phénomène diffusif, il est proportionnel à x^2 . On se trouve ici dans une situation intermédiaire. Si on avait considéré l'équation sur les débits, on aurait trouvé la même relation.

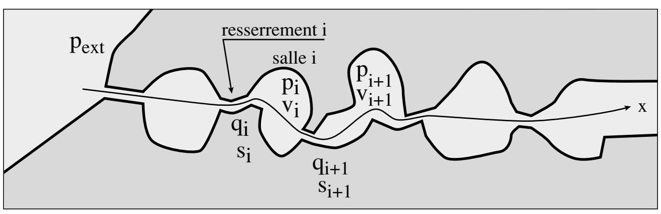
c) Le modèle général ou modèle discontinu, pour l'étude des transitoires

Il semble hasardeux de considérer un réseau souterrain comme une salle avec un seul rétrécissement comme Trombe ou comme un tube lisse (Conn). Nous avons proposé un schéma un peu plus réaliste (Lismonde 1995).

Un réseau souterrain relié à l'atmosphère par un ou plusieurs orifices est représenté par une succession de salles de volume V_i séparées par des rétrécissements de section s_i .

Fig. 2-50- Le modèle discontinu. La cavité est schématisée par une succession de salles vi séparées par des resserrements s_i .

The discontinued model of a gallery: Succession of narrow passages and chambers



Celui qui fréquente les cavités sait bien que les rétrécissements ne sont que rarement de la forme indiquée sur le croquis et que l'on rencontre dans les trous de longs boyaux. Mais on se souvient que c'est le volume qui est important dans les phénomènes de propagation. Une suite de boyaux sera assimilée à un certain nombre de diaphragmes de même diamètre et l'on prendra comme rétrécissement équivalent celui qui fournit la même perte de charge :

$$\frac{1}{s_i^2} = \sum_j \frac{1}{s_j^2} \qquad j \text{ numéro du diaphragme} \qquad s_i \text{ : section équivalente} \tag{2.63}$$

En général, un réseau pourra être représenté par un nombre restreint de ces successions salle - resserrement. Il est évident que la connaissance des spéléos est plus précise en ce qui concerne les rétrécissements - dans lesquels les courants d'air sont sensibles - que les volumes des salles. Il faut avoir à l'esprit que la perte de charge dans un resserrement croît énormément quand le diamètre diminue : un resserrement de diamètre moitié d'un autre resserrement provoque une perte de charge 16 fois plus grande. Il faut donc se limiter aux étroitures les plus sévères du réseau.

Rappelons, en quelques lignes, les mécanismes physiques qui expliquent la propagation d'une perturbation de pression. Une modification de la pression dans une salle modifie la pression aux entrées de cette salle (modification instantanée car liée à la vitesse du son). Cela entraîne une variation des débits dans les rétrécissements voisins puisque ces débits sont liés aux pressions. On a donc une évolution de la quantité d'air contenu dans la salle et ses voisines. Ce phénomène est plus lent car il s'agit d'un remplissage ou d'une vidange. Cette variation de masse se traduit par une variation de pression dans les salles voisines, et ainsi de suite de salle en salle. Comme dans le modèle de Trombe, les volumes jouent un rôle analogue à celui d'une capacité électrique ou d'une inertie en mécanique, alors qu'aux étroitures, l'écoulement rencontre une résistance.

On va écrire les relations qui décrivent les phénomènes transitoires. On suppose l'écoulement isotherme et les termes d'inertie négligeables.

Bilan de masse (q_i est le débit massique dans le rétrécissement i) :

$$\text{Pour la salle } i \qquad q_i - q_{i+1} = \frac{\rho_a\, v_i}{p_a} \frac{dp_i}{dt} \tag{2.64}$$

$$\text{Pour la salle } i-1 \qquad q_{i-1} - q_i = \frac{\rho_a\, v_{i-1}}{p_a} \frac{dp_{i-1}}{dt} \tag{2.65}$$

Pertes de charge aux resserrements i (on suppose un coefficient de perte de charge singulière égal à 1) :

$$p_i - p_{i+1} = \varepsilon_{i+1} \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{q_{i+1}}{s_{i+1}}\right)^2 \qquad \text{avec} \qquad \varepsilon_{i+1} \rangle\, 0 \qquad \text{si} \qquad p_i - p_{i+1} \rangle\, 0 \tag{2.66}$$

$$p_{i-1} - p_i = \varepsilon_i \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{q_i}{s_i}\right)^2 \qquad \text{avec} \qquad \varepsilon_i \rangle\, 0 \qquad \text{si} \qquad p_{i-1} - p_i \rangle\, 0 \tag{2.67}$$

Convention de signe : q_i est positif s'il est dirigé vers les x croissants ($\varepsilon_i > 0$).

Les masses volumiques varient d'un rétrécissement à l'autre, mais on peut se contenter de prendre en compte cette variation uniquement dans les salles car l'influence de cette variation pour le calcul des pertes de charge est du 2e ordre puisque $\Delta p / p << 1$ en général. Si on élimine les débits, on obtient l'équation que vérifie p_i :

$$q_i = s_i\, \varepsilon_i \sqrt{2\, \rho_0\, \varepsilon_i\, (p_{i-1} - p_i)} \tag{2.68}$$

$$q_{i+1} = s_{i+1}\, \varepsilon_{i+1} \sqrt{2\, \rho_0\, \varepsilon_{i+1}\, (p_i - p_{i+1})} \qquad \text{d'où} \tag{2.69}$$

$$\frac{d\,p_i}{d\,t} = \frac{p_a \sqrt{2\,\rho_0}}{\rho_a\, v_i} \left[s_i\, \varepsilon_i \sqrt{\varepsilon_i\, (p_{i-1} - p_i)} \; - \; s_{i+1}\, \varepsilon_{i+1} \sqrt{\varepsilon_{i+1}\, (p_i - p_{i+1})} \right] \tag{2.70}$$

Si on veut obtenir l'équation que vérifie q_i, on dérive les pertes de charge par rapport au temps et on élimine les pressions. Après calcul, on trouve :

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\rho_0\, p_a}{\rho_a} \frac{\varepsilon_i\, S_i^2}{q_i} \left(\frac{q_{i-1} - q_i}{v_{i-1}} - \frac{q_i - q_{i+1}}{v_i} \right) \qquad (2.71)$$

Pour exploiter ces équations, il faut comme dans les solutions trouvées par Trombe et par Conn, connaître le problème physique à résoudre, c'est-à-dire des conditions aux limites et des conditions initiales.

Pour une cavité donnée, dont on connaît très bien les caractéristiques géométriques, on pourra effectuer une résolution numérique. Par exemple dans le cas de l'ouverture brutale d'une porte, on pourra calculer de proche en proche la progression de la perturbation de pression et la mise en mouvement de l'air dans la cavité.

La méthode de résolution est la suivante : on se donne l'état initial des pressions et des débits, puis on modifie la pression à l'entrée. À partir de cette nouvelle répartition des pressions, on déduit la répartition des débits (non uniforme dans la cavité en régime transitoire). Cette répartition des débits engendre, par le jeu des pertes de charge, une nouvelle répartition des pressions et ainsi de suite.

Nous n'essaierons pas de tirer ici des renseignements qualitatifs des équations 2.70 et 2.71 écrites plus haut, car les paramètres géométriques varient pour chaque cavité. Dans le modèle simplifié que nous allons maintenant présenter, nous allons réduire considérablement le nombre des paramètres géométriques ce qui nous permettra une discussion plus facile des propriétés des transitoires.

d) Un modèle approché : le modèle continu

Le modèle discontinu que nous avons vu au-dessus, se prête bien à une simulation sur ordinateur à condition que la cavité soit très bien connue, comme le Trou qui Souffle (Lismonde 1994, 1995). Mais il ne fournit aucun renseignement avant la résolution complète des équations.

Pour mettre en évidence les propriétés physiques des régimes transitoires de courant d'air, nous allons rendre continues nos équations d'évolution. C'est l'opération inverse de la "discrétisation" bien connue en analyse numérique.

Cette façon de procéder suppose que d'une salle à l'autre, d'un resserrement à l'autre, les grandeurs n'ont pas beaucoup varié. Cette hypothèse est le plus souvent fausse, car les salles et les resserrements se succèdent sans continuité sur leurs caractéristiques. Les cavités que nous rendons continues, ne sont pas des cavités réelles, mais elles représentent des sortes de prototypes simplifiés de cavités réelles.

La distance à l'entrée de l'ensemble salle - boyau numéroté i , sera prise égale à :

$$x_i = \sum_{j=1}^{i} \Delta\, x_j \qquad (2.72)$$

Δx_i étant la longueur de l'ensemble salle et boyau i . Il est facile de voir que ce modèle continu sera précis si les caractéristiques v_i s_i du réseau varient peu, ou encore si on adopte une certaine valeur moyenne des v_i et s_i. Pour le volume moyen des salles v , il faut prendre celui qui conserve le volume total de la cavité :

$$V = n\, v = \sum_{i=1}^{n} v_i \qquad (2.73)$$

Pour la section moyenne des n rétrécissements, il faut prendre celle qui fournit le même débit pour la même pression motrice en régime permanent :

$$\frac{m}{s^2} = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{s_i^2} \qquad (2.74)$$

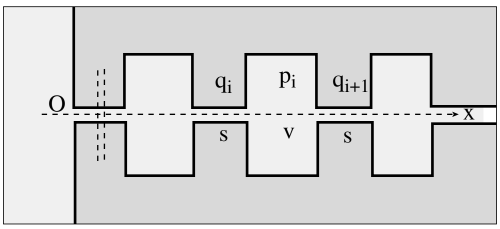


Fig. 2-51- Schématisation de la cavité pour passer à un modèle continu (approché). Salles de volume constant v séparées par des resserrements de sections constantes s . On a "homogénéisé" la cavité.

Homogenization of a natural gallery : regular alternance of narrow passages and rooms

Le carré de cette moyenne est donc la moyenne harmonique des carrés des sections.

La longueur moyenne d'un ensemble salle-boyau est donnée par $l = L / n$, L étant la longueur de la cavité. Pour plus de simplicité, nous sommes donc ramenés à un modèle composé de n salles et m rétrécissements ; $m = n$ si la cavité est fermée, $m = n + 1$ si la cavité a deux entrées. Nous n'envisagerons pas ici le cas des cavités ramifiées et à plus de deux entrées qu'il faut traiter comme un réseau maillé en électricité.

Trois paramètres caractérisent un réseau au lieu de deux pour Trombe ou pour Conn.

Formulation mathématique. Les équations qui régissent p_i et q_i se ramènent alors à :

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{p_a}{\rho_a}\frac{\sqrt{2\rho_0}}{v}\, s\left[\varepsilon_i \sqrt{\varepsilon_i\,(p_{i-1} - p_i)} - \varepsilon_{i+1}\sqrt{\varepsilon_{i+1}\,(p_i - p_{i+1})}\right] \qquad (2.75)$$

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\rho_0\, p_a\, s^2\, \varepsilon_i}{\rho_a\, v\, q_i}\,(q_{i-1} - 2q_i + q_{i+1}) \qquad (2.76)$$

L'examen de la 2e équation montre qu'elle constitue l'équation discrétisée d'une certaine équation différentielle, avec la correspondance $q_i(t) \longleftrightarrow q(x,t)$ et $x = i\,\Delta x$ $(\Delta x = l)$:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\rho_0\, p_a\, s^2}{\rho_a\, v\, |q|}\,\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \qquad (2.77)$$

$p(x,t)$ et $q(x,t)$ sont des fonctions continues à deux variables, qui coïncident sur les noeuds i avec les fonctions à une variable $p_i(t)$ et $q_i(t)$; x est l'abscisse curviligne prise sur l'axe de la galerie.

L'équation s'écrit encore :

$$\boxed{\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\beta}{|q|}\,\frac{\partial^2 q}{\partial x^2}} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\rho_0\, p_a\, s^2\, l^2}{\rho_a\, v} \qquad \beta \ \text{en kg.m}^2\text{.s}^{-2} \qquad (2.78)$$

L'équation que vérifie la pression s'écrit quant à elle avec $p_i(t) \longleftrightarrow p(x,t)$ et $x = i\,l$:

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial t} = -\,\alpha\,\varepsilon\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\sqrt{\left|\frac{\partial p}{\partial x}\right|}\right)} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{p_a\sqrt{2\rho_0}\, s\, l^{3/2}}{\rho_a\, v} \qquad \alpha \ \text{en kg}^{1/2}\text{.m.s}^{-2} \qquad (2.79)$$

Cette équation est du même genre que celle que nous avons rencontrée à l'occasion de l'étude du 3e problème de Conn si on remplace A par α et B par β.

Conclusion. On peut ainsi revoir les problèmes de Trombe et de Conn avec une description des cavités à trois paramètres au lieu de deux. Pour ces deux problèmes, on a pu montré que les résultats principaux proposés par ces auteurs restaient inchangés. Leur modélisation était donc robuste, puisqu'elle demeure invariante pour une complexification du modèle.

La représentation d'une cavité par une succession de salles et de resserrements est assez réaliste et pourra être appliquée à des cavités réelles. La simplification de cette représentation sous une forme continue l'est moins, mais présente le grand intérêt de caractériser la cavité avec beaucoup moins de paramètres.

2.5.4. La renverse du courant d'air dans un tube à vent

Introduction

On sait que le courant d'air d'un tube à vent change de sens quand la différence entre les masses volumiques (moyennes, c'est-à-dire intégrées sur la dénivellation de la cavité) de l'air extérieur et de l'air intérieur change de signe. Comme la relation entre vitesse et perte de charge est quadratique en régime turbulent, le phénomène du changement de sens du courant d'air est rapide puisque pour une variation linéaire dans le temps de la différence de masses volumiques, le passage à la vitesse nulle se fera avec une très grande accélération (cf. § 2.3.3.d). De ce fait, il n'est plus possible de négliger l'inertie mécanique des masses d'air concernées. Cette observation d'un changement rapide de sens du courant d'air a déjà été signalée par les spéléos.

Par ailleurs, au moment du changement de signe de la vitesse, l'écoulement change de mode et, de turbulent, il devient laminaire pour ensuite redevenir turbulent. On verra que le changement turbulent-laminaire peut conduire à des oscillations de la vitesse («orgue chimique» § 2.5.7). Il est donc intéressant d'étudier en détail ce phénomène d'inversion des vitesses.

Enfin, le spéléo observateur a aussi remarqué depuis longtemps qu'un réseau du genre tube à vent peut avoir un courant d'air rigoureusement nul pendant un certain temps alors que la relation entre vitesse de courant d'air et différence de température tendrait à donner une probabilité nulle à cet événement. Nous essayerons de montrer les circonstances qui maintiennent une égalité stricte (et non due au hasard) entre la température intérieure et celle extérieure.

Dans ce qui suit nous négligerons les aspects liés à l'hygrométrie et au dioxyde de carbone, ce qui nous permettra de raisonner avec les températures plutôt qu'avec les masses volumiques.

a) Les hypothèses de l'étude

Nous considérerons un tube à vent de diamètre constant D, de longueur totale de galerie L et de dénivellation entre les entrées H. La perte de charge est supposée connue. Nous reviendrons un peu plus loin sur ces hypothèses restrictives.

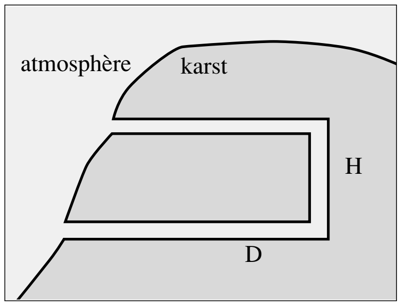


Fig. 2-52- Schéma de la cavité.
Diamètre constant D, et longueur L

Sketch plan of cavity

L'absence de courant d'air correspond à une certaine température moyenne de l'air extérieur. Nous appelons ΔT, l'écart de la température extérieure avec cette température d'équilibre. Nous supposerons que cet écart change brutalement de signe à l'instant 0 (figure 2-53).

Pour éviter une influence des transferts thermiques, surtout sensible près des entrées, nous supposons que la dénivellation, responsable de la pression motrice, se trouve dans la zone non influencée thermiquement du réseau souterrain (figure 2-52). Nicolas Florsch (1995) a étudié un cas où la partie supérieure était influencée thermiquement.

b) L'équation de la dynamique

Le terme moteur dû à la dénivellation s'écrit (en Pa, et compté positif pour un air montant) :

$$\Delta p_{moteur} = (\rho_{ext} - \rho_{int})\, g\, H \qquad (2.80)$$

L'équation des gaz parfaits permet de relier les variations de masses volumiques aux différences de températures. Comme dans tous les effets associés à la poussée d'Archimède dans l'air (dénivellations pas trop grandes), on néglige l'influence des variations de pression sur ce terme moteur.

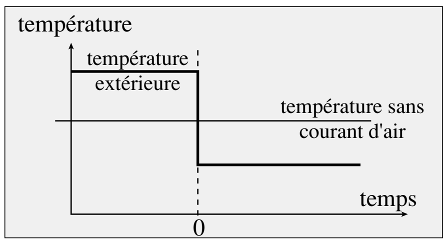


Fig. 2-53- Échelon descendant de la température extérieure

Step down of external temperature

$$\Delta p_{moteur} = (T_{int} - T_{ext})\, \frac{\rho_{int}}{T_{int}}\, g\, H \qquad (2.81)$$

Le terme résistant représente la perte de charge de l'écoulement d'air dans la cavité. Nous l'écrivons sous la forme d'une perte de charge linéique :

$$\Delta p_{résistant} = \frac{1}{2} \rho_{int} |V| V \frac{\Lambda L}{D} \quad (2.82)$$

La valeur du coefficient de perte de charge linéique Λ dépend de la nature de l'écoulement, laminaire ou turbulente. Nous supposerons ici que le régime de transition sera obtenu pour un nombre de Reynolds critique égal à 1000. Le nombre de Reynolds étant défini par $Re = V D / \nu$.

Si le nombre de Reynolds est plus grand que 1000, nous prendrons une valeur constante pour Λ ($\Lambda = 0{,}01$, par exemple). Dans le cas où le nombre de Reynolds est plus petit, nous adopterons la relation de Poiseuille :

$$\Lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64\,\nu}{V D} \quad (2.83)$$

L'équation de la dynamique pour l'ensemble de la masse d'air se traduit par :

$$\rho_{int}\, S\, L \frac{dV}{dt} = S\left(\Delta p_{moteur} - \Delta p_{résistant}\right) \Leftrightarrow L \frac{dV}{dt} = \frac{(\rho_{ext} - \rho_{int})}{\rho_{int}} g\, H - \frac{1}{2} |V| V \frac{\Lambda L}{D} \quad (2.84)$$

L'équation des gaz parfaits, et le fait qu'on peut négliger l'influence des pressions devant celle des températures, nous fournissent les deux nouvelles équations :

$$\frac{L}{g\, H} \frac{dV}{dt} = \frac{(T_{int} - T_{ext})}{T_{int}} - \frac{\Lambda L}{2\, g\, H\, D} |V| V \quad \text{si} \quad Re > 1000 \quad (2.85)$$

$$\frac{L}{g\, H} \frac{dV}{dt} = \frac{(T_{int} - T_{ext})}{T_{int}} - \frac{32\, \nu\, L}{g\, H\, D^2} V \quad \text{si} \quad Re < 1000 \quad (2.86)$$

Cette dernière équation a été étudiée par Florsch (1995) dans le cas où la partie verticale débouche à l'extérieur et il a fourni une relation analytique complète pour des variations de type journalières (puits d'aération de mine, paroi à température constante), nous nous contentons d'étudier la solution dans le cas défini sur la figure 2-52.

c) Solution de l'équation

On remarque tout d'abord qu'au voisinage de $V = 0$, l'accélération devient :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{g\, H}{L} \frac{\Delta T}{T_{int}} . \quad (2.87)$$

Cette expression nous donne l'accélération de la vitesse au passage à la valeur nulle. Cette accélération est d'autant plus grande que le saut de température est plus grand. Elle n'est pas infinie comme on l'aurait trouvé en négligeant l'inertie mécanique de la masse d'air.

Par ailleurs, la valeur asymptotique de la vitesse (en régime turbulent) est donnée par :

$$V_{lim} = \sqrt{\frac{2\, g\, H\, D}{\Lambda L} \frac{\Delta T}{T_{int}}} \quad (2.88)$$

Il est possible de trouver une solution analytique de ces équations à l'aide de fonctions plus ou moins maniables, mais il est plus simple de résoudre l'équation numériquement sur un tableur, pour des valeurs données des paramètres. Nous nous contenterons d'examiner un seul cas (figure 2-54) et nous nous abstiendrons de faire une étude générale.

d) Discussion de quelques solutions

Temps caractéristique. Sur la figure ci-contre (2-54), le temps caractéristique apparaît d'autant plus court que le saut de température est plus grand. Dans le cas étudié, il était inutile de s'embarrasser avec la perte de charge laminaire. En effet, elle n'intervient que pour un nombre de Reynolds faible, c'est-à-dire quand le terme résistant est négligeable. En changer alors l'expression ne modifie presque rien.

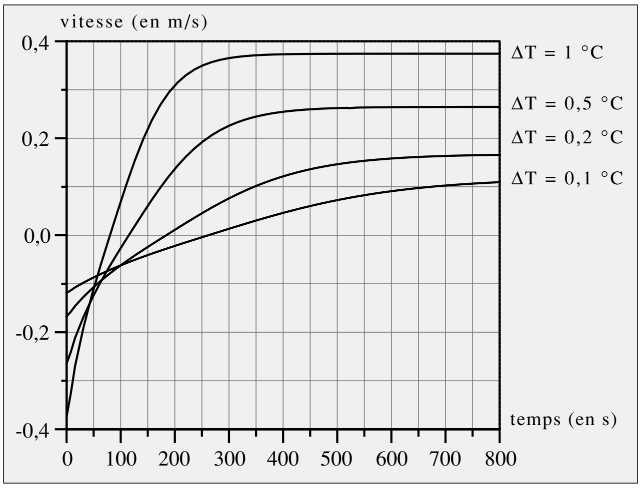


Fig. 2-54- Exemple de renversement du courant d'air.
La vitesse est représentée en fonction du temps
pour différents sauts de la température extérieure
D = 2 m, L = 1000 m, H = 100 m, L = 0,1 .
La durée de la transition dépend nettement de l'ampleur du saut

Air velocity evolution for different steps of external temperature around reverse temperature

Variation progressive de la température extérieure. Nous avons supposé que la température extérieure variait d'une certaine quantité d'une manière instantanée. On peut revenir maintenant sur cette hypothèse. Considérons par exemple le cas $\Delta T = 0{,}5°C$. Le système met 300 s pour réagir (figure 2-54). Si au lieu d'être instantané, l'échelon de température s'était produit en un temps de 100 ou 200 s, le résultat aurait été peu changé. En revanche, si l'échelon s'était produit en 1000 s par exemple, la montée en vitesse aurait collé avec la variation de température (le terme inertiel de l'équation serait resté petit devant les autres), la transformation aurait été quasi-statique. On en déduit que si le temps de variation de la température extérieure est plus grand que le temps calculé ici, l'évolution est quasi statique. En revanche si ce temps est nettement plus petit que celui calculé ici, l'évolution est celle calculée pour une variation instantanée.

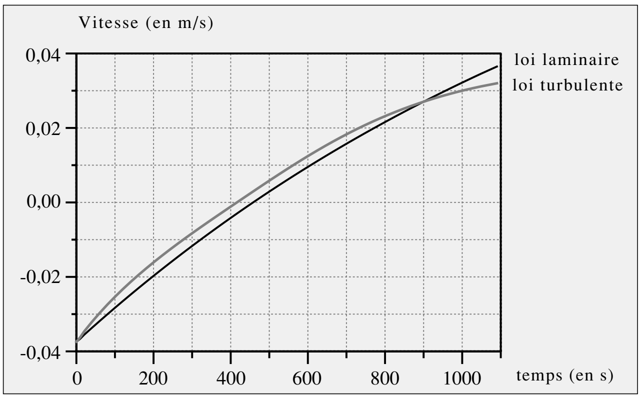


Fig. 2-55- Comparaison entre loi turbulente et laminaire
D = 1 m, L = 1000 m, H = 10 m, L = 0,1, ΔT = 0,2°C, Reyn max = 1800 .
La transition turbulente-laminaire et réciproquement
ne joue qu'un rôle insignifiant dans la renverse

Velocity versus time for laminar and turbulent flow

Rôle de la loi laminaire. Sur la figure 2-55, nous avons représenté la renverse du courant d'air dans deux cas, en adoptant une loi de frottement turbulent ou une loi laminaire. Malgré la différence des deux lois de frottement, le temps de renversement est pratiquement inchangé. En effet, comme on l'a vu plus haut, le terme résistant ne joue pas un grand rôle au voisinage du renversement. Le phénomène est essentiellement inertiel.

Section non régulière. Revenons enfin sur l'hypothèse que la section de la galerie est uniforme. Dans les cavités naturelles, ce n'est pas le cas. Peut-on tout de même écrire une équation dynamique ? Il suffit de réécrire l'équation de la dynamique sous la forme :

$$\rho_{int} \int_0^L \frac{\partial V}{\partial t} dx = \Delta P_{moteur} - \Delta P_{résistant} \qquad (2.89)$$

$$\text{or} \quad \rho_{int} \int_0^L \frac{\partial V}{\partial t} dx = \int_0^L \frac{\partial(\rho_{int}\ V\ S)}{\partial t} \frac{dx}{S(x)} = \frac{dq_m}{dt} \int_0^L \frac{dx}{S(x)} \qquad (2.90)$$

si on pose $\boxed{\frac{1}{S_0} = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{dx}{S(x)}}$ on obtient comme équation dynamique : (2.91)

$$\frac{L}{S_0}\frac{dq_m}{dt} = \Delta P_{moteur} - \Delta P_{résistant} \quad (2.92)$$

Cette équation est tout à fait analogue à l'autre, à condition de prendre comme section moyenne, équivalente pour les phénomènes d'inertie, la surface S_0 définie ci-dessus. Notre analyse reste donc correcte pour un choix convenable de la section. De même pour les pertes de charge, il faut adopter une section moyenne qui n'est pas S_0 mais une autre section (cf. plus loin).

Durée du transitoire. On peut trouver une estimation de la durée du transitoire en considérant la vitesse limite et en calculant en combien de temps on l'atteint, en adoptant pour dV/dt une valeur constante et égale à la valeur obtenue à la vitesse nulle.

$$t_0 = 2{,}5\sqrt{\frac{2\,L\,D}{\Lambda\, g\, H}\,\frac{T_{int}}{\Delta T}} \quad (2.93)$$

Cette relation empirique fournit, dans le cas étudié sur la figure 2-54, les temps suivants ($t_{calculé}$) :

ΔT	(°C)	0,1	0,2	0,5	1
$t_{0\ calculé}$	(s)	846	599	379	268

Tab 2:2- Durée du transitoire en fonction de l'écart de température

Pour les dimensions usuelles des cavités naturelles, ces transitoires ne durent que quelques minutes, voire moins.

Conclusion. Pour des tubes à vent assez simples ou pour lesquels on connait la relation entre le débit et la perte de charge, nous sommes capables de calculer l'évolution de la vitesse à la renverse du courant d'air en tenant compte de l'inertie de la masse d'air.

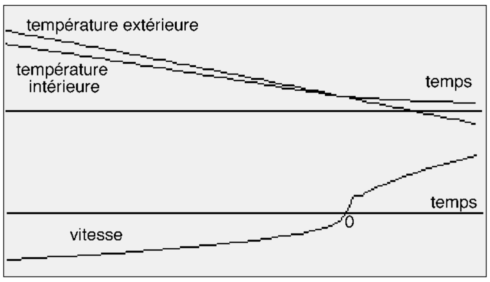


Fig. 2-56- Un exemple de renverse calculée à la mine du Chêne

An example of air reversal in Chêne cave above, the external and internal temperature versus time below, the velocity versus time

e) Blocage d'un courant d'air au cours de la renverse

La renverse d'un courant d'air provient du changement de signe de la différence entre les températures extérieure et intérieure, moyennées sur toute la dénivellation. Nous allons montrer qu'il peut arriver que le courant d'air s'arrête totalement pendant un certain temps. Ce fait peut paraître paradoxal car la vitesse du vent étant proportionnelle à la racine carrée de la différence des températures, le changement de la vitesse est rapide et cette vitesse devient très rapidement significative.

Pour qu'il y ait annulation de la vitesse, il faut qu'il existe un ajustement automatique qui garde la différence des températures à la valeur zéro. Nous allons décrire des conditions qui conduisent à ce blocage du courant d'air.

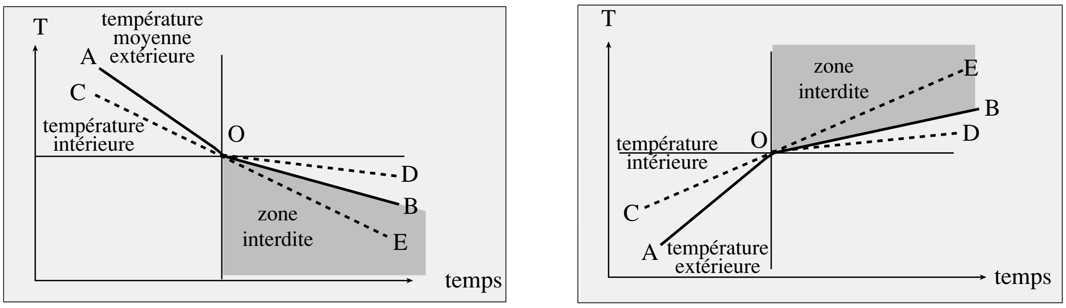


Fig. 2-57- Renverses d'automne et de printemps.
Si le chemin de la température intérieure se trouve dans la zone interdite, il y aura arrêt du courant d'air

Autumn and spring air turn
In the forbidden zone (zone interdite)*, there is no air current*

Sur la figure ci-dessus, on a représenté les deux configurations principales de changement de sens d'un courant d'air. À gauche, le renversement typique de l'automne avec baisse de la température extérieure. Le courant d'air dans la cavité est d'abord descendant, puis il va s'inverser. Au moment de la renverse, le courant d'air devient montant dans la cheminée. La température dans la cheminée évolue alors différemment, ce qui se traduit sur le graphique par un changement de la pente de la droite d'évolution (car la puissance transmise change, les déphasages entraînant des différences). Deux cas se présentent (qui ne sont d'ailleurs pas du tout équiprobables) :

- soit l'air intérieur suit la droite OD. La différence des températures avec l'air extérieur ne change plus de signe, la renverse s'est faite correctement.
- soit l'air intérieur suit la droite OE, et l'air intérieur se retrouve immédiatement à une température plus basse que l'air extérieur. Le courant d'air change alors de nouveau de sens. Mais les mêmes causes entraînant les mêmes effets, l'air intérieur suit une ligne du genre CO qui le refait passer en régime hivernal. Le courant d'air ne peut adopter ni le régime estival ni le régime hivernal. Il s'annule donc (ou oscille rapidement à cause des forces d'inertie) et la température de l'air extérieur suit la droite OB jusqu'à ce que les conditions évoluent (car les trajectoires ne sont des droites que pendant des temps assez courts). L'ensemble des trajectoires de l'air intérieur sous le segment OB est donc interdit. Nous avons appelé ce secteur : zone interdite, car l'air intérieur ne pourra parcourir un segment dans cette zone. Pendant toute cette durée où la trajectoire de l'air intérieur l'amènerait sous le segment OB (si le régime s'établissait hivernal), la vitesse du courant d'air reste résolument nulle puisque la situation thermique l'empêche de basculer.

On pourrait faire le même raisonnement dans la renverse de style printanier.

Le problème qui se pose est de savoir s'il existe vraiment des trajectoires (virtuelles) de l'air intérieur dans la zone interdite. Numériquement, on peut faire des calculs qui montrent des cas d'instabilités momentanées, mais les courbures des trajectoires jouent un rôle important et cette intéressante question reste à approfondir. Elle a des implications sur l'aérage des mines puisqu'elles correspondent à une absence momentanée de ventilation.

Numériquement en calcul sur ordinateur, cette situation de blocage de la vitesse du courant d'air se traduit par des oscillations rapides autour de la température extérieure, oscillations dont la période est toujours égale au *pas de temps* de la résolution numérique (donc non physiques). Les conditions physiques qui permettraient d'obtenir ces trajectoires virtuelles restent à établir.

Conclusion

La renverse du sens d'un courant d'air est un phénomène rapide dont la détermination demande de prendre en compte l'inertie de la masse d'air dans le cas où la variation de la température extérieure est rapide ou encore si cette variation est importante. Cette inertie mécanique fait que l'inversion du sens du courant d'air ne peut être instantanée mais demande quelques secondes à quelques minutes. Dans les cas où la variation de température est assez lente, on peut négliger les forces d'inertie.

Pour des changements très progressifs du sens du courant d'air, il doit être possible d'observer de légères oscillations de relaxation de la vitesse du courant d'air de période assez grande (quelques minutes à quelques dizaines de minutes) qui se produiront juste avant et juste après l'inversion. Mais la vitesse du courant d'air étant faible à ce moment-là, le phénomène ne sera pas facile à mettre en évidence.

De même les observations qui montrent un réseau absolument sans courant d'air à certaines époques, sont appuyées par la possibilité théorique de situations où l'équilibre reste maintenu exactement pendant un certain temps. On verra plus loin que cette situation se présentera plus facilement dans le cas d'un réseau à trois entrées (§ 3.6).

2.5.5. Oscillations pendulaires dans un tube en U

Cette oscillation est due à la différence de masse volumique entre l'intérieur et l'extérieur, combinée à l'action de la pesanteur qui joue le rôle de ressort. De même que dans un tube en U rempli partiellement d'eau, il est possible d'obtenir un mouvement d'oscillation de l'eau dans le tube, de même avec de l'air froid plus dense que l'air chaud, on peut obtenir un phénomène semblable. Proposons une modélisation à partir d'un schéma géométrique très simple (ce schéma est inspiré de celui de la glacière de Monlési étudiée par Browne et examiné par Choppy (Dynamique de l'air 1986, p. 58).

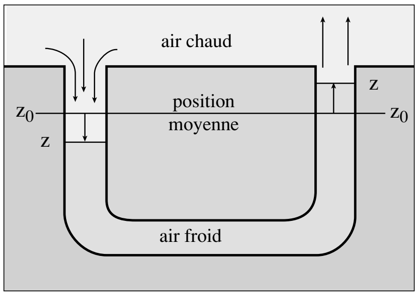


Fig. 2-58a- Disposition en tube en U. L'excitation du système par une rafale se traduit par un balancement du courant d'air

U shaped cave with an oscillatory air flow

Le tube est un cylindre de section S recourbé de façon à former un tube en U dont les branches sont de hauteurs égales (fig. ci-contre). L'air froid a une température moyenne T_f et une masse volumique ρ_f. L'air extérieur est chaud, la température est T_c et la masse volumique est ρ_c. La longueur totale du tube en U est notée L. L'oscillation de l'air froid fait qu'à un instant donné t, l'air chaud entre à gauche grâce à une pression plus faible et sort à droite à la pression atmosphérique. L'amplitude de l'oscillation est notée z_0. Au maximum de l'amplitude, l'air froid vient tangenter la surface du sol. À l'instant t, l'air froid se trouve seulement à la distance z de la position de repos.

Pour calculer le mouvement, nous allons utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour le volume de contrôle constitué par le tube tout entier (air froid et air chaud) :

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\text{énergie}\\\text{cinétique}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{débit d'énergie}\\\text{cinétique à la frontière}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{puissance des forces}\\\text{de pression}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{puissance des forces}\\\text{de pesanteur}\end{pmatrix} \qquad (2.94)$$

$$\left[\rho_f\left(L - 2\, z_0\right) + 2\, \rho_c\, z_0\right] \frac{dz}{dt}\frac{d^2z}{dt^2} = 0 - \frac{1}{2}\rho_c \frac{dz}{dt}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 - 2\,(\rho_f - \rho_c)\, g\, z\, \frac{dz}{dt} \qquad (2.95)$$

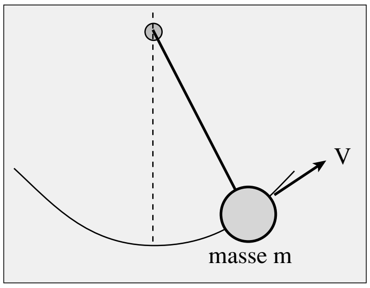


Fig. 2-58b- Mouvement pendulaire de l'air froid, analogie mécanique

pendular movement of cold air mechanical analogy

Pour la puissance des forces de pression, on a utilisé l'équation de Bernoulli :

$$\left[\rho_f\left(L - 2\, z_0\right) + 2\, \rho_c\, z_0\right] \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{2}\rho_c \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + 2\,(\rho_f - \rho_c)\, g\, z = 0 \qquad (2.96)$$

On va simplifier cette expression en supposant que l'amplitude z_0 des oscillations est petite devant L :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{2\,L}\frac{\rho_c}{\rho_f}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + 2\,\frac{\rho_f - \rho_c}{\rho_f}\frac{g}{L}\, z = 0 \qquad (2.97)$$

Le deuxième terme de l'équation est un terme amortisseur. Il correspond à la perte de charge occasionnée par le jet sortant. On aurait pu ajouter aussi la perte de charge linéique dans le tube en U. Cela serait justifié pour une cavité un peu longue, mais dans ce cas l'oscillation sera plus faible et guère perceptible. On pourra trouver la solution numériquement. Mais on se contentera ici de trouver la période des oscillations peu amorties. Cette période Pé se déduit de l'équation 2.98 de l'oscillateur non amorti.

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2\,\frac{\rho_f - \rho_c}{\rho_f}\,\frac{g}{L}\,z = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d^2z}{dt^2} + \omega^2\,z = 0 \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{2\,\pi}{Pé} \tag{2.98}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2\,\frac{\rho_f - \rho_c}{\rho_f}\,\frac{g}{L}\,z = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \omega^2 = 2\,\frac{\rho_f - \rho_c}{\rho_f}\,\frac{g}{L} \quad \Rightarrow \quad Pé = \frac{2\,\pi}{\omega} = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{L}{2\,\frac{\rho_f - \rho_c}{\rho_f}\,g}} \tag{2.99}$$

soit encore en utilisant l'équation des gaz parfaits :

$$Pé = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{L}{2\,\frac{\Delta T}{T}\,g}} \tag{2.100}$$

On applique cette relation dans le cas de la glacière de Monlesi ; la longueur L mesurée sur le croquis vaut 75 m. En prenant un écart de température plausible de $\Delta T = 18°C$ entre l'extérieur et l'intérieur, on obtient une période du phénomène de 48 s, à comparer avec la valeur de 2 (22 + 4) = 52 s mesurée par Browne. L'interprétation en tube oscillant est parfaitement plausible (cf. Lismonde, 2001). L'amortissement doit être tout de même assez rapide.

Reste à trouver pourquoi le mouvement s'est amorcé. Sans doute, une rafale de vent a-t-elle suffit ?

2.5.6. Phénomènes de résonance utilisant l'élasticité de l'air : résonance à la Helmholtz

a) Généralités

Les fluctuations de pression de l'atmosphère engendrent une sorte de respiration des cavernes. Quand la pression extérieure diminue, l'air sort de la cavité. Quand la pression extérieure augmente, l'air entre dans la cavité. Le terme respiration est consacré, mais on remarque pour l'anecdote que cette respiration ressemble à la respiration artificielle qu'on pratique sur les victimes d'accident en arrêt respiratoire, puisque la stimulation vient de l'extérieur (cf. tome 1, §1.4.3).

Or l'air est un fluide naturellement élastique. Si on installe un piston dans un tube cylindrique relié à un volume fermé et qu'on pousse brusquement le piston, il reviendra à sa position initiale en effectuant un ensemble d'oscillations. La fréquence de ce mouvement alternatif est la fréquence propre du système, voisine de sa fréquence de résonance.

Si les fluctuations de la pression extérieure ont un spectre de fréquence qui contient la fréquence propre de la cavité, il peut apparaître des phénomènes de résonance dont le plus simple est décrit par le résonateur de Helmholtz qu'on va plus spécialement étudier. On verra qu'il existe, en réalité, un grand nombre de fréquences de résonance, mais les fréquences associées à ces résonances sont plus grandes que celle du résonateur de Helmholtz. La complexité géométrique des réseaux souterrains naturels fait que les résonances observables sont assez modestes et le fait que les fréquences de résonance soient situées dans une partie non audible du spectre acoustique, les rend peu faciles à détecter.

Nous avons étudié, plus haut, la réponse d'une cavité à des variations extérieures de la pression atmosphérique. Ces transitoires sans résonance correspondent à des fluctuations de la pression extérieure dont le spectre (obtenu par la transformée de Fourier) contient des fréquences d'excitation plus basses que les fréquences propres des cavités.

Les résonances à la Helmholtz supposent que la longueur d'onde des ondes acoustiques est grande devant la dimension caractéristique du réseau (longueur de la salle). Une onde de 10 Hz est associée à une longueur d'onde de 33 m ; une onde de 1 Hz est associée à une longueur d'onde de 330 m. Les fréquences de résonance pour le résonateur de Helmholtz se trouvent ainsi dans le domaine des infrasons inaudibles à l'oreille humaine (fréquence inférieure à 15 Hz). Les phénomènes de résonance qui sont dans le domaine acoustique, ne sont pas des résonances à la Helmholtz. Elles sont du domaine des résonances du style tuyau d'orgue pour lesquelles la dimension du conduit est un multiple entier du quart de la longueur d'onde acoustique excitatrice. On les examinera succinctement plus loin.

b) Le résonateur de Helmholtz

L'expérience de Helmholtz consiste à fabriquer une boîte (de volume V) reliée à l'extérieur par un petit conduit (de section A et de longueur L). On dispose d'une source sonore de fréquence réglable et on met l'orifice du conduit près de l'oreille. Pour une certaine fréquence bien définie, le son est nettement amplifié.

L'explication du phénomène est la suivante : l'onde acoustique extérieure se traduit au niveau de l'orifice par une fluctuation sinusoïdale très petite de pression (pression acoustique). Cette oscillation de pression excite le petit tube d'air contenu dans le conduit de raccordement. Ce petit cylindre d'air est poussé et tiré alternativement. Il joue le rôle du piston dans la figure ci-dessous à droite. L'air de la cavité est alternativement comprimé ou détendu et joue le rôle de ressort. Quand la fréquence d'excitation (fréquence de l'onde acoustique) est la même que la fréquence propre du résonateur, la pression dans la cavité varie avec une amplitude plus grande que la pression extérieure. L'orifice de la cavité rayonne alors une onde acoustique de même fréquence que l'onde extérieure mais plus forte (au moins localement).

Pour une boîte de petite dimension, la résonance se situe dans le spectre sonore, mais l'augmentation de la taille du résonateur se traduit par une baisse de la fréquence de résonance qui passe dans le domaine infrasonore.

c) Fréquence de résonance d'un résonateur de Helmholtz

Une salle de volume v est en relation avec l'extérieur par un conduit de diamètre D, de section A et de longueur L. On étudie le comportement dynamique sous l'action d'une excitation sinusoïdale extérieure en pression dont la pulsation est ω et dont l'amplitude relative est y_{10}. :

$$p_1 = p_0 \left(1 + y_1\right) \quad \text{avec} \quad y_1 = y_{10} \sin \omega t \qquad (2.101)$$

La réponse, c'est-à-dire la pression à l'intérieur de la salle s'écrit (φ est le déphasage entre p_2 et p_1) :

$$p_2 = p_0 \left(1 + y_2\right) \quad \text{avec} \quad y_2 = y_{20} \sin \left(\omega t - \varphi\right) \qquad (2.102)$$

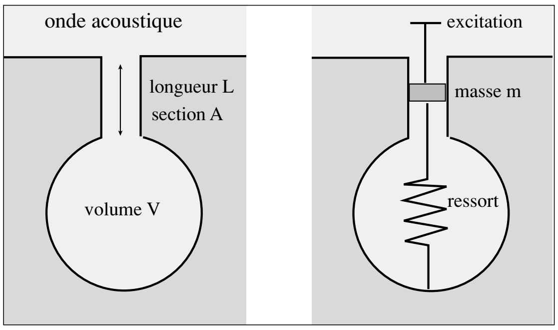


Fig. 2-59- L'oscillateur de Helmholtz.
L'air dans la galerie joue le rôle d'un piston,
l'air dans la salle constitue un ressort

The model of Helmholtz oscillator cavity excited with external infrasonic wave

On calcule la masse d'air contenu dans la salle en écrivant qu'elle est proportionnelle à la masse volumique. Et la masse volumique dépend de la pression (variable) par l'intermédiaire de l'équation de Laplace pour les transformations isentropiques. En effet, nous montrerons plus loin que la rapidité des compressions et des détentes empêche un échange de chaleur significatif. De ce fait, on peut considérer les compressions et les détentes comme adiabatiques et réversibles. La masse volumique dans la salle v ne sera uniforme que si la salle a une taille petite devant la longueur d'onde acoustique.

$$m = \rho_2\, v = \rho_0 \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{1/\gamma} v \qquad \text{or} \qquad (p_2)^{1/\gamma} = p_0^{1/\gamma} \left(1 + y_2\right)^{1/\gamma} = p_0^{1/\gamma} \left(1 + \frac{y_2}{\gamma}\right) \quad \text{car} \quad y_2 << 1 \qquad (2.103)$$

D'où la masse d'air intérieur, en fonction de y_2 :

$$m = \rho_0\, v \left(1 + \frac{y_2}{\gamma}\right) \qquad (2.104)$$

On écrit ensuite deux équations de bilan. D'abord le bilan de masse qui énonce que la dérivée temporelle de la masse de l'air contenu dans la salle est égale au débit entrant d'air (compté algébriquement). On note U la vitesse instantanée (moyenne de débit) de l'air dans la conduite et on la compte positive si elle est entrante, et négative si elle est sortante. On suppose que toute la colonne d'air dans le tube de longueur L se meut comme un solide à vitesse uniforme :

$$\frac{dm}{dt} = \rho_0\, A\, U \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\rho_0\, v}{\gamma} \frac{dy_2}{dt} = \rho_0\, A\, U \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dy_2}{dt} = \frac{\gamma\, A}{v}\, U \qquad (2.105)$$

La deuxième équation est celle de la dynamique. La dérivée temporelle de la quantité de mouvement de l'air contenu dans le conduit de liaison est égale aux forces extérieures appliquées, ici les forces de pression. D'où la relation :

$$\rho_0\, A\, L \frac{dU}{dt} = (p_1 - p_2)\, A \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dU}{dt} = \frac{p_0\, (y_1 - y_2)}{\rho_0\, L} = \frac{c_0^2}{\gamma\, L} (y_1 - y_2) \qquad (2.106)$$

Dans le calcul précédent, on a utilisé la propriété que la vitesse du son dans l'air, notée c_0, se calcule par la relation :

$$c_0^2 = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} = \gamma \, r \, T_0 \qquad (2.107)$$

Il ne faut pas s'étonner de voir apparaître la vitesse du son dans un problème à basse vitesse. Elle apparaît naturellement dès qu'on tient compte de la compressibilité de l'air. On élimine la vitesse U entre les deux équations de bilan et on aboutit à une équation différentielle du 2e ordre en y_2. :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 y_2}{d t^2} + y_2 = y_1 \quad \text{avec} \quad \omega_0^2 = c_0^2 \frac{A}{v L} \quad \omega_0 \text{ est la pulsation propre du système oscillant} \qquad (2.108)$$

De la même façon, en éliminant la variable y_2 entre les deux équations de bilan, on obtient l'équation du 2e ordre :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 U}{d t^2} + U = \frac{v}{\gamma A} y_1 \qquad (2.109)$$

Pour une oscillation sinusoïdale y_1, on obtiendra la résonance à la pulsation propre ω_0 , soit de période propre :

$$Pé = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{c_0} \sqrt{\frac{v L}{A}} \qquad (2.110)$$

$$\text{ou de fréquence } \; f = \frac{1}{Pé} = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{v L}} = 53{,}8 \sqrt{\frac{A}{v L}} \qquad (2.111)$$

Cette relation est celle qu'on trouve dans Cigna (1967) ou dans Choppy (1986). La vitesse du son a été supposée égale à 338 m/s ce qui correspond à une température de 10°C.

d) Une cavité naturelle peut-elle être assimilée à un résonateur de Helmholtz ?

Le résonateur de Helmholtz suppose que la salle en communication avec l'extérieur ne possède pas d'autres sorties. Cela correspond à des cavités anciennes complètement bouchées à leur extrémité. Le conduit de raccordement ne doit pas être trop gros, sinon les vitesses seront très faibles et non mesurables.

Le volume d'une salle est une donnée qui a un sens clair, mais la section d'un conduit naturel de raccordement est une notion moins bien définie puisque un conduit naturel a en général une section variable. Quelle sorte de moyenne doit-on considérer ? On a rencontré et résolu cette question dans l'étude de la renverse (§ 2.5.4). De même, la longueur peut poser problème, si la salle est raccordée à l'extérieur par une fenêtre correspondant à un conduit de longueur nulle. Il est bien clair qu'il faut alors ajouter à la longueur (nulle ici) une autre longueur qui a pour ordre de grandeur le rayon du conduit de raccordement. L'expérience confirme cette idée. Lord Rayleigh a montré que la longueur à considérer dans la relation de résonance est en fait $L = L' (1 + \pi D/4L)$. Cela rejoint les problèmes de masse virtuelle bien connus en écoulement instationnaire.

La forme de la salle intervient-elle dans la résonance de Helmholtz ? Une simple galerie peut-elle constituer un résonateur de Helmholtz ?

Certaines configurations particulières sont favorables, d'autres au contraire ne conviennent pas. Considérons par exemple une galerie borgne de longueur L et de section A. Il n'y a pas de salle. Est-ce que cette galerie peut résonner à la Helmholtz ? La fréquence propre, déduite de la relation démontrée plus haut, s'écrit :

$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{v L}} = \frac{c_0}{2\pi L} \qquad (2.112)$$

$$\text{d'où la longueur d'onde acoustique} \quad \lambda = \frac{c_0}{f_0} = 2\pi L = 6{,}28\, L \qquad (2.113)$$

Mais on avait supposé que la longueur du conduit est nettement inférieure à la longueur d'onde acoustique. Ce n'est pas tout à fait le cas ici et le mouvement de l'air dans la galerie n'est pas tout à fait synchrone. Le modèle proposé au-dessus serait à retoucher. Contentons-nous de rappeler le résultat. La fréquence de résonance la plus basse observée est celle dont la longueur d'onde est 4 fois la longueur de la conduite :

$$\lambda = 4\,L \quad \Rightarrow \quad f = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{c_0}{4\,L} \qquad (2.114)$$

Cette fréquence de résonance, classique pour les tuyaux d'orgue, est celle qu'on mesure effectivement. Elle est un peu plus grande que celle donnée par la formule des résonateurs de Helmholtz (d'un facteur 1,57).

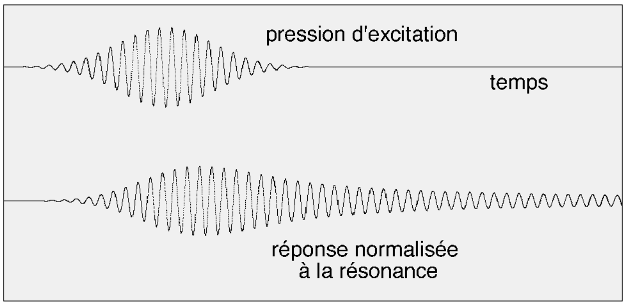


Fig. 2-60- Exemple de calcul de la vitesse en fonction du temps (les signaux sont normalisés à cause de la résonance)

*Example of velocity computation versus time.
Above, the excitation signal, below, the normalized response signal*

On en déduit qu'une cavité ne pourra résonner à la Helmholtz que si elle possède une grande salle (dont la dimension est petite devant la longueur d'onde acoustique). Les résonances acoustiques habituelles des conduits souterrains se font plutôt à une fréquence multiple de celle déduite de la résonance en quart d'onde.

e) Montrons que le changement de pression dans la chambre est bien adiabatique

Une compression adiabatique est une compression sans échange de chaleur. Si une transformation est rapide, elle est adiabatique car pour échanger de la chaleur, il faut un certain temps. Réciproquement, si une transformation est très lente, elle est isotherme (ce qui représente l'équilibre thermique). Dans une transformation réelle, il y a toujours un peu d'échange de chaleur à la paroi. Lors d'une compression dans une salle de volume v, la surface au contact étant appelée S, la conduction thermique permet aux parois de refroidir l'air au contact. Ce refroidissement progresse dans l'air pendant une demi-période. L'épaisseur concernée s'écrit :

$$e = \sqrt{\frac{a}{f}} \qquad (2.115)$$

La constante a est la diffusivité thermique de l'air, f la fréquence d'excitation. On en déduit que l'air au contact de la paroi se refroidit à la température de celle-ci et que la masse volumique de l'air augmente. La masse volumique réelle est donc la moyenne pondérée des masses volumiques (adiabatique au centre et isotherme au contact de la paroi). Si l'épaisseur de pénétration de la chaleur est très inférieure à la longueur caractéristique dans la salle, la compression sera considérée comme adiabatique. Cette condition s'écrit :

$$\sqrt{\frac{a}{f}} << v^{1/3} \quad \Leftrightarrow \quad f >> \frac{a}{v^{2/3}} \qquad (2.116)$$

Comme a est très petit, cela conduit à une condition qui est très facilement vérifiée, sauf, bien sûr, pour des transformations vraiment très lentes comme les variations saisonnières. Cette condition est valable si les échanges thermiques se limitent à ceux de la conduction. Mais la convection doit aussi être prise en compte à ces très basses valeurs de f et la condition sur f doit être remplacée par une autre. Nous n'en ferons pas l'étude ici.

f) Les causes d'amortissement

Il y a trois causes d'amortissement qui limitent l'amplitude des oscillations de pression.

La première cause est le rayonnement acoustique à l'orifice du résonateur. Si l'oreille humaine était sensible aux infrasons, cette émission serait entendue comme un son très grave émis par le porche (bien pratique pour repérer des entrées conduisant à des gros volumes !). Ce phénomène a été étudié le premier puisqu'il permettait de comprendre l'expérience de Helmholtz. Rayleigh a trouvé le coefficient d'amortissement que ce rayonnement engendre (par prélèvement d'une partie de l'énergie du résonateur). On montrera plus loin que cette cause d'amortissement est en général négligeable pour les cavités naturelles. Ce terme d'amortissement se traduit par une baisse de pression proportionnelle à la vitesse. Cette pression doit être retirée à la différence de pression qui intervient dans l'établissement du bilan des forces.

La deuxième cause d'amortissement est le frottement visqueux sur les parois, que subit le courant d'air alternatif. Si l'écoulement est laminaire, ce frottement conduit à une chute de pression (perte de charge) proportionnelle à la vitesse. Si l'écoulement est plus rapide et turbulent, le frottement provoque une chute de pression sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse. La puissance mécanique prélevée au système est transformée dans tous les cas en chaleur.

La troisième cause d'amortissement est l'énergie cinétique contenue dans le lâcher périodique de tourbillons (du même modèle que les ronds de fumée) de part et d'autre du conduit de raccordement. Cette énergie cinétique, en fait, est la même que celle nécessaire pour accélérer le fluide à l'entrée du conduit. Elle se traduit là aussi par une chute supplémentaire de pression proportionnelle au carré de la vitesse.

On constate que les différentes causes d'amortissement se regroupent en deux termes : l'un qui est proportionnel à la vitesse dans le conduit de raccordement, l'autre qui est proportionnel au carré de cette vitesse.

g) Équation complète décrivant le résonateur de Helmholtz

La mise en équation est la même que sans résonance en ce qui concerne la compression adiabatique et le bilan de masse (équations 2.103 et 2.105). Seule l'équation du bilan des forces est modifiée pour tenir compte des nouveaux termes d'amortissement :

$$\rho_0 \, A \, L \frac{dU}{dt} = (p_1 - p_2)\, A - \sigma \, A \left[\frac{\alpha_c}{2} \rho_0 \, u^2 + \frac{1}{2} \rho_0 \, U^2 \, \Lambda \frac{L}{D} \right] \qquad (2.117)$$

Dans cette relation σ est égale à $+1$ si $U > 0$ et égal à -1 si $U < 0$. On peut écrire aussi $\sigma = \text{sign}(U)$. Le coefficient sans dimension α_c représente le coefficient d'énergie cinétique (classique en hydraulique). Il vaut 2 en écoulement laminaire en tuyau et à peu près 1 en écoulement turbulent. Le coefficient Λ est le coefficient de perte de charge linéique (qui intègre ici toutes les sortes de pertes de charge le long du conduit de raccordement). Son expression dépend de l'état de l'écoulement, laminaire ou turbulent.

Multiplions l'équation précédente par $v/(\gamma \, p_0 \, A^2)$. On obtient :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{\sigma \, \Lambda}{2\, D} U^2 + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{\sigma \, \alpha_c}{2\, L} U^2 + \frac{v}{\gamma \, A} y_2 = \frac{v}{\gamma \, A} y_1 \qquad (2.118)$$

Examinons successivement le cas laminaire et le cas turbulent. On sait que la transition pour une conduite rugueuse va arriver quand le nombre de Reynolds de l'écoulement dans la conduite sera de l'ordre de 1000 (pour une conduite lisse ce nombre vaudrait 2000).

Régime laminaire

$$\frac{U\,D}{\nu} < 1000 \qquad \text{on a alors} \quad \Lambda = 64 \frac{\nu}{|U|\, D} = 64\, \sigma \frac{\nu}{U\, D} \qquad (2.119)$$

En reportant dans l'équation, on obtient :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2U}{dt^2} + \frac{32\, \nu}{D^2 \, \omega_0} \frac{1}{\omega_0} \frac{dU}{dt} + \frac{\sigma \, \alpha_c}{L} \frac{1}{\omega_0^2} U \frac{dU}{dt} + U = \frac{v \, \omega_0}{\gamma \, A} \frac{1}{\omega_0} \frac{dy_1}{dt} \qquad (2.120)$$

Régime turbulent

$$\frac{U\,D}{\nu} > 1000 \qquad \text{on a alors à peu près} \quad \Lambda = \Lambda_0 \qquad (2.121)$$

On pourrait adopter pour le coefficient de perte de charge Λ une expression plus compliquée, mais il ne semble pas que ce raffinement soit nécessaire ici.

En reportant dans l'équation, on trouve :

$$\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2U}{dt^2} + \sigma\left(\frac{\Lambda_0}{D}+\frac{1}{L}\right)\frac{1}{\omega_0^2}\,U\frac{dU}{dt} + U = \frac{v\,\omega_0}{\gamma\,A}\frac{1}{\omega_0}\frac{dy_1}{dt} \tag{2.122}$$

Finalement, on peut trouver, en comparant les deux équations, une formulation commune dans les régimes laminaire et turbulent sous la forme suivante :

$$\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{B_1}{\omega_0}\frac{dU}{dt} + B_3\frac{\sigma}{\omega_0^2}\,U\frac{dU}{dt} + U = \frac{v\,\omega_0}{\gamma\,A}\frac{1}{\omega_0}\frac{dy_1}{dt} \tag{2.123}$$

$$\text{avec}\quad \begin{pmatrix} B_1 = \dfrac{32\,\nu}{D^2\,\omega_0} + \dfrac{1}{2\,\pi}\sqrt{\dfrac{A^3}{v\,L^3}}\,\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} & \text{en laminaire} \\ B_1 = \dfrac{1}{2\,\pi}\sqrt{\dfrac{A^3}{v\,L^3}}\,\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} & \text{en turbulent} \end{pmatrix} \quad\text{et avec}\quad \begin{pmatrix} B_3 = \dfrac{2}{L\,\omega_0} & \text{en laminaire} \\ B_3 = \dfrac{1}{\omega_0}\left(\dfrac{\Lambda_0}{D}+\dfrac{1}{L}\right) & \text{en turbulent} \end{pmatrix}$$

On a ajouté au terme B le terme d'amortissement dû au rayonnement acoustique (dont l'expression est tirée du livre de Matthieu p. 118). Ce terme est petit mais sa prise en compte ne complique pas les équations.

On peut aussi considérer la variable y_2 et on obtient par intégration de l'équation en U, l'équation suivante :

$$\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2y_2}{dt^2} + \frac{B_1}{\omega_0}\frac{dy_2}{dt} + B_2\frac{\sigma}{\omega_0^2}\left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2 + y_2 = y_1 \tag{2.124}$$

$$\text{avec}\quad \begin{pmatrix} B_1 = \dfrac{32\,\nu}{D^2\,\omega_0} + \dfrac{1}{2\,\pi}\sqrt{\dfrac{A^3}{v\,L^3}}\,\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} & \text{en laminaire} \\ B_1 = \dfrac{1}{2\,\pi}\sqrt{\dfrac{A^3}{v\,L^3}}\,\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} & \text{en turbulent} \end{pmatrix} \quad\text{et avec}\quad \begin{pmatrix} B_2 = \dfrac{V}{\gamma\,L\,A} & \text{en laminaire} \\ B_2 = \dfrac{V}{2\,\gamma\,A}\left(\dfrac{\Lambda_0}{D}+\dfrac{1}{L}\right) & \text{en turbulent} \end{pmatrix}$$

Ces équations sont des équations différentielles du second ordre non linéaires. Leur résolution mathématique est compliquée et nécessite de développer le terme non linéaire en série. Nous ne nous attarderons pas trop sur les problèmes mathématiques, mais nous utiliserons plutôt l'outil numérique. L'examen attentif des équations montre que le terme d'amortissement est faible, c'est-à-dire qu'il faut beaucoup d'oscillations pour monter à la résonance et que l'arrêt de l'excitation se traduira par l'arrêt de l'oscillateur après beaucoup d'oscillations. On en déduit que la plupart des propriétés du résonateur de Helmholtz peuvent être étudiées à partir d'une équation approchée linéarisée du résonateur.

h) Équation linéarisée du résonateur et solutions diverses de cette équation

Linéarisation

Pour linéariser l'équation, il suffit de linéariser le seul terme non linéaire. Le principe est de remplacer un des termes par une bonne approximation. Cette linéarisation fait disparaître le terme σ comme on pouvait s'y attendre.

Pour l'équation en vitesse :
$$B_3\frac{\sigma}{\omega_0}\,U\frac{dU}{dt} \approx B_3\frac{U_0}{\sqrt{2}}\frac{1}{\omega_0}\frac{dU}{dt} \tag{2.125}$$

Pour l'équation en pression :
$$B_2\frac{\sigma}{\omega_0^2}\left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2 \approx B_2\frac{y_{20}}{\sqrt{2}}\frac{1}{\omega_0}\frac{dy_2}{dt} \tag{2.126}$$

Dans ces relations u_0 est l'amplitude de la vitesse et y_{20} est l'amplitude des oscillations relatives de la pression.

L'équation linéarisée s'écrit donc pour les vitesses :

$$\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{B_5}{\omega_0}\frac{dU}{dt} + U = \frac{v\,\omega_0}{\gamma\,A}\frac{1}{\omega_0}\frac{dy_1}{dt} \qquad \text{avec } B_5 = B_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} U_0 B_3 \tag{2.127}$$

et pour les pressions :

$$\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2y_2}{dt^2} + \frac{B_4}{\omega_0}\frac{dy_2}{dt} + y_2 = y_1 \qquad \text{avec} \quad B_4 = B_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} y_{20} B_2 \tag{2.128}$$

La solution permanente avec excitation sinusoïdale

On va s'intéresser seulement à l'équation en pression. Les résultats sont à peu près les mêmes pour l'équation en vitesse, sauf que les vitesses sont en quadrature par rapport aux pressions.

Remplaçons le temps t par un temps sans dimension $\tau = \omega_0 t$. L'équation linéarisée en y_2 devient :

$$y_2'' + B_4 y_2' + y_2 = y_{10} \sin p\tau \qquad \text{avec } p = \frac{\omega}{\omega_0} \tag{2.129}$$

La solution périodique est calculée dans tous les manuels de physique.

Elle s'écrit : $y_2 = y_{20} \sin(p\tau - \varphi)$ avec $\frac{y_{20}}{y_{10}} = \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^2 + B_4^2 p^2}}$ et $\mathrm{tg}\varphi = \frac{B_4 p}{1 - p^2}$ (2.130)

La détermination de y_{20} n'est pas terminée puisque le coefficient B_4 dépend de y_{20}.

On calcule commodément l'amplitude en résolvant l'équation ci-dessous par une méthode itérative numérique. Il suffit de se donner la valeur à la résonance par exemple, de l'injecter dans le dénominateur de droite et d'en tirer une nouvelle valeur et cela jusqu'à convergence. Ce processus constitue un algorithme itératif de calcul.

$$\frac{y_{20}}{y_{10}} = \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^2 + p^2\left(B_1 + \frac{B_2\, y_{10}}{\sqrt{2}}\frac{y_{20}}{y_{10}}\right)^2}} \tag{2.131}$$

La valeur de l'amplification à la résonance se calcule en résolvant une équation ordinaire du 2e degré, ce qui conduit à la solution suivante :

$$\left(\frac{y_{20}}{y_{10}}\right)_{\text{résonance}} = \frac{B_1}{\sqrt{2}\, B_2\, y_{10}}\left[\sqrt{1 + \frac{2\sqrt{2}\, B_2\, y_{10}}{B_1^2}} - 1\right] \tag{2.132}$$

On en déduit l'amplitude de la vitesse : $U_0 = \frac{v\,\omega}{\gamma\,A} y_{20}$ (2.133)

On pourrait étudier toutes sortes de question intéressantes. Mais l'absence de données expérimentales nous suggère de nous contenter de donner une liste de quelques points à approfondir : le transitoire avec excitation sinusoïdale, la solution libre sans excitation extérieure autre qu'initiale. Il resterait aussi à envisager les autres géométries pouvant conduire à une résonance de Helmholtz et aussi à étudier les fréquences propres plus élevées que le fondamental.

2.5.7. Les oscillations de relaxation

Nous avons vu précédemment, des réseaux entrer en résonance suite à certaines excitations extérieures à la cavité. La fréquence est imposée *a priori*. Ce sont des systèmes à fréquences propres. L'extérieur se contentant d'apporter l'énergie à la vibration.

Nous allons examiner maintenant des systèmes qui n'ont pas de fréquences propres, mais dont l'oscillation est générée par des circonstances particulières. Ce sont des oscillateurs à relaxation. Un oscillateur à relaxation est toujours associé à un mécanisme qui est quelquefois difficile à découvrir. Les sources intermittentes constituent une sorte de prototype de ce modèle d'oscillateur. Les oscillations de relaxation dans les courants d'air souterrains sont sans doute nombreuses, mais en l'absence de mesures continues, elles passent le plus souvent inaperçues car elles sont, la plupart du temps, transitoires. Haüselmann (inédit) en signale un bel exemple dans le Faustloch en Suisse.

a) Oscillations de relaxation à la transition turbulente - laminaire

Au moment de la renverse d'un courant d'air, les vitesses deviennent petites et le régime d'écoulement passe de turbulent à laminaire et vice-versa. Commençons par décrire ce phénomène classique d'instabilité au voisinage de la transition (fort bien décrit dans Soutif 1970 p. 30).

La pression motrice fournit une certaine vitesse à l'écoulement. Supposons une diminution progressive de la pression motrice (associée à une variation lente de la température extérieure par exemple). La vitesse suit le mouvement et décroît régulièrement (point D). Le régime reste turbulent. Arrivé au point A, il y a relaminarisation de l'écoulement et le point figuratif passe brutalement en B. Mais alors, la perte de charge devient plus petite que la pression motrice et le fluide se met à accélérer. Le nombre de Reynolds se met à augmenter et à l'arrivée au point C, il y a transition laminaire-turbulente qui fait passer le point de fonctionnement au point D. La perte de charge étant plus grande que la pression motrice, il y a de nouveau ralentissement et ainsi de suite. Le point représentatif décrit la boucle ABCD et les vitesses oscillent régulièrement autour de la valeur critique.

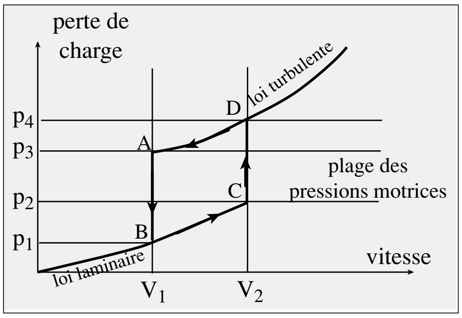


Fig. 2-61- Oscillation à la transition laminaire-turbulente

Relaxation oscillation at laminar-turbulent transition

Cette oscillation est une oscillation de relaxation. Elle suppose que le nombre de Reynolds ait un sens pour un tronçon étendu de galerie et donc, que le réseau présente un tronçon de diamètre constant.

Le phénomène ne pourra subsister que si la pression motrice appartient à la plage des valeurs $p_2\ p_3$. Si la température continue à évoluer, l'écoulement sort de lui-même de cette oscillation. L'oscillation peut démarrer en phase croissante de la vitesse ou en phase décroissante.

L'amplitude des fluctuations de vitesse dépend de la différence $V_2 - V_1$ du cycle d'hystérésis. Cette différence dépend malheureusement des rugosités des parois car ces dernières jouent un grand rôle dans l'apparition des figures d'instabilités (spot turbulents) qui propagent la turbulence à tout l'écoulement. Cette différence de vitesse est donc supposée mesurée. Il est facile alors de trouver la période des oscillations par un petit modèle tenant compte de l'inertie de la masse d'air. Ces oscillations n'ont, semble-t-il, jamais été observées, mais peut-être qu'on ne les a jamais cherchées !

Mise en équation

On se donne un conduit très régulier de diamètre D , de longueur L , de dénivellation entre les deux entrées H. Le terme moteur est lié à la dénivellation et à la différence des températures intérieure et extérieure. Le terme résistant varie suivant que l'écoulement est laminaire ou turbulent :

$$L\,\rho_{int}\frac{dV}{dt} = \rho_{int}\frac{(T_{int} - T_{ext})}{T_{int}}\,g\,H - \Lambda\,\frac{L}{D}\,\frac{1}{2}\,\rho_{int}\,|V|\,V \qquad \text{si turbulent} \qquad (2.134)$$

$$L\,\rho_{int}\frac{dV}{dt} = \rho_{int}\,g\,H\,\frac{(T_{int} - T_{ext})}{T_{int}} - \frac{32\,\mu\,L}{D^2}\,V \qquad \text{si laminaire} \qquad (2.135)$$

On supposera que les deux vitesses V_1 et V_2 sont associées à deux nombres de Reynolds qu'on prendra égaux respectivement à $Re_1 = 1500$ et $Re_2 = 2000$ (ces valeurs demanderaient une étude complémentaire). Ces vitesses sont aussi associées à la dénivellation H et à la différence de températures qui doit donc rester dans une certaine plage.

La définition des nombres de Reynolds fournit les deux vitesses :

$$\frac{\rho_{int} V_1 D}{\mu} = Re_1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{\mu\, Re_1}{\rho_{int} D} \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{\mu\, Re_2}{\rho_{int} D} \tag{2.136}$$

On calcule les pression p_1, p_2, p_3, p_4, grâce aux vitesses :

$$p_1 = \frac{32\,\mu\, L}{D^2} V_1 \qquad p_2 = \frac{32\,\mu\, L}{D^2} V_2 \qquad p_3 = \Lambda \frac{L}{D}\frac{1}{2}\rho_{int} V_1^2 \qquad p_4 = \Lambda \frac{L}{D}\frac{1}{2}\rho_{int} V_2^2 \tag{2.137}$$

On prendra comme pression motrice la demi-somme de p_2 et p_3. Pour la détermination de la période de la relaxation, nous simplifions les deux équations sous la forme approchée :

$$L\,\rho_{int}\frac{dV}{dt} \approx \frac{p_2 + p_3}{2} - \frac{p_3 + p_4}{2} = \frac{p_2 - p_4}{2} \qquad \text{turbulent} \tag{2.138}$$

$$L\,\rho_{int}\frac{dV}{dt} \approx \frac{p_2 + p_3}{2} - \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{p_3 - p_1}{2} \qquad \text{laminaire} \tag{2.139}$$

On en déduit facilement l'ordre de grandeur des temps pour parcourir respectivement DA et BC (on néglige les temps pour parcourir AB et CD) :

$$t_{DA} = 2\,L\,\rho_{int}\frac{V_2 - V_1}{p_4 - p_2} \qquad t_{BC} = 2\,L\,\rho_{int}\frac{V_2 - V_1}{p_3 - p_1} \tag{2.140}$$

Les deux conditions d'existence $p_4 - p_2 \geq 0$ et $p_3 - p_1 \geq 0$ se ramènent à l'inéquation unique :

$$p_3 - p_1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Lambda \frac{L}{D}\frac{1}{2}\rho_{int} V_1^2 - \frac{32\,\mu\, L}{D^2} V_1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Lambda \geq \frac{64}{Re_1} \quad (= 0{,}04) \tag{2.141}$$

La période de l'oscillation est simplement la somme de ces deux temps calculés en 2.140. Si on examine l'influence des différents paramètres sur la période, on voit que la longueur L du conduit et la hauteur H n'influent pas sur la période de relaxation, mais que cette période croît comme le carré du diamètre.

Exemple de résolution numérique dans un cas particulier

Là encore, on se contentera de faire une résolution sur tableur pour le cas particulier suivant :

D = 1 m, (L = 1000 m, H = 100 m), Λ = 0,1.

On choisit comme nombre de Reynolds 1500 et 2000, qui correspondent à deux vitesses :

V_1 = 0,03 m/s et V_2 = 0,04 m/s.

On voit sur la figure ci-contre que la période de la relaxation est 1220 s soit 20 mn environ, dans le cas choisi. Cette période est assez longue. Les variations de la vitesse étant assez petites, il n'est pas évident de repérer ce phénomène puisqu'il faut des conditions extérieures particulières, et stables dans le temps.

Les formules approchées (2.140) donnent des ordres de grandeur des temps respectivement :

364 s et 774 s soit une période de 1138 s.

L'écart de 7 % par rapport à la valeur du calcul numérique est raisonnable.

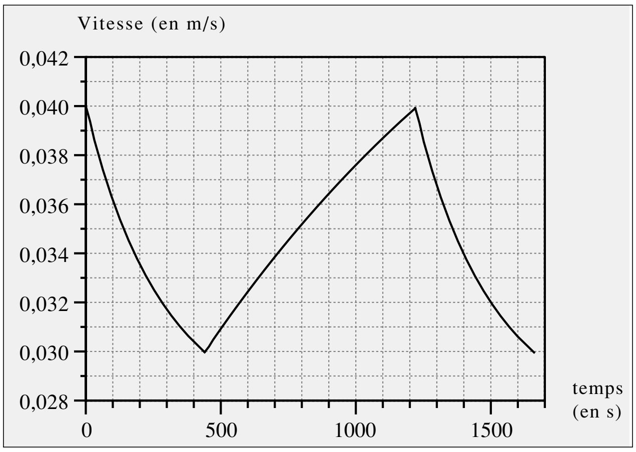


Fig. 2-62- Résultats de calcul numérique montrant une oscillation de relaxation au passage de la transition laminaire turbulente. Les deux nombres de Reynolds choisis sont Re_1 = 1500 et Re_2 = 2000

Computing example of relaxation oscillation of air velocity at laminar-turbulent transition

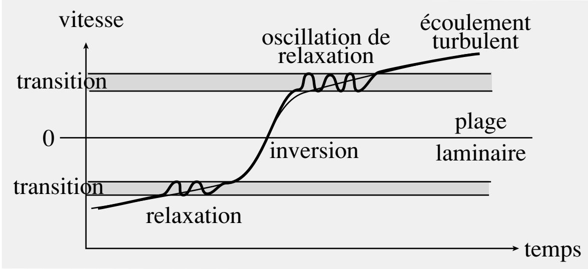


Fig. 2-63- Dessin montrant qualitativement l'inversion du sens du courant d'air avec oscillations de relaxation

Revarsal of air flow with relaxation oscillation

b) Autres causes d'oscillations

La plupart des oscillations de courant d'air qu'on rencontre dans les réseaux maillés ne sont pas bien comprises. Il doit exister d'autres schémas simples que ceux examinés au-dessus et qui permettraient de comprendre ces oscillations.

Contentons-nous d'indiquer une autre cause d'instabilité, c'est l'effet Coanda qui fait qu'un jet d'air a tendance à s'attacher d'un côté ou d'un autre d'une galerie au gré des fluctuations turbulentes. Cet effet, couplé à une configuration en oscillateur de Helmholtz, pourrait entretenir des courants d'air oscillants.

2.6. Évolution le long d'une galerie des caractéristiques d'un courant d'air

Introduction. Pour mettre en application ce que nous avons vu dans la première partie sur le calcul de la vitesse du courant d'air et sur les transferts de chaleur et d'eau, à l'occasion des échanges entre l'air et les parois, nous allons examiner un tube à vent et trouver l'évolution, tout au long du conduit, de la température de l'air et de son humidité, en supposant connue la répartition des températures de la paroi.

Un grand réseau karstique est le plus souvent le siège de circulations d'eau. Des échanges de chaleur ont donc lieu entre l'air, l'eau et les parois des galeries. C'est grâce à ces échanges que la température de l'air évolue dans les réseaux souterrains, créant ainsi une différence de pression motrice, origine du mouvement. Il n'est donc pas possible *a priori,* de séparer l'étude des circulations d'air de celles des échanges de chaleur (cf. troisième partie).

Il serait tentant de supposer que l'influence de l'eau de suintement, ruissellement et percolation, est négligeable. Ce serait commettre une grave erreur que les observations (Claude Andrieux) nous permettent d'éviter. En raison de la variabilité de ce rôle thermique de l'eau suivant les réseaux, nous examinerons les deux cas extrêmes suivants : d'abord, l'eau de percolation sera supposée abondante au point de s'opposer aux variations de température de la paroi (variations qui seraient dues à l'air) ; ensuite dans la partie 3 nous supposerons la galerie sèche, avec une paroi en interaction thermique avec l'air. La réalité est bien sûr intermédiaire entre ces deux cas extrêmes.

2.6.1. Les échanges de chaleur et de masse

a) Variations de la température de l'air en l'absence d'échange de chaleur avec la paroi

Le profil de température, en fonction de l'altitude, de l'air circulant dans un réseau sans échanger de chaleur avec la paroi, serait à gradient adiabatique :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{adiab sec}} = -0{,}01\ °C\ .\ m^{-1} \qquad (2.142)$$

Si l'air est à 100% d'humidité et qu'il s'élève, la condensation qui accompagne le refroidissement atténue ce gradient thermique comme on l'a vu à la partie 1. On a affaire au gradient adiabatique humide :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{adiab humide}} \approx -0{,}005\ °C\ .\ m^{-1} \qquad (2.143)$$

On pourrait se demander quel est l'apport thermique dû aux frottements visqueux, ce qu'on appelle la dissipation turbulente. On a vu plus haut (§ 2.2.5) qu'on pouvait le négliger en général.

b) Lois des transferts thermiques entre l'air et la paroi

L'écoulement de l'air est laminaire dans les grandes salles et turbulent dans les galeries plus petites. Les lois d'échanges de chaleur en convection forcée n'ont pas été établies pour des conduits aussi irréguliers que ceux des cavités naturelles, mais faute de mieux, nous les utiliserons ici. Nous faisons une petite entorse aux méthodes établies dans la première partie en raisonnant à l'aide du coefficient d'échange thermique h_{th} plutôt qu'à partir du nombre de Nusselt ($h_{th} = Nu\ \lambda_a/D$).

En fonction des conditions d'écoulement, on peut écrire deux lois :

1- Écoulement laminaire $\varphi = h^*_{th}\left(T_{1r} - T\right)$ avec $h^*_{th} = 4{,}36\,\frac{\lambda_a}{D}$ h^*_{th} en $W.m^{-2}.K^{-1}$ (2.144)

2- Écoulement turbulent $\varphi = h_{th}\left(T_{1r} - T\right)$ avec $h_{th} = \alpha\ \lambda_a\ Pr^{1/3}\ \nu_a^{-0,8}\ D^{-0,2}\ |U|^{0,8}$ en $W.m^{-2}.K^{-1}$ (2.145)

Pour l'expression 2, nous avons adopté la loi de Colburn généralisée (loi de Colburn si $\alpha = 0{,}023$). φ représente le flux de chaleur échangé par unité de surface, T_{1r} est la température de paroi, T la température moyenne de débit de l'air (cf. § 1.4.3.c pour les définitions) λ est la conductivité, Pr le nombre de Prandtl, ν la viscosité cinématique de l'air, D est le diamètre du conduit et U la vitesse mouenne de débit.

Nous n'avons rappelé la loi laminaire que parce que Cigna (1968) l'a utilisée sans remarquer qu'elle n'est presque jamais applicable. Wigley et Browne (1971) ont utilisé, eux, la loi d'Hoffmann très proche de la corrélation de Colburn.

Si on compare les flux de chaleur calculés en écoulement turbulent pour une même longueur de galerie, un même débit et des diamètres différents, on a trouvé (cf. § 1.4.3.g) que le flux échangé varie comme l'inverse du diamètre à la puissance 0,8. Comme pour les pertes de charge, ce sont les resserrements qui permettent le plus fort échange. Mais, contrairement à l'étude des pertes de charge où seules les plus petites sections étaient à prendre en compte (exposant 5 pour le diamètre), ici, pour les échanges de chaleur, l'exposant plus faible ne nous permet pas de négliger les grandes galeries. Le diamètre équivalent thermique n'est pas très différent du diamètre moyen, alors que le diamètre équivalent pour les pertes de charge est nettement plus petit.

c) Condensation et évaporation

À une température donnée, l'air peut contenir une quantité limitée de vapeur d'eau. Mais cette concentration maximale varie beaucoup avec la température (c'est la courbe de saturation étudiée dans le § 1.1.4.c).

Lorsque l'air pénètre, en été, dans une cavité plus froide (point A), sa température baisse par un mécanisme complexe. L'air, dans la couche limite thermique au voisinage de la paroi se refroidit par conduction. Les couches extérieures de la couche limite thermique se mélangent, grâce à la turbulence, à l'air du cœur de l'écoulement, assurant son refroidissement.

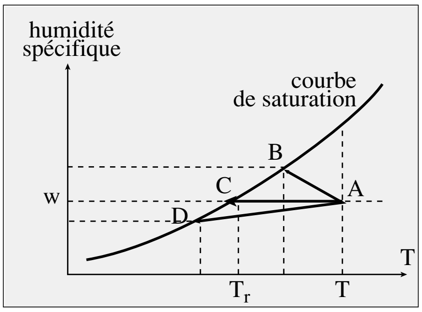


Fig. 2-64- Trajectoires possibles de l'air, en été, dans le diagramme de l'air humide

Possible trajectories of wet-air in psychrometric diagram

Si la température des parois est plus élevée que la température de rosée T_r, il peut se produire une évaporation de l'eau sur la paroi, du moins s'il y en a (trajectoire de l'air AB sur l'isenthalpe de la figure 2-64). Dans le cas plus fréquent où la paroi a une température inférieure à la température de rosée T_r, de l'eau se condense sur la paroi ; d'où une diminution de concentration en vapeur d'eau, c'est-à-dire un gradient de concentration qui amène un flux de molécules d'eau par le phénomène de diffusion, trajectoire AD sur la figure ci-contre. Ce phénomène diminue la quantité d'eau contenue dans le courant d'air, mais l'humidité relative augmente. Dans les deux cas, la chaleur latente de changement d'état est prise ou apportée à l'eau de la paroi.

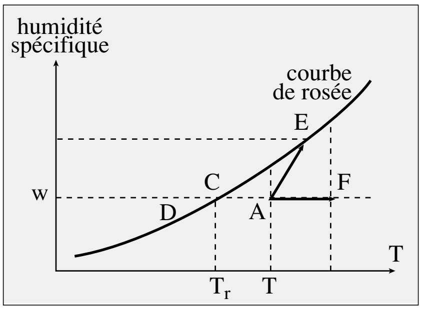


Fig. 2-65- Deux trajectoires de l'air, en hiver, dans le diagramme de l'air humide suivant que la paroi est sèche (AF) ou non (AE)

Two different trajectories of air for a dry or wet wall

Lorsque l'air pénètre en hiver dans une cavité plus chaude (figure 2-65), il se réchauffe au contact de la paroi. Si la paroi est humide, il se produit une évaporation qui a tendance à sécher la paroi et à humidifier l'air (trajectoire de l'air AE). Si la paroi est déjà sèche, il n'y a pas de changement de la quantité d'eau contenue dans l'air entrant mais l'humidité relative diminue (trajectoire de l'air AF). Là encore, le changement d'état se produit à la paroi qui assume le rôle énergétique.

Dans cette discussion, la température T est la température moyenne de mélange de l'air. Localement, il y aura des différences de concentration perpendiculairement à la paroi mais ces différences s'atténueront car la mise en régime de l'humidité de l'air ne concerne que les zones d'entrées des cavités.

Le phénomène d'évaporation-condensation pourrait sembler complexe, mais la chaleur et la matière obéissent toutes deux à une diffusion de gradient. Comme on l'a vu dans la première partie (§ 1.5.3), à la loi de Fourier pour la conduction thermique correspond, pour le transport de matière, la loi de Fick. Le fait que les différences de températures soient faibles devant la température absolue de la roche et le fait que les différences de pressions partielles soient faibles devant la pression atmosphérique nous permet de négliger l'influence de ces paramètres sur la cinématique locale de l'air.

Dans le coeur de l'écoulement, la turbulence diffuse indistinctement la chaleur et la vapeur d'eau. Près des parois, dans la couche limite, la diffusion moléculaire redevient prépondérante. Pour la chaleur, c'est le nombre de Prandtl qui intervient (rapport de la diffusivité de quantité de mouvement sur la diffusivité thermique). Pour la diffusion de masse, c'est le nombre de Schmidt (rapport de la diffusivité de quantité de mouvement sur la diffusivité de masse). Il se trouve que pour l'air $Pr = Sc$. On en déduit que les transferts de chaleur et de vapeur d'eau obéissent à des équations identiques.

Aux deux lois d'échanges pour la chaleur correspondent deux lois d'échanges pour la vapeur d'eau (cf. § 1.4.3.e et 1.5.3.a) :

1- Écoulement laminaire $$q_w = h^*_{th} \frac{1}{c_p} (w - w_{S1}) \quad (2.146)$$

2- Écoulement turbulent $$q_w = h_{th} \frac{1}{c_p} (w - w_{S1}) \quad (2.147)$$

Dans ces expressions, les coefficients d'échanges thermiques h_{th} et h^*_{th} sont les mêmes que pour les échanges de chaleur, c_p est la capacité thermique massique de l'air, q_w représente le débit masse de vapeur d'eau vers la paroi, w est l'humidité spécifique de l'air et w_{S1} l'humidité spécifique de saturation pour la température T_{1S} , si la paroi est mouillée ou si T_1 est inférieure à la température de rosée. En revanche, $w_{S1} = w$ si la paroi est sèche ou si T_1 est supérieure à la température de rosée. Dans ce dernier cas, il n'y a pas de transfert de vapeur d'eau.

Formation de brouillard. On a vu dans la partie 1 que la courbe de saturation ayant sa concavité vers le haut, le mélange de deux masses d'air de températures différentes et saturées en humidité, s'accompagne de la formation d'un brouillard. Ce phénomène est du même type que la corrosion par mélange des eaux, chère à Bögli, qui provient elle aussi d'un phénomène de concavité de la courbe de saturation en $CaCO_3$ dissous. On calcule facilement la quantité de brouillard (gouttes d'eau) produit (cf. § 1.5.4).

d) Refroidissement maximal de l'air par évaporation de l'eau (aux entrées aspirantes)

L'air qui est aspiré par une cavité est rarement à saturation. Dans les régions tempérées, on constate en revanche que l'air des cavités est souvent proche de la saturation. On en déduit que l'évaporation de l'eau des parois provoque un refroidissement de l'air. Si la transformation de l'air est adiabatique, elle se traduit, dans le diagramme de l'air humide, par un déplacement du point caractéristique de l'air suivant à peu près une isenthalpe. La température limite obtenue est la température humide de l'air.

Le graphique ci-contre indique la chute de température quand un air de température donnée et d'humidité relative donnée se charge d'une manière adiabatique de vapeur jusqu'à saturation. La chute de température augmente quand la sécheresse de l'air ou la température augmentent. L'air qui entre dans les cavités naturelles se refroidit en moyenne par ce processus. Pour une température de 8°C, l'abaissement de la température est 4,2°C pour une humidité relative de 50%. Les courbes n'étant pas des droites, la moyenne du refroidissement n'est pas le refroidissement de la moyenne de la température.

Le refroidissement calculé est un maximum, car la roche profonde amène à la paroi un flux de chaleur pour compenser partiellement celui qui est concerné par le changement d'état. La température de l'eau à la paroi, quant à elle, évolue vers la température humide de l'air.

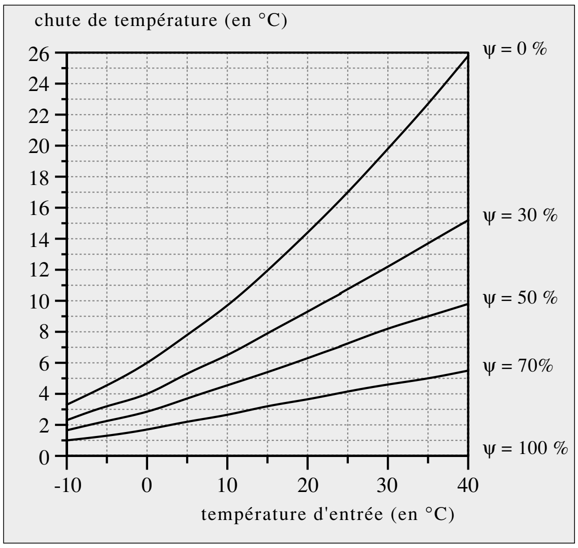


Fig. 2-66- Chute maximale de température de l'air obtenue par évaporation d'eau par l'air pour différentes températures et différents taux d'humidité initiaux

Air cooling by water isenthalpic evaporation for different temperatures and humidity

2.6.2. Étude d'un tube à vent à température de paroi uniforme

Le cas d'une température de paroi uniforme est le plus simple qu'on puisse rencontrer. La température des parois est la même tout le long du conduit. Ce cas constitue une bonne approximation d'une galerie qui est le siège de suintements ou d'écoulements d'eau. Nous montrons dans le § a que la température de l'eau peut être considérée, sous certaines conditions, comme constante. Ce cas correspond aussi à un courant d'air qui est créé par l'ouverture d'une porte dans un conduit qui était isotherme précédemment.

La plupart des auteurs ont adopté cette hypothèse (Cigna 1958, Andrieux 1969, Wigley et Browne 1971). La raison en est simplement la facilité d'intégration.

a) Température de l'eau et de la roche

On verra plus loin, au § 4.3.2, l'échauffement de l'eau de $\Delta T = 2{,}34°C$ pour 1000 m de dénivellation sous l'action des forces de pesanteur, via la dissipation visqueuse. L'eau reçoit aussi le flux géothermique. Ainsi pour une lame d'eau annuelle de 1 m et un flux géothermique normal pour les régions calcaires de 0,06 $W.m^{-2}$, l'augmentation moyenne des températures de l'eau est 0,45°C. Plus la pluviométrie est faible et plus ce facteur est important. Cette augmentation de température a lieu au voisinage du niveau piézométrique du réseau.

Ici, nous supposerons les dénivellations peu importantes et l'influence du flux géothermique négligeable, de sorte que la température de l'eau reste constante et les gradients adiabatiques sec ou humide seront négligés.

Température des parois d'une cavité. Dans le modèle que nous étudions, l'eau qui est supposée suinter des parois maintient, grâce à sa forte chaleur massique, la température de la paroi constante. Mais cela n'est possible, surtout aux voisinages des entrées où sont situés les plus forts gradients thermiques, que si l'eau est renouvelée suffisamment. Cela suffit pour nous montrer le caractère approché de ce modèle dont le mérite est d'être un modèle limite.

b) Variations le long de la galerie de «la température moyenne de débit», du courant d'air

Nous allons écrire le bilan thermique d'une tranche d'air. Ce bilan se traduit simplement en termes physiques. La chaleur gagnée (algébriquement) par l'air pendant chaque seconde est égale au flux apporté par la paroi. En utilisant un vocabulaire ancien, cette chaleur se décompose en chaleur sensible (traduite par une augmentation de température) et en une chaleur latente (d'évaporation ou de condensation). Dans un langage plus moderne, on dira que cette chaleur est plus précisément la variation d'enthalpie de l'air qui est fonction de sa température et de son humidité.

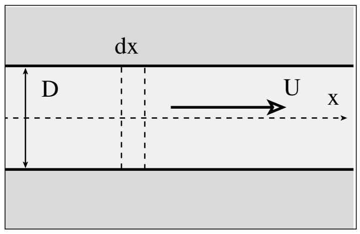


Fig. 2-67- Bilan de chaleur le long d'un conduit

Notations for energy balance in a duct

La figure ci-contre fournit les notations utilisées. Le bilan d'énergie pour l'air (en chaleur sensible uniquement) se traduit par l'équation :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 4 \frac{h_{th}}{\rho\, c_p\, D\, U} \left(T_{1R} - T\right) \qquad (2.148)$$

L'absence de terme de chaleur latente montre que nous admettons que l'énergie pour évaporer l'eau est prise sur la paroi maintenue isotherme.

c) Évolution de l'humidité spécifique

À chaque seconde, et pour une longueur dx de galerie, la diffusion moléculaire dépose sur les parois une quantité d'eau qui est soutirée au volume d'air qui transite, d'où une baisse de concentration en vapeur d'eau :

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 4 \frac{h_{th}}{\rho\, c_p\, D\, U} \left(w_{S1} - w\right) \qquad (2.149)$$

Le brouillard peut se former quand l'humidité spécifique a rejoint la valeur de saturation et quand l'inéquation suivante est vérifiée :

$$\frac{\partial w}{\partial x} > \frac{dw_s}{dT}\frac{\partial T}{\partial x} \tag{2.150}$$

Cette dernière condition peut s'étudier sur le schéma ci-contre qui permettra de la comprendre. Sur un tronçon de galerie dx, la température évolue de dT et l'humidité spécifique de dw. Sur le diagramme, l'évolution qui respecte la condition au-dessus est AB'. Le point sort de la courbe de saturation, il y a production de gouttes d'eau $w_{B'} - w_B$. Le point figuratif pour l'air revient sur la courbe de rosée AB. En revanche, la trajectoire AB'', qui ne respecte pas la condition au-dessus, quitte la courbe de saturation. Il n'y a plus formation de brouillard. La condition est donc démontrée.

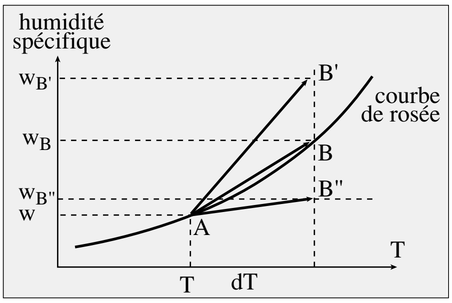


Fig. 2-68- Évolution de l'humidité de l'air

Wet air evolution in a Carrier diagram

d) Le système d'équations

La condition trouvée au-dessus peut encore s'écrire :

$$E < 0 \qquad \text{avec} \qquad E = \frac{4\,h_{th}}{\rho\,c_p\,D\,U}(w - w_{s1}) + \frac{dw_s}{dT}\frac{\partial T}{\partial x} \tag{2.151}$$

Pour tenir compte de la condition détaillée ci-dessus (ψ est l'humidité relative), posons :

$$\varepsilon = 1 \quad \text{si} \quad (E < 0 \quad \text{et} \quad \psi = 1) \qquad \text{sinon} \qquad \varepsilon = 0 \tag{2.152}$$

L'équation d'évolution de la température s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{4\,h_{th}}{\rho\,c_p\,D\,U}(T_{1R} - T) \tag{2.153}$$

L'évolution des humidités spécifiques vérifie, quant à elle :

$$\frac{\partial w}{\partial x} = (\varepsilon - 1)\frac{4\,h_{th}\,(w - w_{S1})}{\rho\,c_p\,D\,U} + \varepsilon\,\frac{dw_S}{dT}\frac{\partial T}{\partial x} \tag{2.154}$$

Le premier terme correspond au transfert de masse (en l'absence de saturation), alors que le deuxième ne joue que lors de la saturation est donne une évolution sur la courbe de saturation.

e) Méthode de résolution numérique

La résolution doit être menée numériquement comme suit : on connaît la répartition des températures extérieures en fonction du temps. On part de la condition initiale $T = T_0$ quelque soit l'abscisse x, on en déduit, à l'instant initial, la différence de pression motrice d'où l'expression de la vitesse U. On résout les deux équations discrétisées de la température et de la concentration en vapeur d'eau et on itère, à $t + \Delta t$, le calcul pour de nouvelles conditions extérieures. On utilise l'équation de la saturation (§ 1.1.4.c) pour expliciter la dérivée de l'humidité spécifique à saturation par rapport à la température.

f) Propriété importante de ce type de réseau : l'absence de mémoire

Si la température extérieure varie brutalement du fait d'une perturbation météorologique ou d'un orage, la pression motrice varie tout aussi brutalement. L'information de ce phénomène se propage rapidement dans la cavité (cf. transitoires, § 2.5.3), la température de la veine d'air évolue quant à elle, vers une nouvelle valeur en un temps plus long, de l'ordre de L/U. Ces deux temps étant assez faibles, on peut donc dire que la circulation et la température de l'air suivent pratiquement, sans déphasage, les variations extérieures. Ce que l'on peut exprimer en disant que le réseau n'a pas de mémoire (au maximum une mémoire qui ne dépasse pas quelques heures).

La pression motrice dépend bien sûr de la différence entre la température extérieure et la température moyenne intérieure. Cette température moyenne intérieure serait la température profonde de la cavité si les galeries près des entrées étaient horizontales (voir figure 2-70). En revanche si les galeries près des entrées sont verticales (figure ci-contre), alors la présence éventuelle d'un air non encore à l'équilibre thermique dans des galeries inclinées fait que la dénivellation générale H est à remplacer dans le calcul de la pression motrice par une dénivellation différente de H.

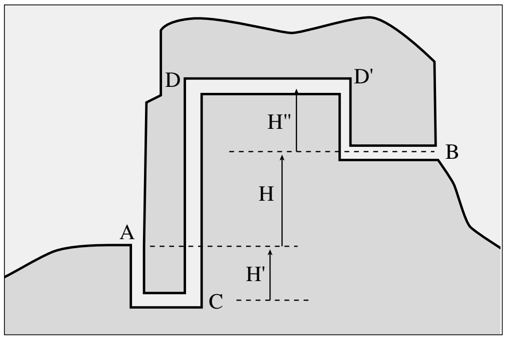


Fig. 2-69- La vitesse de l'air dépend d'une manière complexe des dénivellation H, H', H''

The air velocity is an intricate function of geometrical parameters

En régime hivernal (figure 2-69), l'air entre en A et ressort en B. Mais si la veine d'air entrante ne se réchauffe que vers le point C , le tirage sera dû à la dénivellation H + H' au lieu de H. De même, l'été, quand le courant d'air entre par l'entrée B, si la veine d'air ne s'est refroidie que vers le point D, alors la pression motrice se calcule à partir de la dénivellation H + H'' plutôt que H.

Le problème dynamique de la détermination de la pression motrice, n'est pas indépendant du problème thermique. Cette étude générale sera faite dans la partie 3. Nous donnons ci-après une solution dans un cas particulier simple.

g) Résolution analytique dans un cas particulièrement simple

C'est le cas où le problème dynamique et le problème thermique sont découplés car l'établissement d'un régime thermique uniforme a lieu dans des galeries horizontales (cf. figure 2-70). La zone verticale est une zone profonde dont la température est constante tout le long de l'année. La pression motrice ne dépend donc que de la température extérieure et de la dénivellation H.

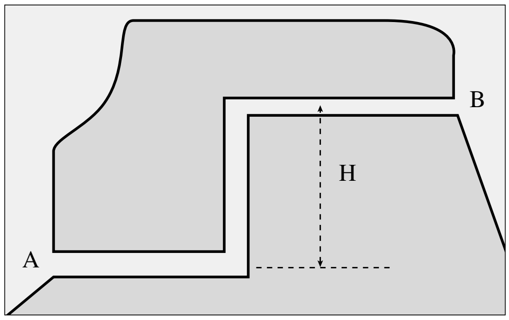


Fig. 2-70- Cas très simple où la température dans la zone verticale est constante au cours de l'année

The very simple case of constant air temperature in the column

Nous supposerons de plus qu'il n'y a pas de formation de brouillard. Ce cas a été traité par Wigley et Browne (1971).

L'équation d'évolution s'écrit alors : $\frac{dT}{T - T_{1R}} = -4 \frac{h_{th}}{\rho\, c_p\, D\, U} dx$

qui s'intègre en $T = T_{1R} + (T_0 - T_{1R}) \exp\left(-\frac{x - b}{x_0}\right)$ (2.155)

avec $x_0 = \frac{1}{4} \frac{\rho\, c_p\, D\, U}{h_{th}} = 5{,}43\ Pr^{2/3}\ Re^{0{,}2}\ D$ (2.156)

en prenant dans la relation de Colburn $\alpha = 0{,}046$

Si $U > 0$ $T_0 = T_A$ et $b = 0$
Si $U < 0$ $T_0 = T_B$ et $b = L$

L'humidité spécifique de l'air vaut : $w = w_1 + (w_0 - w_1) \exp\left(-\frac{x - b}{x_0}\right)$ (2.157)

Si $U > 0$ $w_0 = w_A$
Si $U < 0$ $w_0 = w_B$

Le parallélisme exact entre les expressions sans dimension de la température et de l'humidité montre que l'analogie de Lewis (cf. partie 1-5-3) s'applique exactement dans ce cas simplifié. Cela sera toujours le cas avec des conditions de paroi constantes (température constante et saturation à la paroi).

h) Cas des galeries ramifiées

Si un réseau se présente près de l'entrée sous la forme d'un delta, c'est-à-dire avec plusieurs galeries en parallèle, le débit d'air se répartit entre les diverses galeries de telle sorte que la perte de charge est la même pour chacune d'elle. On peut calculer dans le cas de n galeries de même diamètre D_n, le rapport x_1/x_n x_1 étant la longueur influencée thermiquement pour une galerie de diamètre D_1 et x_n, pour une des n galeries de diamètre D_n :

$$\frac{x_1}{x_n} = \frac{D_1}{D_n}\frac{U_1}{U_n}\frac{h_{th\ n}}{h_{th\ 1}} = \frac{D_1}{D_n}\left(\frac{U_1}{U_n}\right)^{0,2} \qquad (2.158)$$

On constate que si le diamètre des n galeries parallèles est le même que celui de la galerie principale, la longueur influencée change peu. Par exemple pour un réseau de n = 4 galeries parallèles, la longueur influencée est réduite à 76 % de la longueur influencée si la galerie était unique. On comprend assez facilement l'effet de compensation. À une vitesse plus faible, correspond une inertie thermique plus faible, mais l'échange est plus faible à la paroi. Les deux effets se compensent presque.

On a vu dans la première partie (cf. § 1.4.3.j) que le flux total échangé augmente avec le nombre de ramifications.

2.6.3. La distance caractéristique thermique

La distance caractéristique x_0 correspond à un amortissement de l'écart de température de l'air entrant de la valeur 1 à la valeur 1/e = 0,37. On trouve l'expression (en prenant comme constante dans la relation de Colburn : $\alpha = 0,046$) :

$$x_0 = 5,43\ Pr^{2/3}\ Re^{0,2}\ D = 5,43\ 0,7^{2/3}\left(\frac{1}{15.10^{-6}}\right)^{0,2}\ V^{0,2}D^{1,2} \qquad (2.159)$$

$$\text{soit} \quad \boxed{x_0 = 49\ V^{0,2}D^{1,2}} \qquad (2.160)$$

Le courant d'air rejoint la température de la cavité au bout d'une distance qui augmente quand la vitesse augmente et quand le diamètre augmente.

Par exemple, pour une vitesse de 1 m/s et un diamètre de 2 m, on obtient x_0 = 113 m. L'égalisation thermique est très rapide, l'écart de température est réduit à 10 % au bout de 210 m.

Plus la vitesse est grande et plus la longueur caractéristique est grande elle aussi, mais dans une proportion bien moindre. Ainsi, un doublement de la vitesse se traduit par une longueur caractéristique multipliée par 1,15, soit 15 % d'augmentation seulement. En revanche, le rôle du diamètre moyen est important. Pour un doublement du diamètre, la longueur d'amortissement est multipliée par 2,3.

Conclusions. Cette longueur est celle qui intervient dès qu'une porte est ouverte dans une galerie. En l'absence de courant d'air, la galerie est quasi isotherme. Mais une fois la porte ouverte, et si un courant d'air s'amorce, la longueur influencée thermiquement est celle trouvée au-dessus. On verra dans la partie 3 que le maintien du courant d'air s'accompagne d'une augmentation lente de la zone influencée au cours du temps.

Il faut bien remarquer que la valeur numérique déduite de la relation 2.159 est tributaire du choix du coefficient d'échange retenu. Des expériences sur le terrain conduiront probablement à des modifications des lois des transferts convectifs. Les coefficients du genre 5,49 ou 49 seront donc modifiés. On a déjà vu la difficulté de définir un diamètre équivalent thermique pour une cavité naturelle. Ce n'est pas une grandeur facilement déterminable. Même mieux, on peut dire que le diamètre équivalent se déduira d'exprérience de terrain qui fourniront la distance caractéristique x_0. C'est d'un va-et-vient multiple entre l'expérience et la théorie que peut se consolider une modélisation du karst.

Conclusions de la deuxième partie

Faisons un retour en arrière sur les principales questions ou résultats présentés dans la partie 2.

Le premier chapitre a été l'occasion de brosser un panorama des différentes origines ou dispositions des courants d'air, avec les cellules de convection naturelle, les tourbillons de recirculations, les boucles de convection forcée, les pièges thermiques à air, les convections mixtes d'air stratifié, les effets piston dus aux vent ou aux crues, les fluctuations rapides liées aux rafales ou aux trains d'infrasons des grands phénomènes géophysiques, les fluctuations plus lentes associées aux variations de la pression atmosphérique

Il a été présenté au deuxième chapitre des résultats nouveaux sur une question qui intéresse les historiens des mines, les archéologues, les biospéologues. Jusqu'à quelle distance d'une entrée de mine ou de grotte, la ventilation naturelle offre un renouvellement important de l'air ? Cette question a été primordiale pour les mineurs qui lançaient dans la montagne des galeries de reconnaissance. L'évacuation des fumées leur posait en effet des problèmes redoutables. Pour les biologistes, jusqu'à quelle distance d'une entrée, l'influence des conditions extérieures se fait nettement sentir ? Nous avons proposé un petit modèle physique, assis sur des mesures. L'influence diminue exponentiellement avec la distance à l'entrée. La longueur d'influence dépend principalement de la racine carrée de la hauteur de la galerie et de l'amplitude des fluctuations thermiques extérieures.

Dans le troisième chapitre, nous avons rappelé le calcul du terme moteur du courant d'air, le tirage, c'est-à-dire la différence de poids de deux colonnes d'air, une extérieure et l'autre intérieure. Et nous avons examiné en détail le rôle des différents paramètres, température, humidité, teneur en dioxyde de carbone sur ce terme. Nous avons étudié ensuite les termes résistants, la résistance aéraulique du tube à vent. Nous avons montré au passage les propriétés classiques comme l'influence prépondérante des étroitures, ou la brutalité de la renverse d'un courant d'air. Nous avons ensuite examiné le cas des réseaux à entrées étagées et avons montré que le courant d'air principal dépend essentiellement de la dénivellation maximale. Les entrées intermédiaires peuvent avoir un courant d'air nul ou bien dans un sens ou dans un autre, sans que cela dépende de leur position vis-à-vis des entrées inférieures ou supérieures. La question de la dispersion d'un contaminant passif a été abordée dans un seul cas, celui des «réacteurs bien agités en cascade». Nous fournissons la solution classique et une valeur de la dispersivité dans le cas d'une représentation simple des réseaux, constituée par une succession de salles et de resserrements. Ce problème, qui est fondamental en génie chimique, est un problème encore largement ouvert et pourtant important dans l'étude du karst.

L'étude des labyrinthes est le cœur du chapitre 4. Nous avons adopté pour cette étude le point de vue des mineurs et leurs procédés. Leur méthode de numérotation systématique des mailles et des nœuds a été suivie. Les lois de Kirchhoff fournissent un système d'équations que nous avons résolu dans un cas particulier. Nous avons suivi une procédure par relaxation, classique dans ce genre de problème (calcul en génie civil de structures métalliques ou en béton par exemple). L'exemple de la grotte de Mœstroff au Luxembourg a été considéré pour montrer la complexité des problèmes en ce qui concerne les résonances dont l'étude n'est pas abordée ici. Nous avons montré en revanche la diminution hyperbolique des courants d'air avec la distance à l'entrée.

L'étude des courants d'air variables nous a occupé longuement dans le 5e chapitre. Nous avons commencé par un tour d'horizon de ces phénomènes, d'origine et de fonctionnement très variés. Nous avons rappelé d'abord deux études classiques, celle de Trombe et celle de Conn. Puis, nous avons examiné le problème de la propagation des perturbations de pression en tenant compte des effets capacitifs offerts par le réseau. Pour cela, nous avons étudié différents modèles de cavité. Le plus simple étant un tube de section régulière déjà étudié par Conn. Nous avons perfectionné ce modèle en le remplaçant par une succession de salles et de rétrécissements et avons obtenu un système d'équations discrètes. Le passage à un modèle continu nous a permis de mettre en évidence de curieuses propriétés de la propagation, intermédiaires entre un phénomène d'advection et un phénomène de dispersion. Nous sommes ensuite revenus sur le retournement du sens d'un courant d'air. Les forces d'inertie font de ce phénomène un vrai transitoire. Nous avons proposé une solution dans un cas simple avec saut de la température extérieure. Ce modèle impulsionnel nous a permis de caractériser un temps typique de retournement. Ce temps est proportionnel à la racine carré des grandeurs suivantes : la longueur du tube, son diamètre moyen, l'inverse de la dénivellation et du saut de température. Il semble que certaines configurations de renverse pourraient conduire à un arrêt total du courant d'air pendant un certain temps. Cette possibilité théorique n'a pas été confirmée par les calculs numériques. Les oscillations pendulaires d'un air froid ont été analysées en rapport avec une observation à la glacière de Montlézy. Ensuite, a été abordé le vaste problème des résonances dont l'oscillateur de Helmholtz est le cas le plus simple. Un modèle non-linéaire a été proposé et les différents termes de l'équation ont été

analysés. La réponse a une excitation donnée a été esquissée. On manque, en réalité, d'observations fiables sur le sujet. Ce chapitre s'est terminé sur la question des oscillations de relaxation qui reste largement ouverte. Nous avons examiné un processus lié à la transition laminaire turbulente des écoulements, mais nous n'avons pas réussi à proposer un modèle d'oscillations de relaxation à base thermique. Certaines observations dans les cavités montrent que de telles oscillations doivent pourtant exister.

Le dernier chapitre de cette partie est une étude fouillée dans un cas géométrique très simple des transferts de chaleur et de masse entre un courant d'air et les parois d'une galerie. Les transferts de chaleur sont assez simples, en revanche, les phénomènes de condensation, évaporation, qui peuvent survenir dans une cavité, sont difficiles. Nous avons proposé des équations d'évolution du courant d'air qui prennent en compte la formation de brouillard et les condensations. Pour la résolution, nous nous sommes contentés d'un réseau sans mémoire et avons reporté l'étude de cette dernière dans la partie suivante qui lui est toute entière consacrée.

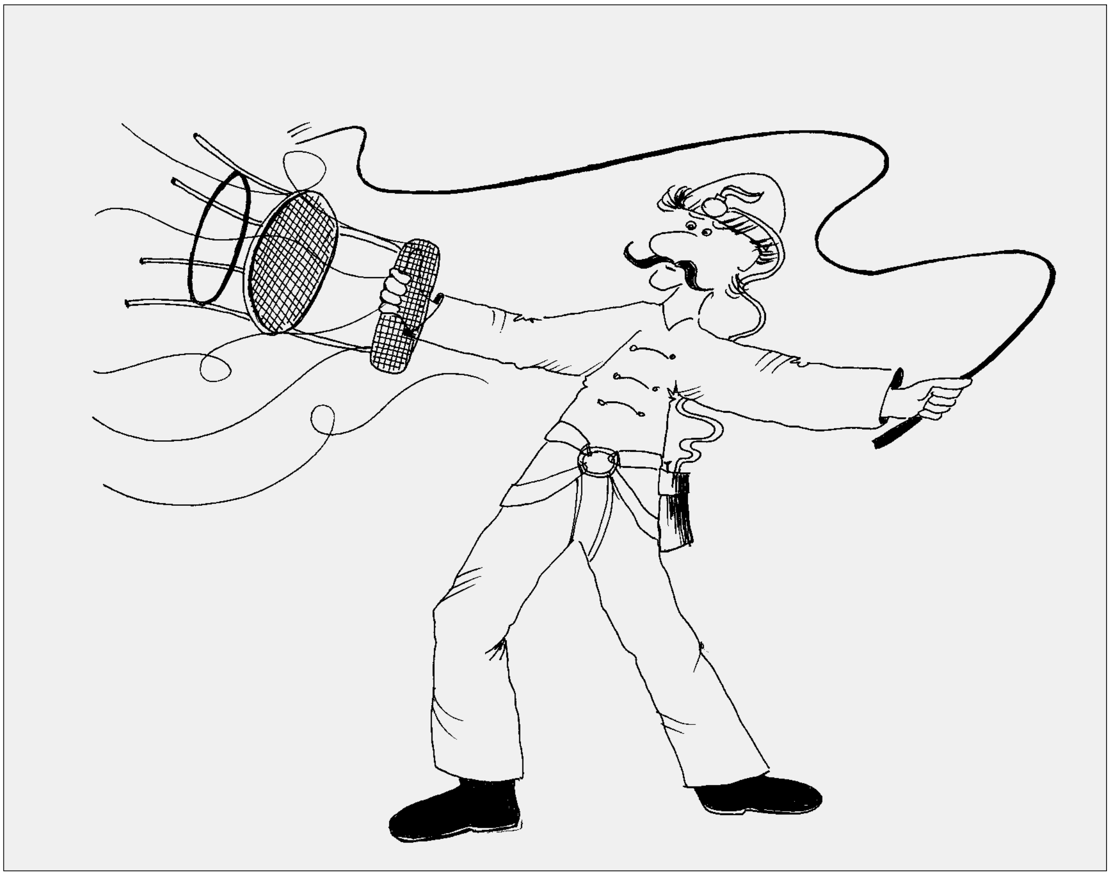


Fig. 2-71- Le dompteur de courant d'air

dessin de Régine Landry sur une idée de Serre (Festivent-Calvi)

The tamer of air flow

Troisième partie

Les courants d'air dans leur développement spatial et temporel

Effets thermiques et rétroactions

Dans un réseau karstique, les courants d'air résultent principalement de l'écart de températures entre le réseau et l'extérieur. Mais ces courants d'air ne sont pas passifs, ils réagissent sur le système par une rétroaction essentiellement thermique. Ce retour, cette boucle de commande, fait qu'il est insuffisant d'étudier les courants d'air à un instant donné comme on l'a fait dans la deuxième partie, car le champ thermique de la cavité évolue dans le temps sous l'action des courants d'air eux-mêmes.

La ventilation souterraine engendre des «effets d'inertie» par le stockage de chaleur (sous forme sensible ou sous forme latente). Nous allons donc reprendre l'étude des courants d'air en laissant le champ thermique de la cavité évoluer librement sous l'action du courant d'air. L'aspect temporel est ce qui caractérise cette troisième partie. Nous nous contenterons de durées de l'ordre de l'année, laissant pour la 4e partie les durées séculaires.

Nous commencerons par l'étude des glacières et des pièges thermiques qui se prêtent bien à une modélisation et permettent de comprendre le rôle des transferts de chaleur entre l'air et la roche.

Puis nous aborderons l'étude détaillée, mais simplifiée quant aux aspects géométriques, des tubes à vent. Nous y consacrerons quatre chapitres. Le premier correspondra à la réponse du système à une variation brutale initiale de la température extérieure. Nous conduirons les calculs jusqu'aux applications numériques et déduirons quelques propriétés intéressantes comme la longueur caractéristique attachée à la durée t après le démarrage. Le chapitre suivant sera consacré à des conditions de températures extérieures sinusoïdales. Nous calculerons en particulier les anomalies thermiques aux entrées inférieure et supérieure des cavités. La suite concernera une géométrie un peu différente avec une galerie horizontale et un puits d'aération, et le dernier chapitre présentera succinctement l'influence de la condensation et de l'évaporation.

Enfin, nous proposerons un modèle de réseau à trois entrées et montrerons que l'entrée intermédiaire peut avoir un comportement aéraulique très particulier. Nous rattacherons à cette étude les réseaux en forme de tube en U. On montrera en particulier que l'effet cheminée n'est pas nécessaire pour créer un courant d'air dans un tube à vent.

Third part

The air flows in their spatial and time extensions

Thermal effect and feed-back

In the first chapter, a rough thermal model of the Corrençon ice-cave is proposed. It has been proved that an ice-cave is isothermal, because of the great latent heat of state change (ice-water). The computer modelling is, for this reason, easier. Our model is based on three estimated parameters with some measurements. Il is also possible to provide the ice-cave evolution for various scenario of atmosphere temperatures. It is not only the mean temperature, but also thermal fluctuations and the rain distribution throughout the year which determines the growth or decrease of ice. The relaxation time is about few hundred years. The cold air trap of the grotte de la Ture is modelized with the heat and mass transfer calculations. The Lewis analogy is used to estimate the transfer of latent heat. The mass transfer : evaporation and condensation greatly increases the transfers. We will study this again in part 4 and annex. In spite of the lack of uninterrupted measures, a model is elaborated on the basis of thermal conduction in the rock and natural convection transfer in air. This rudimentary model gives the time of air flow in the cave and the temperature difference between external and internal air. It is the thermal anomaly of a cold trap. The values is here of 0,5 °C.

The second chapter is concerned by the sudden change in aperture of a wind tube with simplified geometrical characteristics. After a short time (some seconds) the temperature reaches the longitudinal repartition computed in the part 2 (with this characteristic length). After, the thermal modification of air moves forward because the heat conduction depth increases in the limestone. The longitudinal profile of air temperature changes very slowly. We have proposed some simplified relations for the progress of the phenomenon. The geometrical patterns are very simplified, also, the results will only used in sketches for discussion about more realistic caves.

In the third chapter, a wind tube with an external temperature periodically variable is examined. The very simple selected pattern shows the hysteretic phenomenon associated with the stocking of heat in limetone in the neighbouring galleries. The length and the aeraulic resistance of wind tube conditions the strength of thermal perturbations caused by air flow. It is possible to distinguish two systems : those with an mean internal temperature about equal to out temperature, and those with an internal temperature amplitude very dephased and attenuated. The numerical values proposed in this study allow us to specify this typology. The first parameter is the frequency of the outside temperature oscillations. We define the anomaly of entrance temperatures, hot for the upper entrance and cold for lower entrance. This difference is proportionnal to the outside temperature amplitude and the ratio is a maximum of 0,32.

In the 4th chapter, we modified the cave geometry. The new model is a horizontal duct with vertical pits. A dissymetry appears in the seasonal functioning. We have limited the discussion to some usual properties.

Condensation and evaporation are the subject of 5th chapter. There is a complete discussion on the way condensation is formed : mist, drop condensation on the walls. The complete results are limited to a simple pattern of cave without thermal memory. In summer, condensation slows down the air cooling, and inversely, in winter, evaporation slows down the air warming.

The 6th chapter is devoted to systems with three entrances. The conditions, named critical conditions, to obtain a lack of air flow in the intermediate entrance are determined. We give some examples of computed results. We also examined the case of a two entrance cave with different levels. The air flow regime is intermediate with a wind tube and a thermal trap cave. In particular, the wind tube with same altitudes and two chimneys has an air flow regime analogous with the thermal trap cave. In this case, the air flow is variable versus time, but unidirectional.

Introduction et généralités

Les courants d'air possèdent une énergie mécanique due au mouvement, et ce mouvement même transporte cette énergie. De sorte qu'en un point, on peut définir un débit d'énergie mécanique, c'est-à-dire une puissance (en W), convectée par le courant d'air. Mais les courants d'air, du fait de leur température, transporte aussi une énergie thermique, dont on peut calculer en un point le débit, autrement dit la puissance. Ce débit d'énergie thermique est bien supérieur au débit d'énergie mécanique. En effet, c'est seulement pour des vitesses dont le nombre de Mach est supérieur environ à 0,5 que les deux débits sont comparables. On négligera donc dans ce qui suit, cette énergie mécanique.

a) L'énergie thermique stockée dans la roche et l'effet de mémoire

De plus, à la différence de l'énergie mécanique, cette énergie thermique est stockable dans le système karstique. C'est la masse de calcaire (et un peu secondairement la masse d'eau ou de glace) qui permet le stockage et la restitution éventuelle de l'énergie. Ces phénomènes de stockage permettent aux courants d'air de présenter des déphasages par rapport aux causes excitatrices extérieures.

L'air qui circule dans le massif calcaire provient de l'atmosphère extérieure. Sa température d'entrée suit donc les variations de la température extérieure. Cet air va modifier la température des parois. Cela est vrai si la roche n'est pas trop influencée par un écoulement d'eau qui imposerait sa température. Ce cas étant écarté, la température moyenne annuelle de la paroi d'une galerie est à peu près la moyenne annuelle de la température de l'air qui parcourt la galerie.

Quand l'air est plus chaud que la paroi, cet air lui apporte de l'énergie. Réciproquement, quand cet air est plus froid, il se réchauffe au contact de la paroi. La roche entourant les galeries joue donc un rôle de réservoir, «tamponne» les variations de la température de l'air, ou dit d'une manière différente, filtre les hautes fréquences des fluctuations thermiques extérieures.

Ainsi, la roche entourant les galeries joue-t-elle un rôle actif dans l'établissement de la température du courant d'air tout au long de l'écoulement. Si un courant d'air froid succède dans le temps à un courant d'air plus chaud, la roche qui a accumulé de la chaleur au contact de l'air chaud va en restituer à l'air froid. Le courant d'air froid bénéficie donc de la mise en «mémoire» de l'épisode chaud qui a précédé. Ce qui se passe à un instant donné, résulte de phénomènes survenus dans un passé proche. Cet effet de mémoire est caractéristique des problèmes thermiques. Le calcaire étant épais peut enregistrer sur quelques dizaines de mètres d'épaisseur, des épisodes thermiques lents, par exemple saisonniers.

On remarque que les maisons d'habitations possèdent aussi une mémoire thermique, mais cette mémoire est courte (de l'ordre de un à quelques jours seulement) à cause de la faiblesse des épaisseurs des murs.

b) Rétroaction de cette énergie thermique sur les circulations d'air

Cette énergie thermique est stockée dans la roche plus ou moins vite, au gré des vitesses du courant d'air. On a vu en effet, dans la partie 1, que le flux transféré dépend de la vitesse du courant d'air. La vitesse du courant d'air semble donc jouer seule un rôle actif, les effets thermiques se contentant de suivre.

Cette apparence est fausse. La thermique joue un rôle actif sur les courants d'air (et donc sur les transferts thermiques eux-mêmes) par la rétroaction suivante : la vitesse du courant d'air est commandée, dans un tube à vent, par une certaine température moyenne de l'air dans les galeries. Mais comme cette température dépend d'un effet de mémoire à cause du stockage antérieur, on en déduit que la vitesse du courant d'air dépend elle-même d'un effet de mémoire. On ne peut pas calculer la vitesse d'un courant d'air sans prendre en compte le passé thermique et cinématique du courant d'air.

Ainsi, tous les calculs que nous avons faits dans la deuxième partie ne constituent-t-ils qu'une première approche, dans la mesure où on supposait connue la température moyenne de l'air intérieur. Cette température n'est pas une donnée. Elle résulte des processus qui se sont déroulés dans un passé plus ou moins proche. Elle résulte du courant d'air !

Le problème paraît alors plus compliqué, mais en réalité, il se simplifie d'une certaine manière puisqu'on n'a plus à mesurer tout le long du réseau les températures de l'air. L'aérothermique souterraine gagne en cohérence.

3.1. Les pièges thermiques : pièges à air froid ou à air chaud

On a vu plus haut (§ 2.1.1.b) la configuration géométrique d'une cavité en piège thermique qui permet de stocker de l'air froid ou de l'air chaud. Nous allons passer maintenant à la modélisation de tels systèmes. La difficulté de bien dimensionner les transferts thermiques nous obligera à compléter le modèle physique par quelques mesures de terrain.

3.1.1. Modélisation de la glacière de Corrençon

Un piège à air froid ne fonctionne que l'hiver. En effet, l'été, l'air de la cavité est plus dense que l'air extérieur, il n'y a donc pas de mouvement de convection naturelle. Trouillet (1885) appelle cette période : période fermée. En revanche, l'hiver, l'air extérieur plus froid pénètre dans la cavité, s'échauffe en refroidissant la cavité et s'échappe de nouveau vers l'extérieur. Trouillet appelle cette période : période ouverte. Les vitesses sont importantes, jusqu'à plusieurs mètres par seconde.

Nous allons appliquer les relations vues dans la partie 1 pour modéliser la convection naturelle dans la glacière de Corrençon (Isère). Cette glacière se présente comme une entrée de faible section (5 m^2) située au bas d'une vaste doline d'effondrement, d'une quinzaine de mètres de profondeur. La glacière elle-même débute par un puits de 15 m (équipé d'un escalier) qui donne sur une salle de 15 m de large, 30 m de long et 10 m de hauteur. Un éboulis en pente en occupe le fond. La glace est partiellement cachée sous l'éboulis et son volume est de l'ordre de 100 m^3. L'eau provient d'une fissure au plafond sur une vingtaine de mètres de long.

La glacière de Corrençon est une glacière à glace de regel. La neige ne peut pas en atteindre le fond. C'est donc une vraie glacière au sens de Bögli (1980). Il ne semble pas y avoir d'autres entrées que celle connue. En tout cas, l'été, la cavité n'est parcourue par aucun courant d'air.

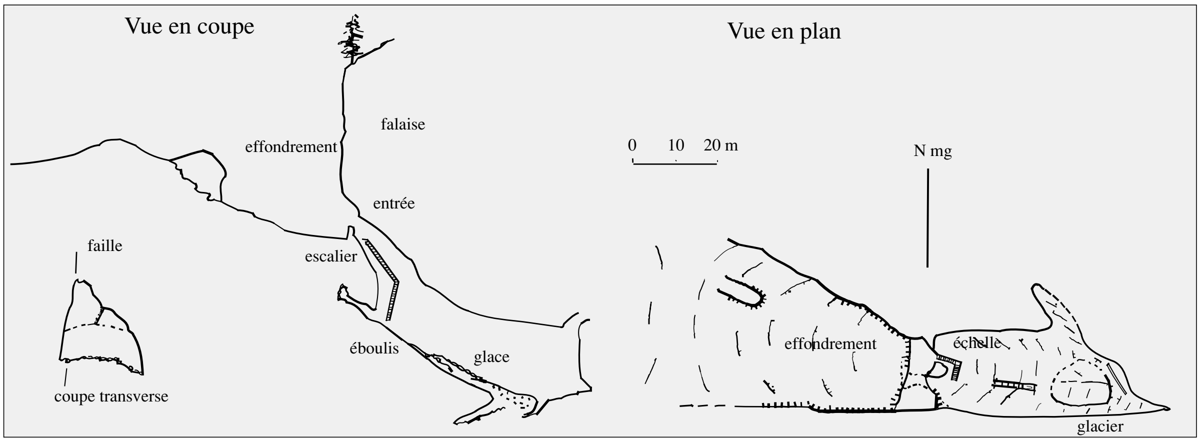


Fig. 3-1- Vue en coupe, et plan de la glacière de Corrençon

Map of the Corrençon ice cave (France)

a) Circulation de l'air en hiver et puissance associée

En régime hivernal, il y a une circulation d'air. Les trois paramètres qui nous intéressent sont :

le débit masse d'air q_{ma} , qui pénètre et qui sort,
l'écart de température ΔT , entre l'air chaud qui sort et l'air froid qui entre,
la puissance P perdue par la cavité du fait de la circulation d'air.

Pour déterminer ces trois grandeurs, il faut trois relations :

- Une première est fournie par le bilan énergétique sur l'air dans la section d'entrée (cf. § 1.4.3.b) :

$$P = q_{ma}\left(h_2 - h_{ext}\right) \tag{3.1}$$

Dans cette relation h_{ext} et h_2 sont les enthalpies spécifiques, respectivement, de l'air extérieur et de l'air sortant.

Si on suppose qu'il n'y a pas de condensation ou d'évaporation, alors la relation devient :

$$P_{sens} = q_{ma}\, c_p \left(T_{a2} - T_{ext}\right) \tag{3.2}$$

L'expérience montre que la voûte contre laquelle sort le courant d'air n'est pas recouverte de gouttes d'eau. Cela montre que l'air sortant n'est pas saturé. En première approximation, on négligera donc l'évaporation dans la glacière.

Pendant l'entrée de l'air, les deux masses d'air, l'une froide qui entre et l'autre chaude qui sort, échangent de la chaleur au niveau de leur interface très turbulente (figure 3-2). Heureusement, la stratification gêne ce mélange thermique, ce qui permet à l'air de garder une différence de température (cf. § 1.3.9). L'air froid entrant se réchauffe de T_{ext} à T_{a1} au contact de l'air sortant. Ce dernier se refroidit de T à T_{a2}.

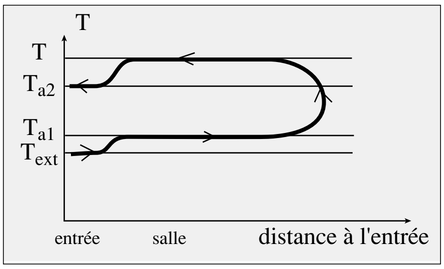


Fig. 3-2- Schéma de l'évolution de la température de l'air dans son périple dans la glacière

Air temperature versus the distance from the entrance

- La deuxième relation sera obtenue expérimentalement. Les écarts de température sont égaux $T_{a2} - T_{ext} = T - T_{a1}$, et on admettra qu'ils sont proportionnels à l'écart de température $T - T_{ext}$, T étant la température de la glacière. Le coefficient de proportionnalité est laissé libre, il est appelé C_1 (plus petit que 1) :

$$T_{a2} - T_{ext} = T - T_{a1} = C_1 \left(T - T_{ext}\right) \quad \Leftrightarrow \quad C_1 = \frac{T_{a2} - T_{ext}}{T - T_{ext}} \tag{3.3}$$

Le paramètre C_1 est supposé ne dépendre que de la géométrie de la glacière. Il est donc constant, et il a été déterminé à l'occasion d'une mesure des débits d'air entrant (et sortant) un jour bien froid. Cette hypothèse est équivalente à l'hypothèse de linéarité des phénomènes. Elle n'est pas rigoureuse, mais pas trop mauvaise.

- La troisième relation résulte de l'étude des transferts thermiques entre l'air et la paroi (ou la glace). On calcule le nombre de Rayleigh (g est l'accélération de la pesanteur, a est la diffusivité thermique de l'air = 19.10^{-6} m²/s, ν la viscosité cinématique de l'air = 13.10^{-6} m²/s et H est la dénivellation utile dans la glacière) :

$$Ra = \frac{g}{\nu\, a} \frac{C_1 \left(T - T_{ext}\right)}{T} H^3 \tag{3.4}$$

On introduit le nombre de Nusselt de l'échange global. Suivant la valeur du nombre de Rayleigh, on choisit une corrélation ou une autre. Pour les configurations usuelles des glacières, on peut trouver des corrélations (par exemple dans Incropera, 1990) de la forme :

$$Nu = 0{,}13\, A_s\, Ra^{0{,}33} \tag{3.5}$$

A_s est une constante pure, qui vaut 1 dans le cas d'une plaque verticale lisse avec échange en chaleur sensible. La définition du nombre de Nusselt nous fournit la puissance échangée (cf. § 1.4.4). La puissance de chaleur sensible échangée entre l'air et la paroi s'écrit ($S_{éch}$ est la surface d'échange) :

$$P_{sens} = Nu\, \lambda_a \frac{C_1 \left(T - T_{ext}\right)}{H} S_{éch} \tag{3.6}$$

soit encore $$P_{sens} = 0{,}13\, A_s\, \lambda_a\, S_{éch} \left(\frac{g}{\nu\, a\, T}\right)^{0{,}33} C_1^{1{,}33} \left(T - T_{ext}\right)^{1{,}33}$$

$$\boxed{P_{sens} = B \left(T - T_{ext}\right)^{1{,}33}} \quad \text{avec} \quad B = 0{,}13\, A_s\, \lambda_a\, S_{éch} \left(\frac{g}{\nu\, a\, T}\right)^{0{,}33} C_1^{1{,}33} \tag{3.7}$$

On remarque avec étonnement l'absence de la hauteur H . Mais cette hauteur intervient dans la surface d'échange. Dans le cas de la glacière de Corrençon, on peut adopter une surface d'échange $S_{éch}$ = 400 m² . En réalité, c'est le produit $A_s S_{éch}$ qui intervient. On détermine ce produit expérimentalement ci-après.

b) Calage par les mesures

La visite du 31 janvier 2001, par une température extérieure de -5,0°C et une température en bas de -0,8°C , nous a fourni une température au palier de l'escalier de -4,9°C et de -1°C pour l'air montant, soit un coefficient :

$$C_1 = \frac{T_{a2} - T_{ext}}{T - T_{ext}} = \frac{-1 + 5{,}0}{-0{,}8 + 5{,}0} = 0{,}95$$

Cette valeur n'est pas très précise car le courant d'air n'était pas très fort (0,5 m/s au maximum). Un contrôle supplémentaire ne serait pas de trop.

On peut aussi déterminer A_s à partir des mesures du 31 janvier 2001. La mesure des vitesses nous a permis d'estimer un débit d'air de 1,15 kg/s.

La puissance valait : $P = q_{ma}\, c_p\, \Delta T = 1{,}15.0{,}7.1000.2{,}6 = 2{,}1$ kW

L'expression au-dessus fournit quant à elle : $P_{sens} = 575\ A_s\ 2{,}6^{1,33} = 2{,}05\ A_s$ kW

On déduit de ces deux valeurs voisines, qu'on peut prendre pour A_s la valeur 1 quand on adopte comme surface d'échange $S_{éch} = 400$ m² . On peut ainsi calculer la valeur numérique de B pour la glacière de Corrençon :

$$B = 0{,}13.1.0{,}025.400 \left(\frac{9{,}81.0{,}7}{14^2.10^{-12}.273}\right)^{0,33} . 0{,}95^{1,33} = 574 \qquad \Rightarrow \qquad B = 574\ \ W.(°C)^{-1,33}$$

Calculons la masse d'eau se transformant en glace, nécessaire pour compenser cette puissance :

$$\dot{m}_e = \frac{P_{sens}}{L_g} = \frac{2100}{3{,}35.10^5} = 6{,}2 \text{ g/s}$$

Ce débit masse d'eau est faible et peut correspondre aux gouttes qui tombaient du plafond le jour de la visite.

L'air qui sortait était à une température négative, il n'y avait pas de condensation. Le faible écart des températures semblait indiquer une absence d'évaporation dans la glacière. Nous nous contenterons, dans la modélisation, de prendre en compte la chaleur sensible en négligeant les échanges par chaleur latente (la remarque a été déjà faite plus haut). On verra plus loin un cas opposé à la grotte de la Ture).

c) Les apports d'eau, rôle thermique de l'eau

La glacière laisse entrer l'air froid l'hiver. Cet air refroidit les parois de la glacière qui se met à une température légèrement négative. L'eau qui descend du plafond est la seule alimentation de la glace car l'entrée est protégée de l'extérieur et il n'y a pas d'alimentation en neige. Cette eau gèle en partie et libère la chaleur latente.

Pour la détermination des débits d'eau qui traversent la glacière, on connaît la surface en plan, et on pourrait penser en déduire le débit d'eau qui y transite. Mais il y a deux facteurs à considérer. D'une part, l'évapo-transpiration soustrait une partie de l'eau de pluie (ou neige), et d'autre part une partie du débit peut éviter de couler dans la glacière ou au contraire cette dernière peut bénéficier d'un effet «entonnoir».

On appelle C_2 ce coefficient d'ajustement. $C_2 > 1$ si effet entonnoir, $C_2 < 1$ si effet contraire.

La hauteur de précipitation annuelle à la glacière est de $h_p = 1{,}5$ m. La partie qui s'infiltre est estimée à la moitié. La surface apparente de la glacière a pour valeur S' = 300 m² . On en déduit le débit d'eau moyen dans la glacière :

$$\dot{m}_e = \frac{C_2\, \rho_e\, h_p\, S'}{31.10^6} = \frac{1000.1{,}5.300}{31.10^6} C_2 = 0{,}015\ C_2 \quad \text{en kg/s} \tag{3.8}$$

Dans cette relation, C_2 est un paramètre ajustable qui tient compte de plusieurs facteurs : pluviométrie, évapo-transpiration, effet entonnoir… C'est le paramètre réglable des apports d'eau.

Le changement d'état de l'eau de percolation en glace a deux conséquences. D'une part, il empêche la glacière de beaucoup se refroidir. La température de la glacière reste donc à une valeur faiblement négative. Ce qui sera très appréciable pour calculer le flux de conduction à la paroi. D'autre part, ce maintien de la glacière à une température «clémente» permet au moteur de la convection naturelle (la différence de température extérieure-intérieure) de se maintenir longtemps en hiver, beaucoup plus longtemps que s'il n'y avait pas cet englacement. En effet, l'air continue à circuler tant que la température extérieure est négative. L'accumulation de frigories est donc plus grande que s'il n'y avait pas formation de glace. On peut dire ainsi que la glace, grâce à sa chaleur latente importante, apporte une rétroaction positive au phénomène de production de glace lui-même.

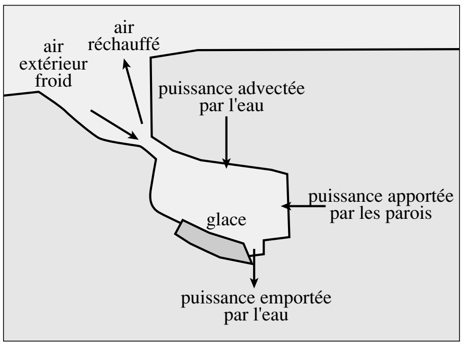


Fig. 3-3- Le bilan énergétique de la glacière de Corrençon

Annual energetic balance of the Corrençon ice cave part of air, water, limestone

L'apport d'eau fournit toute l'année un réchauffement de la glacière puisque cette eau est à une température supérieure à celle de la glacière (moyenne annuelle des températures). L'eau qui s'échappe dans l'éboulis du plancher de la glacière est à une température plus basse qu'à son entrée. On peut l'estimer de l'ordre de la température de la glacière.

d) L'apport de chaleur par conduction à la paroi

La paroi amène toute l'année un flux de chaleur par conduction. Il reste toujours positif, c'est-à-dire reçu par la glacière, puisque la glacière est toujours à une température plus basse que la température au loin. Mais ce flux reste petit car la glacière est à une température relativement constante et la roche ne rejoint donc la température au loin qu'à une distance qui doit être commandée par l'eau de percolation, peut-être une vingtaine de mètres. Le calcul exact devrait utiliser l'équation de conduction en régime variable. Une estimation plausible pour L serait $L = 20$ m . Le flux de conduction peut être estimé à :

$$\boxed{\Phi_p = S\,\lambda_c\,\frac{T_m - T}{L}} \tag{3.9}$$

On pourra prendre comme surface d'échange une surface de l'ordre de $S_{éch}$ (= 400 m^2). La conductivité thermique du calcaire $\lambda_c = 2{,}25$ W.K^{-1}.m^{-1}. On sait que cette valeur est très floue du fait des fissures qui coupent la roche.

Montrons que L joue le rôle de paramètre ajustable pour la conduction à la paroi. En effet, il est illusoire de vouloir résoudre en détail une équation de conduction car il n'y a pas de solution permanente, ni même périodique à ce problème : la perturbation thermique peut aller aussi loin qu'on veut. Il suffit d'y mettre le temps. La réalité est que l'eau de percolation impose à une certaine distance une température de roche égale à la température au loin. Cette distance a été notée L . Comme les variations de température de la glacières sont assez petites, il est admissible de considérer le flux de conduction à la paroi comme permanent. Une imprécision sur S se reportera sur L qui est donc le paramètre ajustable de la conduction thermique de paroi.

e) La température de l'air extérieur au cours de l'année et l'apport de froid à la glacière

La température extérieure varie au cours du temps. On trouve des variations de fréquences annuelles correspondant aux différentes saisons. Les oscillations journalières sont aussi très visibles. Il existe d'autres variations dues à l'évolution synoptique des conditions météorologiques. À cause du caractère non linéaire du terme en température dans le calcul de la puissance P , on ne doit pas trop lisser les fluctuations de la température.

On adopte comme température extérieure, une température à variation annuelle sinusoïdale modulée en amplitude par des variations journalières, elles aussi sinusoïdales. Ce qui donne l'expression :

$$T_{ext} = T_m - \Delta T_a \cos\left(\frac{2\pi}{T_{an}}\,t\right) + \Delta T_j \cos\left(\frac{2\pi}{T_{jour}}\,t\right) \tag{3.10}$$

Pour la glacière de Corrençon, on prendra les valeurs : $T_m = 6$°C, $\Delta T_a = 10$°C et $\Delta T_j = 4$°C.

f) Bilan instantané de la glacière dans un schéma simplifié

Pour permettre une résolution avec un simple tableur, nous proposons un schéma de première approximation qui permettra de mettre en évidence le point froid que constitue la glacière.

i- On suppose la température de la glacière constante dans le temps T (= 0°C). En été, le rayonnement thermique permet une certaine homogénéïsation. Le courant d'air s'amorcera donc dès que la température extérieure sera négative.

ii- La conduction thermique à la paroi sera supposée apporter un flux constant (on peut prendre par exemple $L = 20$ m). Le flux apporté par la roche à la cavité s'écrit :

$$\Phi_p = S\,\lambda_c\,\frac{T_m - T}{L} \qquad (3.11)$$

iii- L'apport d'eau est supposé régulier et à la température moyenne annuelle de l'atmosphère : T_m , qui est aussi la température moyenne annuelle de la roche au loin. L'eau, à sa sortie, est supposée à la température $T = 0°C$, température constante de la glacière.

iiii- On néglige l'évaporation de l'eau dans la glacière, comme l'a montré la visite du 21 janvier 2001.

Les trois masses en présence

Air : débit masse variable entrant et sortant q_{ma} . La température d'entrée de l'air est T_{ext} , de sortie T_{a2}.

Eau : débit masse d'entrée $\dot{m}_e$. Ce débit est supposé réparti sur l'année. Si la température dans la glacière est négative, une partie de cette eau gèle et le débit de sortie de l'eau est plus petit que celui d'entrée. On admettra que la température d'entrée de l'eau est celle de la moyenne annuelle T_m dans le massif. La température de sortie par le bas est prise égale à T température de la glacière. La différence algébrique entre la masse d'eau entrante et la masse d'eau sortante sur une année correspond à la masse de glace fabriquée (ou fondue) en une année.

La puissance apportée par l'eau s'écrit : $\Phi_e = \dot{m}_e\,c_e\,(T_m - T)$. (3.12)

Glace : masse totale m_g , température moyenne supposée constante = 0°C. C'est la chaleur latente de la glace qui compte, pas sa chaleur sensible. La chaleur latente massique de la glace est $L_g = 3{,}35.10^5$ J/kg . Comme la température de la glacière est supposée constante toute l'année, c'est la chaleur latente de la glace qui constitue toute l'inertie thermique de la glacière. La masse de 100 tonnes de glace de la glacière en changeant d'état fournirait une énergie qui pourrait augmenter de 1°C une masse de calcaire de 8000 tonnes. C'est pour cette raison que nous reportons sur la glace toute l'inertie thermique du problème. Cette inertie assure une température pas trop variable dans l'année.

On admettra que la fabrication de la glace est due à l'air froid agissant sur l'eau de percolation. En effet, l'air extérieur pourrait fournir de l'eau de condensation en été, mais nous savons qu'en cette saison, il n'y a pas de circulation d'air. On remarque que si la sécheresse supprime la percolation, l'air froid hivernal refroidit la roche qui se réchauffera plus tard quand, à l'occasion d'une fonte partielle ou d'une pluie, l'eau traversera la roche très froide.

Bilan thermique instantané

régime hivernal si $T_{ext} \le T$ $$- L_g \frac{dm_g}{dt} = \Phi_e + \Phi_p - B\,(T - T_{ext})^{1,33} \qquad (3.13)$$

régime estival si $T_{ext} > T$ $$- L_g \frac{dm_g}{dt} = \Phi_e + \Phi_p \qquad (3.14)$$

avec $$\Phi_p = S\,\lambda_c\,\frac{T_m - T}{L} \quad \text{et} \quad \Phi_e = \dot{m}_e\,c_e\,(T_m - T) \qquad (3.15)$$

Dans ce bilan thermique, on n'a pas tenu compte en été du rayonnement et des faibles échanges convectifs dus au vent extérieur, mais le fait de prendre $T = 0$ °C majore le flux conductif, ce qui compense partiellement cette imprécision.

g) Bilan annuel de fabrication de la glace dans le schéma simplifié

Calculons la fabrication de la glace en hiver (l'intégration se faisant uniquement aux temps où $T_{ext} < 0$). La masse de glace qui pourrait être formée par l'air froid s'écrit ($t_{année}$ est la durée en seconde d'une année $= 31{,}56.10^6$ s) :

$$m_{g\ nouvelle} = \int \frac{dm_g}{dt}\, dt = \frac{B\ t_{année}}{L_g} E \qquad \text{avec} \qquad E = \frac{1}{t_{année}} \int \alpha \left(T - T_{ext}\right)^{1,33} dt \qquad (3.16)$$

$$\text{avec} \quad \alpha = 1 \quad \text{si} \quad T > T_{ext}$$
$$\text{et} \quad \alpha = 0 \quad \text{si} \quad T < T_{ext}$$

De même, on peut calculer la fonte de la glace due aux apports thermiques de l'eau et de la paroi. Elle est à calculer sur toute l'année :

$$m_{g\ fondue} = \frac{\Phi_e + \Phi_p}{L_g}\ t_{année} \qquad (3.17)$$

L'excédent de glace annuel peut donc se mettre sous la forme :

$$\Delta\, m_g = m_{gnouvelle} - m_{gfondue} = \frac{t_{année}}{L_g}\left[B\,E - \left(\dot{m}_e\, c_e + \frac{S\,\lambda_c}{L}\right)\left(T_m - T\right)\right] \qquad (3.18)$$

h) Étude de la fonction E pour l'apport de froid

La fonction E intervient dans la puissance frigorifique apportée par l'air froid. Cette fonction s'exprime en $(°C)^{1,33}$ et se détermine à partir de la température extérieure :

$$E = \frac{1}{t_{année}} \int \alpha \left(T - T_{ext}\right)^{1,33} dt \qquad (3.19)$$

$$\begin{array}{l} \text{avec} \quad \alpha = 1 \quad \text{si} \quad T > T_{ext} \\ \text{et} \quad \alpha = 0 \quad \text{si} \quad T < T_{ext} \end{array} \quad \text{et avec} \quad T_{ext} = T_m - \Delta T_a \cos\left(\frac{2\pi}{T_{an}}\, t\right) + \Delta T_j \cos\left(\frac{2\pi}{T_{jour}}\, t\right) \qquad (3.20)$$

Danger du lissage. On aurait pu imaginer faire l'intégration sur les seules variations saisonnières, sans prendre en compte les variations journalières. Cela aurait été une erreur car la somme de la moyenne d'une fonction non linéaire n'est pas la moyenne de la somme.

Calcul de E. On a utilisé un tableur pour calculer la grandeur E en fonction de la température moyenne annuelle et des amplitudes des fluctuations. Contentons-nous de reporter sur un graphe les résultats de ces calculs numériques pour une température de la glacière constante $T = 0°C$.

On se souvient que la masse de glace produite est proportionnelle à E. Sur le graphique ci-contre, on voit qu'un déplacement de la température moyenne depuis la valeur 6°C à la valeur 7°C (pour la même amplitude annuelle de 10°C) se traduit par une diminution de E depuis la valeur 1,6 à la valeur 1,1 . Ainsi, la quantité de glace formée par l'air froid, subit une variation de l'ordre de 50%. Une glacière présente donc une grande sensibilité aux paramètres climatiques extérieurs.

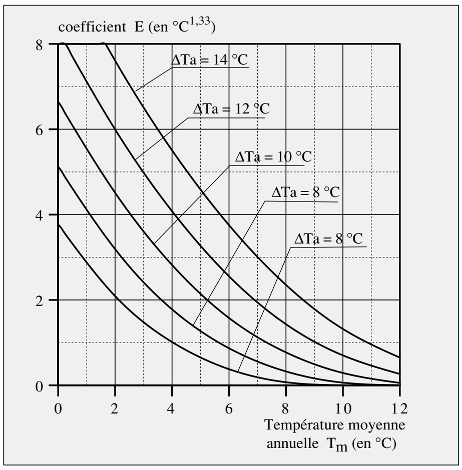


Fig. 3-4- Influence de la température moyenne sur la fonction E de production hivernale et donc sur la formation de glace en hiver, pour 5 valeurs de l'amplitude annuelle des températures extérieures ΔT_a et pour une amplitude journalière $\Delta T_j = 4$ °C

Ice product versus annual mean external temperature for a daily temperature oscillation of 4°C, for five values of yearly amplitudes and for an ice cave temperature of 0°C

On peut trouver des expressions polynomiales simples de E en fonction de T_m.

Ainsi, pour les valeurs : $\Delta T_a = 10°C$ et $\Delta T_j = 4°C$, une très bonne approximation est :

$$E \approx 6{,}602 - 1{,}127\ T_m + 0{,}049\ T_m^2$$

i) Résolution numérique sur tableur et discussion

Notre modèle annuel de glacière est simpliste. Il revient à calculer la masse que pourrait former l'air froid en hiver et la masse de glace que peut fondre l'apport thermique de l'eau et des parois toute l'année.

On prend $\Delta T_a = 10$ °C, $T_m = 6$°C, $\Delta T_j = 4$°C. Ce qui donne $E = 1{,}6\ (°C)^{1,33}$

$$\Delta\ m_g = m_{gnouvelle} - m_{gfondue} = \frac{t_{année}}{L_g}\left[B\ E\ -\ \left(\dot{m}_e\ c_e\ +\ \frac{S\ \lambda_c}{L}\right)(T_m - T)\right]$$

$$\Delta\ m_g\ =\ \frac{31{,}56.10^6}{3{,}35.10^5}\left[574\ .\ 1{,}6\ -\ \left(0{,}015\ .\ 4185\ C_2\ +\ \frac{400.2{,}25}{L}\right)6\right]$$

$$\Delta\ m_g\ =\ 86{,}5 - 35{,}5\ C_2 - \frac{509}{L}$$ les masses étant exprimées en tonnes

La valeur $L = 20$ m semble une valeur convenable car l'épaisseur de pénétration thermique annuelle dans le calcaire est de 6 m. On est amené à prendre $C_2 = 1{,}75$ pour obtenir $\Delta m_g = -1$ tonne / an , ce qui représente un déficit annuel et semble une valeur plausible actuellement. La valeur $C_2 > 1$ traduit un effet entonnoir. La faille liée à la cavité explique sans doute cet effet. Notre modèle est ainsi calé et peut nous donner quelques renseignements.

Sensibilité à la température moyenne annuelle. Calculons la sensibilité de la glacière à la température moyenne du lieu T_m (on garde $\Delta T_a = 10$°C et $\Delta T_j = 4$°C). On utilise l'expression approchée de E trouvée plus haut et les valeurs $C_2 = 1{,}75$ et $L = 20$ m :

$$\Delta\ m_g\ = 269{,}5 - 60{,}9\ T_m + 2{,}65\ T_m^2 \qquad (3.21)$$

Nous avons tracé le graphe correspondant sur la figure 3-5. La glacière peut se maintenir jusqu'à une température moyenne annuelle de l'air extérieur de 6°C . Cette valeur de la température représente aussi l'anomalie thermique engendrée par le piège à air froid que constitue la glacière. On voit ainsi que le mécanisme de maintien du froid par une glacière est très efficace.

Durée de remplissage. Le volume complet de la glacière est d'environ 4000 m^3. Pour une température moyenne de 5°C, il faudrait donc 120 ans pour remplir la glacière. Mais seulement 55 ans à 4°C.

Optimum pour la glacière du débit d'eau de percolation. Il faut bien sûr que le débit d'eau de percolation soit plus grand que la quantité de glace formée. Cette condition est facile à réaliser. Mais on peut définir un optimum pour la percolation de l'eau. On a vu plus haut que la puissance frigorifique amenée par l'air en hiver est d'autant plus grande que la température de la glacière reste voisine de 0°C et ne descend pas vers de trop basses valeurs (qui arrêteraient la circulation d'air froid). Cela sera réalisé si toute l'eau qui percole en hiver est transformée en glace et pas plus (car l'eau excédentaire réchauffe la glacière sans contrepartie en glace). Si on estime la période de froid à 1/3 de l'année et la pluie homogène, cela conduit à la condition :

$$m_{g\ nouvelle}\ \left(= \frac{B\ t_{année}}{L_g} E = \frac{574.\ 31{,}56.10^6}{3{,}35.10^5}\ 1{,}6 = 86500\ kg\right) = \frac{m_{eau\ annuelle}}{3} = \left(0{,}015x\ \frac{31.10^6}{3}\ C_2 = 155\ 000\ C_2\right)$$

La production de glace par l'air froid est de 86,5 tonnes. On en déduit que l'optimum pour le coefficient de l'effet entonnoir est de 0,56 . Ainsi, pour la glacière de Corrençon, il serait préférable que les 44 % de l'eau qui s'infiltrent évitent de passer dans la glacière. Le calage de la glacière nous a fait adopter la valeur 1,75 qui est assez éloignée de la valeur 0,56. On ne serait donc pas du tout au voisinage de l'optimum. Mais il faudrait reprendre cette question d'une manière moins grossière en tenant compte de la percolation réelle en hiver.

Pour une glacière, l'idéal est une alternance de période de grand froid et de redoux, permettant à la neige de surface de fondre et à l'eau de pénétrer dans la glacière bien froide. L'optimum correspond bien sûr à une quantité d'eau qui remonte la température de la glacière à 0°C, mais sans fuite d'eau vers le bas.

Critique de ce modèle. Ce système simplifié est instable. En effet, soit la quantité de glace croît indéfiniment, soit la glace fond entièrement. Quels sont les facteurs ou paramètres de régulation qui pourraient assurer une quantité moyenne constante de glace ? Pour la glacière de Corrençon, ils sont évidents dès qu'on visite la glacière. Quand il y a peu de glace (époque actuelle) l'eau qui tombe du plafond l'été ne fait fondre pratiquement plus de glace car elle tombe le long d'une faille sous laquelle il n'y a plus de glace. La chaleur amenée par l'eau est entraînée dans l'éboulis sous-jacent. La glace en place est protégée de cette eau et semble fossilisée. Aux époques plus froides, le mécanisme de régulation semble être le suivant : la glace obstrue l'espace de la glacière. La surface d'échange diminue ainsi que le refroidissement hivernal. Peut-être que ce mécanisme limite la quantité de glace ? Mais on peut imaginer aussi que toute la glacière se remplisse de glace. C'est d'ailleurs ce que montrent d'autres exemples montagnards.

Un autre inconvénient de ce modèle est qu'il comporte trois paramètres ajustables C_1, C_2 , L . C'est le réglage de ces trois paramètres à l'aide de mesures et aussi à l'aide de la valeur estimée de la fonte annuelle qui nous a permis de préciser le modèle. Il ne semble pas possible de s'affranchir de ce réglage à cause de l'ignorance complète où nous sommes des circulations d'eau. On pourrait estimer C_2 grâce à des mesures de débit d'eau dans la cavité. Mais ces mesures ne seraient pas faciles à faire.

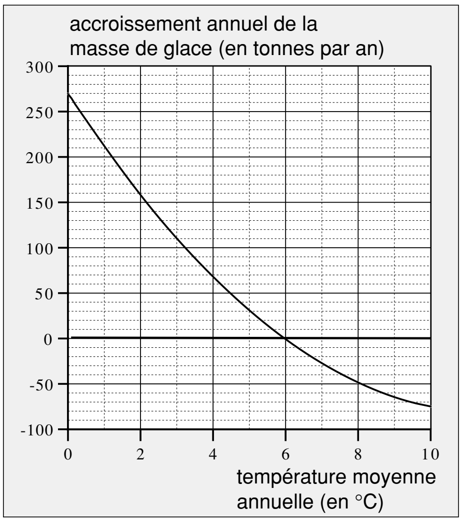


Fig. 3-5- Accroissement annuel de la quantité de glace en fonction de la température moyenne annuelle pour une amplitude annuelle de 10°C et journalière de 4°C

Annual ice increase versus annual mean temperature for annual oscillation of 10°C and daily oscillation of 4°C

Conclusion. Notre modèle simplifié permet déjà de voir la sensibilité à certains paramètres du fonctionnement de la glacière. La température moyenne annuelle de l'air extérieur est un paramètre très important, mais les fluctuations jouent aussi un rôle, de même que la fraction d'eau qui transite par la glacière. On devrait continuer l'étude en examinant plus finement le rôle des différents paramètres. La décroissance actuelle de certaines glacières peut sans doute être corrélée avec l'augmentation de la température moyenne, mais les autres facteurs suffiraient à justifier cette décroissance. Une discussion sérieuse de cette question devrait donc analyser aussi l'évolution récente des fluctuations de la température de l'atmosphère (évolution des amplitudes suivant les fréquences) et de la répartition temporelle des précipitations.

3.1.2. Exemple d'un piège à air froid à la grotte de la Ture (Vercors)

La température en un lieu résulte des températures moyennes de l'air et de l'eau en ce lieu. Mais des circonstances géométriques peuvent modifier ce résultat. On verra plus loin, l'anomalie de température des entrées d'un tube à vent. Ici on va étudier sur un exemple simple le fonctionnement d'un piège à air froid et on verra que ce dispositif constitue comme un réfrigérateur pour les terrains environnants. On ferait bien entendu une étude similaire pour les pièges à air chaud.

a) Mesures à la grotte de la Ture

Nous avons déjà présenté dans le tome 1 les mesures pour déterminer les flux entrant et sortant d'enthalpie (cf. t.1 § 3.2.3).Ce travail a été fait avec l'aide d'élèves de classes préparatoires au concours de l'école supérieure agronomique en 1998 (Lismonde 1999). Je me contenterai d'en rappeler ici les résultats principaux.

Le 5 décembre 1998, par une température extérieure de -5°C, nous avons relevé les profils de vitesse et température avec des moyens très frustes (cf. tome 1, § 3.2.3). Les vitesses étaient de l'ordre de 1 m/s. L'écart de température entre le sol et le plafond était de l'ordre de 3,5 °C. Une visite au mois de septembre suivant n'a montré aucun courant d'air, ce qui permet de penser à un fonctionnement en piège à air froid.

b) Bilans instantanés à l'entrée et discussion des mesures

Bilan de masse d'air. On trouve un débit-masse entrant de 6,16 kg/s et un débit sortant de 4,53 kg/s. Une vérification en 2001 a montré que les hauteurs étaient mal estimées et que c'est le premier débit qui est à prendre en compte.

Bilan pour l'eau contenue dans l'air.

$$\dot{m}_{eau} = \int_S \rho\, V\, \omega(T)\, ds \;=\; \dot{m}_{eau\ s} - \dot{m}_{eau\ e} \qquad (3.22)$$

Les mesures (une fois corrigé l'écart sur les débits) fournissent 7,5 g/s de vapeur d'eau extraite de la grotte et évacuée par l'air. Cela représente 27 kg/heure, ce n'est donc pas négligeable. En un jour, en supposant que la tempéeratrure se maintienne, cela fait un peu plus de 600 kg. Cette valeur doit être comparée à la quantité d'eau qui tombe sur la surface apparente de la grotte $S = 100.50 = 5000\ m^2$ soit par an $M_e = 1000\ S.h$, h étant la hauteur d'eau de précipitation de l'ordre de 2 m. On en déduit M_e = 10 000 tonnes par an, soit 28 tonnes par jour à comparer avec à 0,6 tonnes. La quantité évacuée par l'air de la grotte, même par grand froid, est négligeable et la plus grande partie de l'eau s'échappe vers les collecteurs souterrains, d'une part, ou retourne à l'atmosphère par évapo-transpiration, d'autre part.

Bilan d'énergie. Pour un système ouvert, le bilan d'énergie doit prendre en compte le travail des forces de pression. Ce terme se combine avec l'énergie interne du fluide et nous fournit un bilan en terme d'enthalpie. Le système n'étant pas isolé, l'air sortant doit véhiculer un débit d'enthalpie plus grand que l'air entrant. Le bilan, qui est un simple bilan comptable, peut donc s'écrire :

$$q_{m1}\, h_1 + \Phi = q_{m2}\, h_2 \qquad (3.23)$$

Le membre de gauche représente le débit d'enthalpie (en W) qu'amène l'air en entrant $q_{m1}\, h_1$ et la puissance cédée par la roche à l'air Φ . Le membre de droite représente le débit d'enthalpie qui sort avec l'air de la grotte. On voit donc que ce débit nous renseigne sur la puissance Φ cédée par la grotte à l'air extérieur. Cette puissance restitue la chaleur accumulée dans la roche durant les mois d'été.

L'évaluation de l'enthalpie spécifique de l'air passe par la connaissance de l'humidité. Comme on l'a vu dans le § 1.1.4, on ne peut pas négliger l'enthalpie due à la vapeur d'eau même si la masse d'eau est négligeable devant la masse d'air sec. Ainsi à 5°C, l'enthalpie massique de l'air est de $5000\ J.kg^{-1}$ pour 0% d'humidité alors que cette enthalpie massique est de $18500\ J.kg^{-1}$ pour 100% d'humidité. À -5°C, l'enthalpie massique est $2000\ J.kg^{-1}$ pour 100% d'humidité. Nous ferons donc le bilan d'énergie dans les deux sections en supposant que le taux d'humidité de l'air est toujours 100% et qu'il n'y a pas de brouillard (la formation d'un brouillard s'accompagne d'une libération de chaleur latente).

Après avoir explicité les débits d'enthalpie sous forme d'une intégrale de surface (la section de passage du courant d'air), le bilan d'énergie se traduit par une expression calculable avec un tableur (cf. tome 1 § 3.2.3) :

$$\Phi = \int_S \rho\, V\, h(T)\, ds \;=\; 44\ kW \qquad (3.24)$$

c) Modèle du fonctionnement thermique de la grotte

L'excédent d'enthalpie qui est évacuée par l'entrée en hiver provient d'un double transfert de chaleur et de masse au niveau de la surface intérieure de la grotte. La chaleur est fournie par les éboulis et par la roche dans l'épaisseur de la paroi. L'eau est fournie par les suintements dans les fissures. Cette eau vient de la surface. On va essayer de retrouver autrement la puissance calculée plus haut de 44 kW en modélisant les transferts à la paroi.

Transferts de chaleur et de masse sur la paroi intérieure. Les transferts à la paroi de la grotte sont de deux sortes. Un transfert de chaleur régi par la convection naturelle engendrée par les différences de température entre l'intérieur de la grotte et l'extérieur, et un transfert de masse (vapeur d'eau) engendré par la différence de la pression partielle de vapeur d'eau de l'air intérieur et de l'air extérieur. Le premier transfert est le moteur, via la pesanteur, du mouvement alors que le deuxième est une simple conséquence mais n'intervient pas, ou guère (la vapeur est moins dense que l'air), dans la dynamique du mouvement.

Sur la figure ci-contre, le système est constitué de l'air de la grotte et d'une petite épaisseur de roche qui l'entoure. Le transfert à la paroi est donc interne au système et n'apparaît pas directement dans le bilan puisqu'il se traduit par la différence des flux de convection à l'entrée.

Le calcul qu'on en fait ici, est simplement destiné à affiner notre connaissance des lois de transferts à la paroi. On a vu (au § 1.4.3.e) comment on écrivait la puissance thermique échangée, sous une forme sans dimension, en la divisant par une unité naturelle de puissance basée sur la conduction thermique. C'est le nombre de Nusselt Nu :

$$Nu = \frac{\Phi}{\lambda \frac{\Delta T}{H} S} \qquad (3.25)$$

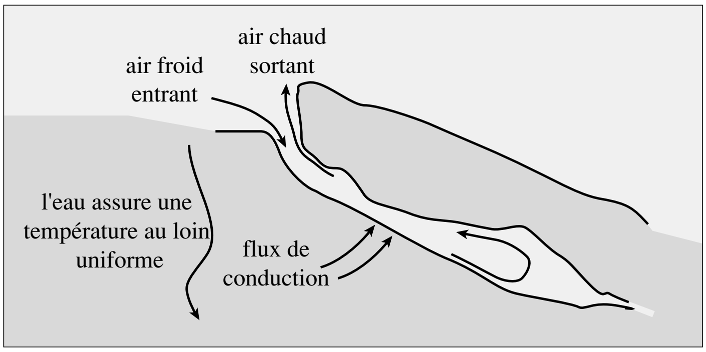


fig. 3-6- Schéma thermique de la grotte de la Ture

Thermic model of La Ture cave
Convective flux in winter, conductive flux all the year
the percolation water maintains a constant temperature in the far
and bring the water at the wall for evaporation

Dans cette expression, Φ est la puissance échangée, λ la conductivité thermique de l'air (0,024 $W.K^{-1}.m^{-1}$), ΔT est la différence de température entre la paroi et l'air au loin, H est la dénivellation caractéristique du phénomène, S est la surface d'échange (la surface de la paroi). En convection naturelle sur des surfaces présentant un développement vertical, les lois d'échange en régime turbulent sont de la forme :

$$Nu = 0{,}13\,(Ra)^{1/3} \quad \text{avec} \quad Ra = \frac{g\,H^3}{\nu\,a}\frac{\Delta T}{T} \qquad (3.26)$$

Dans cette expression, Ra est le nombre de Rayleigh qui dépend de g , accélération de la pesanteur (9,81 $m.s^{-2}$), L la longueur déjà vue avec le nombre de Nusselt, ν la viscosité cinématique de l'air (15.10^{-6} $m^2.s^{-1}$) et a la diffusivité thermique de l'air (21.10^{-6} $m^2.s^{-1}$). Cette relation est valable si Ra appartient à l'intervalle $[10^9;10^{13}]$. Cette relation a été établie dans le cas de parois lisses non rugueuses. La vitesse obtenue dans la grotte sera plus petite à cause des pertes de charges induites par les rugosités. Cette vitesse a pour ordre de grandeur :

$$V \approx \sqrt{g\,H\,\frac{\Delta T}{T}} \qquad (3.27)$$

Calage de ΔT et L grâce à la mesure des vitesses. Dans le cas de la grotte de la Ture, la dénivellation entre l'entrée et le début de la remontée de l'air est à peu près de 40 m. L'écart de température entre l'air froid qui descend et l'air chaud qui remonte est de l'ordre de 1 à 2°C. Cet écart est ce qui demeure de l'écart initial après le mélange partiel dans la zone d'entrée et le transfert par rayonnement thermique entre la surface supérieure et la surface inférieure de la galerie (cf. § 1.4.6.a). Les plus grandes vitesses que nous ayons mesurées étaient de l'ordre de 1,2 m/s, qui correspondent dans la relation sur les vitesses à un écart de température utile de l'ordre de 1°C :

$$\Delta T \approx \frac{V^2\,T}{g\,H} = 1°C \qquad (3.28)$$

Nous avons mesuré des écarts de température plus grands dans la grotte, mais les pertes de charges multiples font que le rendement de transformation énergie mécanique/ énergie thermique est diminué, ce qui revient au même que de dire que le moteur est amoindri, comme si l'écart de température était plus petit ou comme si la dénivellation était diminuée. On peut convenir de prendre H = 30 m et ΔT = 1,4°C ce qui conduit à une vitesse V = 1,23 m/s voisine de celle mesurée.

On en déduit le nombre de Nusselt de l'échange moyen : Ra = $4{,}3.10^{12}$, Nu = 2116. Tout ce calcul est bien sûr approximatif et une erreur d'un facteur 2 doit être à craindre, mais les constantes apparaissant dans ce calcul doivent être calées par la mesure des flux convectifs à l'entrée. Le nombre de Nusselt est donc de l'ordre de 2000. La connaissance du nombre de Nusselt conduit immédiatement à la puissance échangée si on dispose d'une bonne estimation de la surface d'échange. La surface de contact entre la roche et l'air est singulièrement augmentée par la présence des blocs et de l'éboulis. Nous prendrons comme surface d'échange S = 10000 m^2. Elle est cantonnée dans la Grande Salle sous l'entrée, puisque la salle du Miroir et les laminoirs du bas ne sont pas parcourus par des courants d'air.

Dans l'expression de l'échange, la vitesse typique intervient à la puissance 1/3.
La puissance transférée sous forme sensible vaut donc à peu près : $\Phi = \mathrm{Nu}\ \lambda \frac{\Delta T}{H} S = 24$ kW

Échange global (chaleur sensible et chaleur latente). La puissance, calculée ci-dessus, est en principe cédée à l'air sous forme de chaleur sensible (liée à l'augmentation de température), or nous avons vu que la chaleur latente associée à l'évaporation de l'eau n'était pas négligeable. Ce deuxième transfert est lié au transfert de masse. Heureusement les deux diffusivités, thermique et de masse (vapeur d'eau) dans l'air, sont presque égales. La loi de transfert de masse est la même que la loi de transfert de chaleur (en prenant des nombres sans dimension). On a déjà examiné cette question au § 1.5.3. Le nombre de Sherwood qui est l'équivalent du nombre de Nusselt a même expression que ce dernier. Lewis a montré qu'il suffit de remplacer, dans les expressions de l'échange de chaleur (sensible), l'écart de température par l'écart d'enthalpie divisé par c_p pour obtenir la loi d'échange total sur l'enthalpie (analogie de Lewis).

La différence d'enthalpie de l'air à saturation pour une différence de température de 1,4°C est de 1800.1,4 = 2500 J/kg. Dans l'expression de l'échange total, il suffit de remplacer l'écart de température réel de 1,4°C par un autre fictif qui vaut 2,5°C (= $\Delta h/c_p$ = 1800.1,4/1000), pour obtenir le transfert de chaleur total :

$$\Phi_{\text{total}} = \Phi_{\text{sensible}} \frac{2{,}5}{1{,}4} = 43 \text{ kW}$$

La puissance échangée pour un écart de température de 10°C conduisant, après mélange partiel dans la zone d'entrée, à un écart de température moyen de 1,4°C, est de l'ordre de 43 kW. On retrouve ainsi une puissance comparable à celle que l'on a déduite des mesures de vitesses et de températures. On n'a donc pas besoin de retoucher les constantes estimées. Ainsi, contrairement à l'exemple de la glacière de Corrençon pour laquelle l'évaporation ne joue pas un grand rôle, dans la grotte de la Ture, la puissance en chaleur latente joue un rôle presque aussi grand que la puissance en chaleur sensible. Le rapport entre les deux puissances n'est pas un nombre constant, il varie suivant les conditions de température et d'humidité de l'air extérieur et aussi de l'état thermique de la grotte.

d) La grotte est un échangeur de chaleur du style échangeur à régénération

La grotte a pour fonctionnement thermodynamique une alternance d'échanges de chaleur, dans un sens l'été, et dans un sens différent l'hiver. La température moyenne de la roche profonde reste uniforme tout au long de l'année et égale à 5,5°C. Il est facile de montrer qu'une épaisseur d'une vingtaine de mètres suffit largement pour amortir les fluctuations annuelles de la température extérieure. L'eau, en revanche, pénètre plus profondément dans le massif et influence ainsi la température de la roche. Mais comme la roche a pris précisément comme température, la température moyenne de l'eau qui la traverse, les fluctuations rapides (annuelles) de l'eau ne peuvent pas influencer profondément la température de la roche. Néanmoins, au voisinage de la cavité qui est plus froide que la roche profonde, l'eau, même ramenée à sa température moyenne annuelle, a tendance à apporter de la chaleur à la cavité.

En été, la grotte joue le rôle d'un piège à air froid. L'air chaud du dehors ne pénètre pas et il n'y a que peu d'échanges de chaleur par l'air. En été, c'est donc seulement l'eau qui amène les calories qui sont tranférées à la cavité, via la conduction thermique à la paroi. L'hiver, la neige supprime partiellement l'influence de l'eau. Près de la surface, la conduction thermique à travers la roche influence la partie supérieure de la grotte.

Peut-on estimer l'énergie mobilisable dans la roche ? La réponse est oui, si on connaît la température profonde du massif (T = 5,5°C) et la température moyenne de fonctionnement de la cavité. Il suffirait de connaître l'épaisseur de roche concernée pour estimer l'énergie mobilisable. Cette énergie intervient dans le bilan global de la cavité et elle est apportée par conduction thermique dans l'épaisseur de la roche.

La puissance qui sort de la grotte en hiver a été emmagasinée pendant l'été. Il faut donc essayer d'intégrer ce phénomène dans une évolution périodique des conditions thermodynamiques de la grotte. Le volume de la grotte est d'environ 50.50.5 = 12 000 m^3. Le taux de renouvellement à raison de 5 m^3/s de débit est de 40 mn. On a vu que la surface d'échange S était de l'ordre de 10 000 m^2. La distance moyenne qui sépare la grotte de la surface du sol est faible. Elle varie de 0 m (à l'entrée) jusqu'à une vingtaine de mètres en bas.

e) Modèle simplifié du fonctionnement thermique de la grotte de la Ture

À un instant donné, on peut attribuer aux parois de la grotte une température moyenne, qui est la moyenne sur la surface. Pour estimer l'évolution de cette température moyenne, nous allons procéder à une étude de l'évolution de cette température au cours de l'année. Les échanges avec l'air ne se produiront que pendant les seuls mois d'hiver. Nous supposerons que les échanges thermiques avec l'eau suffisent à uniformiser les températures de la roche au loin et assurent une température uniforme à la fin de l'été (on reviendra plus loin sur cette hypothèse) et nous démarrerons l'étude par une température de la roche partout égale à 5,5°C, température des parties profondes de la grotte. La conduction thermique dans la roche se fera sur une épaisseur L qui serait à déterminer par des mesures. Nous prendrons ici L infinie, de sorte que nous sous-estimerons l'influence thermique de l'eau de percolation. Notre modèle physique se ramène donc à un transfert convectif dans l'air pendant l'hiver, associé à un transfert conductif pendant toute l'année.

Résolution numérique. Nous discrétisons le problème en adoptant un pas de temps égal à deux jours. La température extérieure à chaque pas de temps est celle donnée par la météo. Pour le calcul, et en l'absence de données plus précises, nous adopterons une température extérieure de forme sinusoïdale dans le temps, avec une moyenne de 5,5°C et une amplitude annuelle de 10°C.

Nous admettrons par ailleurs que l'écart de température efficace (1,4°C pour les mesures) est proportionnel à l'écart total des températures. Ainsi :

$$\Delta T = 1{,}4\ \frac{T_{ext} - T_m}{10{,}5} \tag{3.29}$$

Connaissant la température extérieure moyenne et la température intérieure moyenne, nous pouvons calculer la puissance évacuée. Cette puissance nous fournit, pour une surface d'échange ($S = 10\ 000\ m^2$), la densité moyenne de flux à la paroi et donc le gradient thermique moyen à la paroi (loi de Fourier). Nous résolvons le problème instationnaire par une méthode de Schmidt qui nous fournit l'évolution temporelle de la température dans la paroi.

La méthode de Schmidt (graphique ou numérique)

Elle traduit graphiquement l'algorithme de résolution de l'équation de la chaleur à une dimension d'espace et instationnaire, par différence finie (la coordonnée x est perpendiculaire à la surface de la roche).

Cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_c \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \Rightarrow \quad T'_i - T_i = a_c \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}\left[T_{i+1} + T_{i-1} - 2\ T_i\right] \tag{3.30}$$

La deuxième équation est l'équation discrétisée de la première. Le pas d'espace est noté Δx, le pas de temps est noté Δt. La température à l'instant t au point x_i est notée T_i, la température à l'instant suivant $t + \Delta t$ est notée T'_i. La méthode de Schmidt consiste à prendre le facteur constant, devant le crochet, égal à 1/2 :

$$a_c \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \sqrt{2\ a_c\ \Delta t} \tag{3.31}$$

On en déduit la relation facile à traduire géométriquement :

$$T'_i = \frac{T_{i+1} + T_{i-1}}{2} \tag{3.32}$$

Graphiquement, le point M'_i représentatif de la nouvelle température (à l'instant $t + \Delta t$) au point d'abscisse i se trouve au milieu du segment $M_{i-1} M_{i+1}$. Le dernier point, celui le plus profond, est gardé à température constante.

Le premier point, celui sur la paroi, se calcule à l'aide de la température du 2e point et du gradient thermique à la paroi. Le gradient de température à la paroi est recalculé à chaque pas de temps et injecté dans le graphique sous forme d'une pente imposée à chaque pas de temps à la paroi.

On dispose d'une relation entre le gradient de température de l'air et la différence de température $T_{ext} - T_m$:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0{,}0159\ \frac{\lambda}{\lambda_c}\left(\frac{g}{\nu\ a\ T}\right)^{1/3} (T_m - T_{ext})^{4/3} \tag{3.33}$$

soit $\frac{\partial T}{\partial x} = 0{,}082\,(T_m - T_{ext})^{4/3}$

Grâce à cette relation (3.34) qui provient de la loi d'échange thermique convectif associée à la loi de Fourier sur le flux à la paroi, la température de paroi sera calculée, à chaque pas de temps, par la relation (3.35) :

$$T_0 = T_1 - 0{,}082\,(T_m - T_{ext})^{4/3}\Delta x$$

Le pas d'espace Δx est adapté au pas de temps. Ainsi pour un pas $\Delta t = 1{,}24.10^6$ s (quinze jours) et une diffusivité thermique de la roche calcaire de $a_c = \lambda_c/\rho_c\ c_c$ soit $2{,}25/(2400.810) = 1{,}16.10^{-6}$ m^2.s^{-1}, le pas d'espace vaut $\Delta x = 1{,}7$ m.

En pratique, nous avons travaillé à l'aide d'un tableur. Le pas de temps a été choisi égal à deux jours soit 172800 s. Le pas d'espace est $\Delta x = 0{,}63$ m. Ce sont les résultats de ce calcul que nous présentons sur les figures ci-contre.

Sur le graphe au-dessus, nous avons représenté la température extérieure supposée varier d'une manière sinusoïdale au cours du temps, la température moyenne de paroi qui découle de l'existence du courant d'air et la température à 0,65 m de distance de la paroi qui permet de visualiser le gradient de température à la paroi. Sur le graphe ci-contre, a été reportée la température au cours de l'année à différentes profondeurs dans la roche. L'amortissement des variations de température est très marqué. Ainsi, à 2,5 m de distance de la paroi dans la roche, l'amplitude des températures est seulement de 2,8 °C à comparer au 4,3°C à la surface de la paroi.

Le déphasage temporel, un retard par rapport à la température extérieure menante, est très visible aussi. Ainsi, à 2,5 m de distance de la paroi, le minimum de la température survient 40 jours après le minimum de la température de la paroi. La paroi étant elle-même en retard de 22 jours par rapport à l'air extérieur.

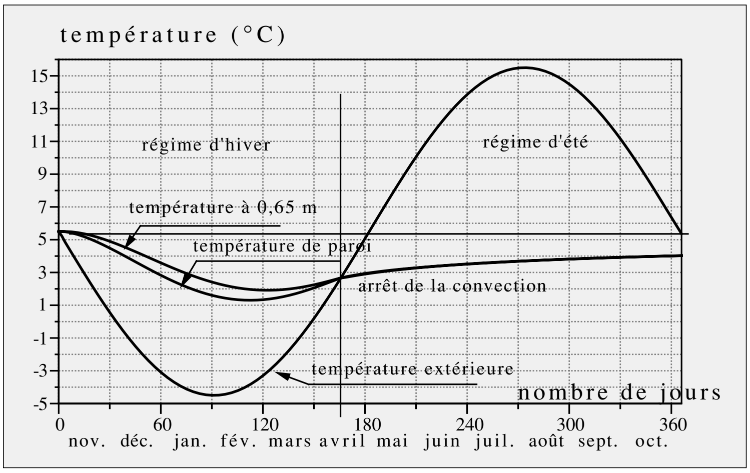


Fig. 3-7- Différentes températures au cours de l'année. On voit le déficit de température moyenne du trou par rapport à l'extérieur

Temperature versus time for the external air and different depths in the rock

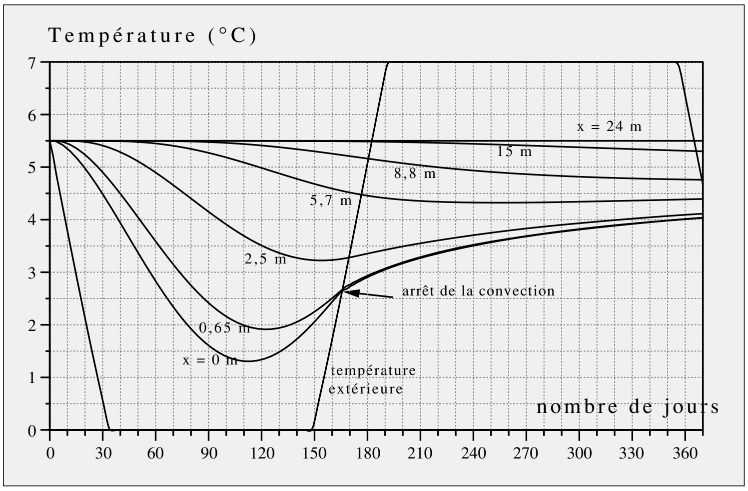


Fig. 3-7b- Températures à différentes profondeurs dans la roche. L'amplitude des fluctuations diminue vite avec la distance à l'entrée

Temperature versus time for different depths in the limestone

On remarque l'arrêt du gradient de température dès que le courant d'air s'arrête. La température de surface n'a pas le temps de rejoindre la valeur 5,5°C au cours de l'été. Il reste un déficit de 1,5°C au bout d'une année.

Mais le rôle des circulations d'eau devrait largement suffire à le faire. Ici, on a tenu compte uniquement de la conduction thermique dans la roche et non pas des infiltrations dans la cavité, sinon pour leur capacité à amener l'eau pour l'évaporation. Leur rôle thermique consisterait à apporter un supplément d'énergie à la cavité, ou d'une manière équivalente, reviendrait à diminuer la distance de la paroi à partir de laquelle la roche resterait à température constante (ce qui augmenterait le flux de conduction dans la roche).

f) Refroidissement local du massif calcaire

La présence de la grotte de la Ture et de son courant d'air hivernal refroidit légèrement le massif calcaire autour. Pour trouver l'ordre de grandeur de ce refroidissement, il faut considérer l'apport dû à l'eau qui percole dans la roche, et comparer l'énergie véhiculée par l'eau à l'énergie dissipée par convection durant l'année.

Un problème se pose quand on examine la profondeur de pénétration de la perturbation thermique. La surface d'échange est augmentée par le caractère contourné de la surface de contact entre l'air et la roche, mais quand on calcule le volume concerné par le phénomène, il ne faut pas le calculer avec la surface S = 10000 m^2 car le volume correspondant n'est pas celui de la roche autour de la cavité. On pourrait se limiter par exemple à prendre S' = S/2 = 5000 m^2. On a déjà rencontré ce problème dans le § 1.4.2.g.

En calculant le flux total sur une saison de convection, on trouve une énergie perdue par la grotte de Q = 10^{11} J environ. La surface de sol concernée est d'environ S'' = 10 000 m^2 pour une lame d'eau H' = 3 m. Cette eau subit un refroidissement moyen de :

$$\Delta T = \frac{Q}{\rho_e\, S''\, H'\, c_e} = \frac{10^{11}}{10^3 . 10^4 .\ 3.4180} = 0{,}8°C \qquad (3.36)$$

Cette valeur est à rapprocher de la valeur 1,5°C trouvée en déficit dans la cavité au bout d'une année sans prendre en compte l'eau de percolation. On en déduit que l'eau limitera probablement le déficit de température à la cavité à la valeur de 0,8 °C environ. Ainsi, le fonctionnement du piège à air froid refroidit la roche en son voisinage. Cette anomalie thermique de l'ordre du degré n'est pas très grande, comparée par exemple à celle d'une glacière. Mais l'absence de glace empêche l'effet observé à la glacière de Corrençon d'une rétroaction positive due à l'isothermie relative de la glacière.

Critiques et Conclusions

En convection naturelle, le flux transmis n'est pas proportionnel à l'écart des températures. L'adoption de la température moyenne dans la grotte comme température de référence de l'air pour développer un modèle conductif dans la roche est donc discutable. L'erreur ne doit néanmoins pas être très grande. La valeur numérique de la diffusivité du calcaire fissuré n'est pas une donnée qu'on peut trouver dans les tables. Des mesures locales seraient nécessaires pour en améliorer la connaissance. Plus grave encore, l'influence thermique de l'eau n'a pas été suffisamment détaillée. Nous avons déjà remarqué combien ce rôle est difficile à cerner.

Malgré le peu de mesures et leur médiocrité, on a montré qu'on peut faire des bilans de masse et d'énergie dans un piège à air froid comme la grotte de la Ture. On remarquera le calage qui a été fait en utilisant les vitesses mesurées. Ce calage est indispensable pour des systèmes aussi complexes que les cavités naturelles. Pour calculer l'échange près de l'entrée, il faudrait en effet connaître la structure détaillée de l'écoulement, en particulier, connaître les grandes structures de la turbulence à cet endroit. La visite du site nous a montré l'extrême instabilité de cette partie de l'écoulement pour des perturbations dues au vent extérieur. La prise en compte du transfert par rayonnement entre les parois supérieures et inférieures près de l'entrée est possible. Nous ne l'avons pas fait car l'incertitude globale serait restée.

L'importance des débits d'air relevés en hiver pourrait surprendre, mais cette grotte est réputée pour son courant d'air hivernal lié à une disposition géométrique très favorable (peu de mélange entre l'air qui descend et l'air qui monte). Les puissances transférées dans ce type de cavité ne sont pas négligeables. Un massif calcaire possédant beaucoup de pièges à air froid ou de glacières verra sa température moyenne maintenue plus basse que la température moyenne de l'atmosphère voisine. On verra, au contraire, dans le chapitre suivant que si les cavités ne sont pas borgnes mais communiquent avec des entrées inférieures, les entrées supérieures constituent des points chauds locaux. Ainsi, la surface supérieure d'un massif karstique présente un aspect contrasté du point de vue thermique. On reviendra sur ces questions dans la partie 4.

3.2. Tube à vent. Perturbation thermique brutale d'un réseau

On va s'intéresser dans les chapitres qui suivent aux tubes à vent. Le fonctionnement d'un tube à vent a déjà été vu plus haut. Il est assez facile à comprendre quoique complexe. Il s'agit d'une machine thermique qui convertit l'énergie thermique de l'atmosphère en énergie mécanique. Mais tout étudiant de thermodynamique sait qu'il faut deux sources de chaleur pour faire un moteur. Ici aussi, il y a deux sources. La première est l'atmosphère dans son état thermique instantané, la deuxième est la cavité dont la température évolue au cours de l'année à cause, en partie, du courant d'air. Les deux sources sont donc l'atmosphère et la roche. À l'échelle de l'année, il s'agit d'un phénomène *grosso modo* périodique. On a déjà étudié dans le § 2.6.2 l'évolution de l'air dans un réseau de température constante. C'était l'eau qui était supposée maintenir cette température constante. Ici, on laissera évoluer la température de la paroi et de la roche sous l'action du courant d'air.

3.2.1. Généralités

a) Tube à vent et perturbation thermique brutale

Conditions initiales. Nous nous limiterons dans ce chapitre à un courant d'air de vitesse constante et de température entrante constante. La paroi est initialement de température uniforme. La roche environnante a aussi la même température initiale. Le courant d'air pénètre à l'instant initial dans la galerie avec une température égale à celle de l'air extérieur et différente de celle de la roche. Nous avons déjà traité dans la partie 2 l'évolution d'un courant d'air dans une galerie quand la température de la paroi reste constante dans le temps. On obtient dans ce cas une solution analytique. Cette solution simple jouera donc le rôle de condition initiale pour la température de l'air de notre nouveau problème.

But du calcul. Il s'agit de calculer la réponse thermique d'un tube à vent très long, à une descente brusque de la température extérieure qui induit une vitesse entrante à l'instant initial. On pourrait aussi imaginer la réponse d'un réseau à l'ouverture soudaine d'une porte, permettant à un courant d'air de s'amorcer. Nous examinerons comment la température évolue le long de la galerie, dans l'air et dans la roche voisine, et cela au cours du temps. La notion que nous en tirerons est celle de temps caractéristique pour un tronçon de galerie de longueur donnée (ou bien une distance de perturbation pour une durée donnée de courant d'air). Ce modèle est très simplifié car nous ne prenons pas en compte le rôle de l'évaporation que nous repoussons à la fin de cette troisième partie. La température de l'air extérieur est supposée rester constante. Dans le chapitre suivant sera abordé le cas d'un courant d'air avec une température de l'air extérieur variant périodiquement.

Résolution numérique. Les calculs seront conduits numériquement, mais nous essayerons d'obtenir des représentations instructives des phénomènes. Les logiciels écrits en quick-basic (Microsoft) sont disponibles sur simple demande. On trouvera en annexe un exemple de programme (§ A.5). L'algorithme de résolution de l'équation de conduction est celui de Schmidt (déjà vu pour la grotte de la Ture).

b) Expériences possibles en rapport avec ce problème

On supprime le courant d'air d'une cavité à deux entrées en installant une porte à l'entrée basse, par exemple. On attend plusieurs jours (ou plusieurs mois) que la température dans la cavité soit devenue à peu près uniforme. À un instant donné, qui jouera la rôle d'instant initial, la porte est ouverte et un courant d'air s'établit immédiatement. En quelques secondes, l'air a parcouru une distance suffisante pour rejoindre la température profonde de la roche. La longueur caractéristique est notée L_0 (celle qui a été calculée au § 2.6.3). Au cours du temps, le profil longitudinal de température évolue, de sorte que la température de l'air à un instant et à une distance donnée de l'entrée dépend de deux variables : la distance et le temps.

C'est cette fonction à deux variables qu'on s'attachera à trouver dans le calcul. On examinera aussi au passage l'épaisseur de roche, entourant la galerie, concernée par le phénomène, à une distance donnée de l'entrée.

Cette entrée soudaine de courant d'air dans une cavité pourrait correspondre aussi à la succession d'une température restée constante un certain temps (associée à un courant d'air quasi nul dans la cavité), suivie d'un refroidissement brutal qui engendre un courant d'air. Dans une application à la nature, l'étude du transitoire devrait se limiter à une durée inférieure à la durée de la période stable qui a précédé l'intrusion de l'air.

3.2.2. Description des phénomènes physiques

On se donne le diamètre thermique de la galerie, la température initiale de la roche, la température d'entrée de l'air, plus basse que l'autre et le débit d'air (constant dans le temps de l'expérience et associé à une certaine résistance aéraulique du réseau). Tous les écarts ultérieurs de température sont proportionnels à l'écart initial.

Transfert thermique air-paroi. L'air froid, qui pénètre dans la galerie, développe au voisinage des parois des couches limites cinématique et thermique. Dans la couche thermique, d'épaisseur d'autant plus petite que la vitesse est plus grande, existe un gradient de température élevé qui favorise un transfert de chaleur par conduction thermique. Un flux thermique transite donc de la paroi vers le courant d'air. L'agitation turbulente de l'air a tendance à homogénéiser la température de l'air, ce qui favorise le renouvellement du gradient à la paroi.

Transfert dans la roche. Dans la roche, le flux qui s'échappe vers l'air abaisse la température de la paroi. Un gradient thermique s'instaure aussi au sein de la roche. Ce gradient permet à la roche profonde d'amener un flux thermique à la paroi, puis à l'air. Le problème thermique dans la roche est fondamentalement non permanent (c'est l'abaissement de l'énergie interne de la roche qui fournit la puissance thermique) alors que le problème de convection dans l'air peut être traité en régime quasi-permanent (voir explication en bas).

Simplification. On suppose dans ce problème qu'il n'y a ni condensation de l'air, ni évaporation de l'eau à la paroi. Cela est compatible avec une entrée d'air froid l'hiver, dans une galerie déjà asséchée par le courant d'air précédent. Cela signifie qu'il n'y a pas de suintement d'eau sur les parois.La prise en compte d'une évaporation d'eau est possible, mais il faut connaître les débits et les températures. On peut simplement remarquer que l'évaporation de l'eau augmentera les échanges, c'est-à-dire raccourcira les longueurs qu'on calculera plus loin.

3.2.3. Mise en équations du problème

On appelle x l'abscisse curviligne le long de l'axe de la galerie. On place l'origine O à l'entrée. On compte le temps à partir du démarrage du courant d'air. La distance d'un point à l'axe de la galerie est notée r. On appelle T la température (moyennée sur une section et pondérée par la vitesse, dite température moyenne de mélange) de l'air le long de la galerie à une distance x de l'entrée, et T' la température de la roche, à une abscisse x et à une distance r de l'axe, au cours du temps. On appelle T_0 la température initiale uniforme dans la roche. On appelle T_1 la température supposée constante de l'air extérieur pendant la durée d'observation.

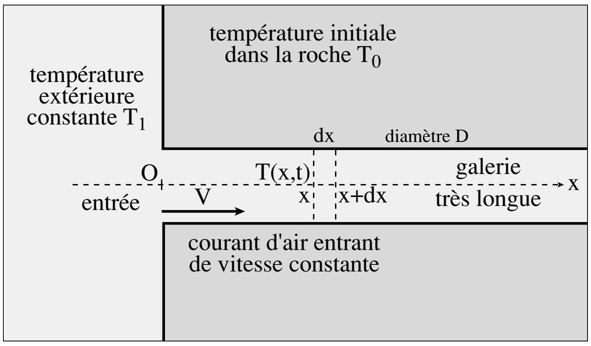


Fig. 3-8- Représentation schématique du problème et notations

Sketch plan and notations

a) Bilan sur l'air

Le courant d'air qui passe de l'abscisse x à l'abscisse $x+dx$ reçoit un flux de chaleur de la paroi, ce qui l'échauffe. On écrit l'équation (3.37) de bilan thermique de l'air (voir les notations au début du chapitre) :

$$\rho_a \frac{\pi D^2}{4} V c_p dT = d\Phi \quad \text{(flux amené par la paroi)}$$

On néglige l'aspect non permanent dans cette équation car le temps caractéristique du passage du fluide dans la conduite (par exemple quelques minutes) est très petit devant les durées nécessaires à l'évolution des températures (par exemple plusieurs jours).

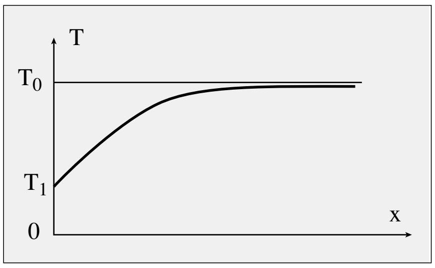


Fig. 3-9- Conditions initiales pour la température de l'air

Initial air temperature versus distance from entrance

Le flux amené par la paroi se calcule en convection forcée par une loi d'échange (en écoulement turbulent). Les lois d'échanges n'ont pas été établies pour des écoulements en conduites aussi irrégulières que celles qu'on rencontre dans les cavités naturelles, mais il est probable que la forme de la loi ne sera que peu changée. La modification se reportera plutôt sur le coefficient numérique α qui vaut 0,023 pour la relation proposée par Colburn mais les mesures de la mine du Chêne ont fourni le double (cf. § 1.4.3.f) :

$$\varphi = \frac{d\Phi}{\pi D\, dx} = Nu\, \lambda_a \frac{(T_p - T)}{D} \quad \text{avec} \quad Nu = \alpha\, Re^{0,8}\, Pr^{1/3} \quad \text{(relation de Colburn)} \tag{3.38}$$

On en déduit la relation sur la dérivée axiale de la température moyenne de l'air dans la galerie :

$$\frac{dT}{dx} = 4\,\alpha \frac{Re^{0,8}\, Pr^{1/3}}{D\, D\, V} \frac{\lambda_a}{\rho_a\, c_p} (T_p - T) \tag{3.39}$$

Et en tenant compte des définitions des nombres de Reynolds et de Prandtl : $Re = \frac{V\,D}{\nu}$ $\quad Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\rho_a\, c_p\, \nu}{\lambda_a}$

l'expression se simplifie sous la forme : $$\frac{dT}{dx} = \frac{4\,\alpha}{D} \frac{1}{Re^{0,2}\, Pr^{2/3}} (T_p - T) \tag{3.40}$$

soit encore $$\boxed{\frac{dT}{dx} = \frac{A}{R}(T_p - T)} \quad \text{avec} \quad A = \frac{2\,\alpha}{Re^{0,2}\, Pr^{2/3}} \tag{3.41}$$

$$A = \frac{2\,\alpha}{Re^{0,2}\, Pr^{2/3}} = \frac{2.\ 0,023\, (15.10^{-6})^{0,2}}{(V D)^{0,2}\, 0,7^{2/3}} = 0,00633\, (V D)^{-0,2} \tag{3.42}$$

La constante A est sans dimension, mais le coefficient numérique 0,00633 est quant à lui dimensionné. Les conditions aux limites se trouvent, d'une part à l'entrée pour laquelle la température de l'air reste constante et égale à T_1 , et d'autre part à la paroi. Nous examinerons cette dernière condition plus loin.

b) Conduction dans l'épaisseur de la roche au voisinage de la paroi

L'équation de conduction est l'équation de Fourier (1822). On l'écrit en coordonnées cylindro-polaires. La symétrie de révolution du problème thermique permet de ne garder qu'un seul terme pour la partie diffusion (le 2e membre de l'équation) :

$$\boxed{\frac{\partial T'}{\partial t} = a_c \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T'}{\partial r}\right)} \tag{3.43}$$

Les conditions initiales sont une température uniforme dans la roche et égale à T_0 , et les conditions aux limites sont représentées par le flux cédé à l'air qui circule, cette échange se faisant à la paroi, c'est-à-dire pour $r = D/2$, et pour laquelle la température est notée T_p.

La relation de Fourier entre le gradient de température de la roche au voisinage de la paroi et le flux nous permet d'écrire la condition de continuité des flux à la paroi :

$$\lambda_c \left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_{r = D/2} = \varphi = \alpha\, Re^{0,8}\, Pr^{1/3} \frac{\lambda_a}{D} (T_p - T) \tag{3.44}$$

d'où $$\boxed{\left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_{r = D/2} = \frac{2\,B}{D}(T_p - T)} \quad \text{avec} \quad B = \frac{\alpha}{2} Re^{0,8}\, Pr^{1/3} \frac{\lambda_a}{\lambda_c} \tag{3.45}$$

$$B = \frac{\alpha}{2} Re^{0,8}\, Pr^{1/3} \frac{\lambda_a}{\lambda_c} = \frac{0,023}{2} \left(\frac{V\,D}{15.10^{-6}}\right)^{0,8} 0,7^{1/3}\, \frac{0,024}{2,25} = 0,787\, (V\,D)^{0,8} \tag{3.46}$$

3.2.4. Simplification du système d'équations. Variables sans dimension

a) Théorème de Vashy-Buckingham et unités naturelles

On a intérêt à transformer les variables dimensionnées en variables sans dimension en divisant chacune par une unité naturelle pour le problème. Cela permet de diminuer le nombre de paramètres intervenant dans la solution.

C'est le théorème de Vashy-Buckingham : un système de formules de dimensions avec p unités fondamentales ayant été adopté, toute solution d'un problème, si elle s'exprime par une relation entre n grandeurs, s'exprime aussi par une relation entre n - p grandeurs sans dimension. Cette nouvelle relation est appelée relation réduite. Dans l'expression de la relation réduite, le nombre de paramètres, donc de degrés de liberté, a été diminué de p.

C'est pour cette raison de simplification des discussions et d'analyse que l'on transforme, dans les problèmes complexes, les équations physiques en équations sans dimension.

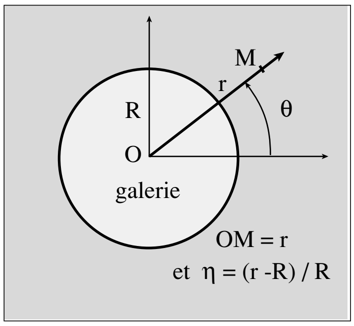


Fig. 3-10- Définition de la coordonnée radiale sans dimension η

Adimensional radial co-ordonnate

Les unités naturelles. Les variables d'espace x et r jouant un rôle différent, on choisit pour elles deux unités différentes (le problème est donc à deux échelles d'espace = distorsion de l'espace). Comme l'équation en température ne fait intervenir que les dérivées de T, on peut choisir l'origine des températures que l'on veut. On prendra $T_1 - T_0$ comme unité de température, c'est-à-dire l'écart entre la température extérieure T_1 et la température de la roche profonde T_0. L'origine des températures sera prise égale à T_0. Pour éviter une lourdeur d'écriture, on pose dans toute la suite du chapitre R = D/2 , le rayon de la galerie. L'unité de temps est celle donnée par la diffusion thermique dans la roche calcaire associée à une longueur égale au rayon.

Unité naturelle de longueur axiale : $$x_0 = \frac{R}{A} \quad \left(\approx 79\ D^{1,2}\ V^{0,2}\right) \tag{3.47}$$

unité naturelle de longueur transversale : $$r_0 = \frac{R}{B} \quad \left(\approx\ 0,635\ \ D^{0,2}\ V^{-0,8}\right) \tag{3.48}$$

unité naturelle de temps : $$t_0 = \frac{R^2}{B^2\ a_c} = \frac{r_0^2}{a_c} \quad \left(\approx 4,13\ D^{0,4}\ V^{-1,6}\quad \text{en jours}\right) \tag{3.49}$$

Les variables sans dimension

Températures sans dimension : $$\theta = \frac{T - T_1}{T_0 - T_1} \qquad \theta' = \frac{T' - T_1}{T_0 - T_1} \tag{3.50}$$

abscisse sans dimension : $$\xi = \frac{A\ x}{R} \tag{3.51}$$

coordonnée radiale sans dimension : $$\eta = \frac{B\left(r - R\right)}{R} \tag{3.52}$$

temps sans dimension : $$\tau = \frac{B^2\ a_c}{R^2}\ t \tag{3.53}$$

Avec ces nouvelles définitions, la température θ dans l'air croît de 0 à 1 le long de la galerie, la température profonde θ' vaut 1 . Les températures sans dimension dans la roche sont comprises entre 0 et 1 .

Exemple d'unités naturelles de longueurs et de temps. On peut calculer, pour une vitesse V = 1 m/s et différents diamètres D , l'unité d'abscisse x_0 , et l'unité naturelle de temps t_0 :

$$x_0 = 79\ D^{1,2}.V^{0,2}$$
$$t_0 = 4{,}13\ D^{0,4}.V^{-1,6} \quad \text{(avec } t_0 \text{ en jours)}$$

B = 0,787	V = 1 m/s	D = 1 m	x_0 = 79 m	t_0 = 4,13 jours
B = 1,37	V = 1 m/s	D = 2 m	x_0 = 181 m	t_0 = 5,44 jours
B = 2,85	V = 1 m/s	D = 5 m	x_0 = 545 m	t_0 = 7,86 jours

b) Le système d'équations sans dimension

Les équations deviennent :

bilan pour l'air
$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \theta_p - \theta \qquad \text{avec} \quad \theta_{\xi=0} = 0 \tag{3.54}$$

conduction dans la roche
$$\frac{\partial \theta'}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta'}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta + B}\frac{\partial \theta'}{\partial \eta} \tag{3.55}$$

raccord à la paroi pour $\eta = 0$
$$\left(\frac{\partial \theta'}{\partial \eta}\right)_{\eta=0} = \theta_p - \theta \qquad \text{avec} \quad \theta_p = \theta'_{(\eta=0)} \tag{3.56}$$

Le problème, exprimé en variables sans dimension, dépend de la constante sans dimension B , vue plus haut :

$$B = \frac{\alpha}{2} Re^{0,8}\ Pr^{1/3} \frac{\lambda_a}{\lambda_c} = 0{,}787\ (V\ D)^{0,8} \tag{3.57}$$

Il n'y a donc pas de solution universelle à ce problème. Il faudra discuter la solution en fonction de ce paramètre B. Mais la constante B n'intervient que dans un seul terme. La signification physique du terme dans lequel intervient B est l'élargissement des lignes de flux quand on s'éloigne de la paroi. Cet élargissement sera négligeable quand le rayon de la galerie sera grand ou quand le temps d'observation sera petit. Ce terme serait rigoureusement nul pour une galerie à paroi plane du genre laminoir (équivalent à B infini).

Pour une valeur de B donnée, c'est-à-dire pour un produit V D donné, on pourra résoudre le problème.

Remarque pour la résolution. La solution d'un problème aux équations aux dérivées partielles comme celui-ci, est la solution d'un ensemble de relations qui comprend les équations traduisant les phénomènes physiques (bilan, conduction…) et les relations traduisant les conditions aux limites. On ne peut espérer, comme dans la résolution de certaines équations différentielles ordinaires, résoudre les équations et calculer certaines constantes grâce aux conditions aux limites. Pour les équations aux dérivées partielles, la forme même de la solution dépend des conditions aux limites que l'on doit donc associer aux équations proprement dites.

c) Cas où la solution est universelle

Si la durée d'observation est courte, la courbure de la galerie ne joue aucun rôle. On peut considérer le problème de conduction dans la roche comme un problème sur une paroi plane.

Les 1ère et 3e équations sont inchangées, seule la deuxième équation est modifiée :

$$\frac{\partial \theta'}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta'}{\partial \eta^2} \tag{3.58}$$

Notre problème sans dimension ne dépendant d'aucun paramètre, sa solution sera universelle. Cette solution correspond à des galeries de grands diamètres ou à des fluctuations rapides des courants d'air dont les périodes n'excèdent guère quelques semaines.

3.2.5. Résolution numérique des équations (programme Therm1)

Le système complet d'équations dépend de B , qui joue le rôle de paramètre indépendant du problème et qui varie comme le produit $(V\ D)^{0,8}$.

Il nous faudra étudier l'influence du paramètre B sur la solution, ce que nous ferons plus loin pour une valeur fixée des autres paramètres.

a) On discrétise l'équation de conduction dans la roche

Dans les § a et b, on renonce aux lettres grecques pour les coordonnées et le temps sans dimension, et on les remplace, par simplicité, par des lettres latines (x pour ξ, y pour η, t pour τ) :

$$\frac{\theta'(x,y,t+dt) - \theta'(x,y,t)}{dt} = \frac{\theta'(x,y+dy,t) + \theta'(x,y-dy,t) - 2\theta'(x,y,t)}{dy^2} + \frac{1}{y+B}\,\frac{\theta'(x,y+dy,t) - \theta'(x,y-dy,t)}{2\ dy} \qquad (3.59)$$

On choisit de prendre $dt/dy^2 = 1/2$ (méthode de Schmidt) ce qui assure la plus grande rapidité de calcul, tout en évitant l'instabilité numérique. On obtient alors :

$$\theta'(x,y,t+dt) = \theta'(x,y+dy,t)\left(\frac{1}{2} + \frac{dy}{4\,(y+B)}\right) + \theta'(x,y-dy,t)\left(\frac{1}{2} - \frac{dy}{4\,(y+B)}\right) \qquad (3.60)$$

La solution étant partout connue dans la roche à l'instant t (qui peut être aussi l'instant initial), on se sert de cette relation pour calculer la température en tout point de la roche à l'instant t+dt , à l'exception des points loin de la galerie dans le massif rocheux qu'on garde à température constante. Et il reste à calculer la nouvelle température à la paroi et dans le courant d'air.

b) Calcul de proche en proche des températures de la roche et de l'air à l'instant t+dt

Soient deux points contigus sur l'axe des x , notés a et b , dont les températures de l'air sont θ_a et θ_b , et soient le point voisin de la paroi dont la température est notée θ'_1 , et le point un peu plus loin dans la roche dont la température est notée θ'_2 . Pour la commodité du calcul, le maillage dans la roche est décalé d'un demi-pas par rapport à celui de la galerie.

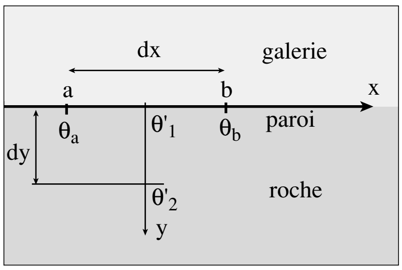


Fig. 3-11- Maillage en x et en y

Discretisation in x and y co-ordonnates

Le bilan axial conduit à l'équation discrétisée : $\frac{\theta_b - \theta_a}{dx} = \theta'_1 - \frac{\theta_a + \theta_b}{2}$

De même, la continuité du flux à la paroi fournit : $\frac{\theta'_2 - \theta'_1}{dy} = \theta'_1 - \frac{\theta_a + \theta_b}{2}$

Ces deux équations ont deux inconnues θ_b et θ'_1 car θ_a est supposée connue par le calcul de proche en proche et θ'_2 a été calculée par l'équation de conduction. Les deux équations précédentes conduisent aux deux relations suivantes qui permettent d'obtenir θ_b et θ'_1 :

$$\theta_b = \frac{(2 + 2dy - dx)\,\theta_a + 2\ dx\ \theta'_2}{2 + 2dy + dx} \qquad (3.63)$$

$$\theta'_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{dx}\right)\theta_a + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{dx}\right)\theta_b \qquad (3.64)$$

On peut donc calculer les températures partout dans la roche et dans l'air au pas de temps t+dt . La température sans dimension de l'air à l'entrée de la galerie est imposée et égale à 0 .

c) Validité de la solution simplifiée qui ne dépend pas de B

Du fait de la structure des équations, la perturbation thermique s'étendra dans la roche indéfiniment vers x et y. Ce sont les valeurs numériques des paramètres A et B qui fixent, pour une durée de calcul donnée, les limites à adopter pour x et y.

Le calcul simplifié suppose que la perturbation thermique ne pénètre pas trop loin dans la roche pour que les effets de divergence des lignes de flux thermiques restent insensibles. Nous allons examiner la limite de validité de ce calcul, c'est-à-dire pour quelle plage des valeurs du temps τ l'approximation reste valable. Il suffit de remarquer que c'est près de l'entrée que la roche est la plus perturbée, pour imposer la condition à cet endroit. On sait qu'en conduction thermique, l'épaisseur de pénétration d'un front thermique se déduit du temps et de la diffusivité thermique du matériau par la relation : $e = \sqrt{a_c\, t}$.

Et on veut que cette épaisseur de pénétration soit nettement plus petite que le rayon R de la galerie. On en déduit la condition : $e < R_2$, c'est-à-dire en passant aux grandeurs sans dimension : $\tau < B_2$. La limite de validité du calcul numérique est donnée par cette condition qui dépend du diamètre et de la vitesse de débit du courant d'air :

$$\tau \leq 0{,}62\,(V\,D)^{1{,}6} \quad \text{avec } V \text{ en m/s et } D \text{ en m} \tag{3.65}$$

Exemple numérique. Pour $V = 1$ m/s et $D = 5$ m , on doit se limiter à $\tau = 1$, c'est-à-dire aussi à un temps physique t = 8 jours. Ce temps court nous montre que le calcul simplifié est limité aux perturbations thermiques de périodes petites. En particulier, les variations annuelles ne sont pas décrites par le modèle simplifié.

d) Solution analytique correspondant à la répartition initiale de la température de l'air

La solution que nous avons établie au § 2.6.2 peut servir ici aux premiers instants pour lesquels la température de paroi est uniforme et égale à la température profonde du massif ($\theta_p = 1$). Le système d'équations se ramène alors au seul bilan thermique sur l'air dont l'équation s'intègre facilement :

$$\frac{d\theta}{d\xi} = 1 - \theta \quad \Rightarrow \quad \xi = -\ln(1 - \theta) \tag{3.66}$$

3.2.6. Résultats des calculs numériques (programme Therm1)

Ils sont donnés en variables sans dimension, mais nous donnons les relations numériques de passage afin de permettre de resituer les résultats mathématiques dans le contexte physique (x et y sont en mètres et t est en secondes sauf indication contraire).

$$x = 79\, D^{1,2}.V^{0,2}\, \xi \tag{3.66b}$$

$$y = r - R = 0{,}635\, D^{0,2}.V^{-0,8}\, \eta \tag{3.66c}$$

$$t = 357\,000\, D^{0,4}.V^{-1,6}\, \tau \tag{3.66d}$$

Dans la dernière relation, si on exprime t en jours (plutôt qu'en secondes), la constante 357000 devient 4,13 . Elle est dimensionnée.

a) Profil thermique de l'air le long de la galerie

L'air entre dans la galerie avec une température (sans dimension) nulle et s'échauffe jusqu'à la valeur maximale 1. Il va donc passer par les valeurs successives 0,5 (50% du maximum), 0,9 (90%) et 0,99 (99%) . On note les abscisses correspondantes ξ_{50}, ξ_{90} et ξ_{99}.

Pour $\tau = 0$ $\xi_{50} = 0{,}69$ $\xi_{90} = 2{,}3$ $\xi_{99} = 4{,}6$

Sur la figure ci-contre, la courbe donnant la progression au cours du temps de l'abscisse correspondant à une valeur $\theta = 0{,}5$, est la plus intéressante. Pour $\tau = 0$ la solution exacte fournit $\xi_{50} = 0{,}69$. Pour des valeurs de $\tau > 0{,}1$, l'expression analytique fournie par le grapheur pourra être utilisée dans les calculs d'ordre de grandeur.

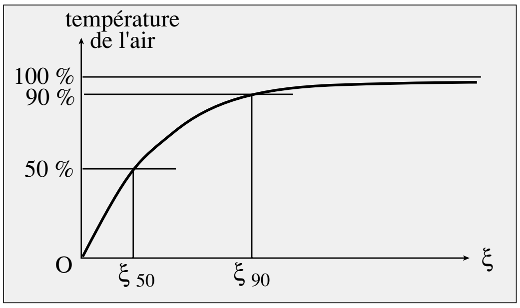


Fig. 3-12- Évolution de la température de l'air le long de la galerie. Définition des abscisses ξ_{50} et ξ_{90}

Longitudinal air temperature

La relation approchée fournie par le grapheur :

$$\xi_{50} = 1{,}613\ \tau^{0{,}146} \qquad (3.67)$$

Traduisons cette relation en variables physiques :

$$x_{50} = 104\ V^{0{,}43}\ D^{1{,}14}\ t^{0{,}146} \qquad (3.68)$$

Soit d'une manière équivalente :

$$t_{50} = 1{,}53.10^{-14}\ \frac{x^{6{,}85}}{V^{2{,}97}\ D^{7{,}82}} \qquad (3.69)$$

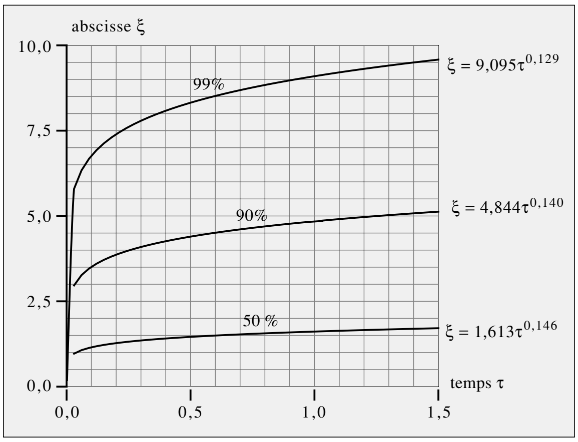


Fig. 3-13- Les abscisses ξ pour lesquelles les températures sans dimension de l'air valent respectivement 0,5, 0,9, 0,99 , en fonction du temps τ.
On a indiqué l'équation empirique des courbes, fournies par le grapheur.
Cas des grandes valeurs de B

Pour $\tau = 0$, $\xi_{50} = 0{,}69$ $\xi_{90} = 2{,}3$ $\xi_{99} = 4{,}6$

Abscisses for adimensional temperature of 0.5, 0.9, 0.99 versus adimensional time

Ainsi, la perturbation thermique progresse d'autant plus loin (pour une durée donnée) que le diamètre est plus grand et que la vitesse du courant d'air est plus grande. L'effet de la vitesse n'est pas très fort, alors que celui du diamètre est nettement plus important.

Prenons un exemple. Soit une galerie de 2 mètres de diamètre dans une roche de température 5°C et soit un courant d'air de vitesse de 0,5 m/s qui pénètre dans la galerie avec une température d'entrée de 15°C. La température de l'air vaut donc 15°C à l'entrée et diminue vers l'intérieur. Elle aura la valeur 10°C (50%) :

à 108 m de distance au bout de quelques s
(on a utilisé l'expression exacte initiale)
à 200 m de distance au bout de 76 heures
à 500 m de distance au bout de 1680 jours.

Pour les conditions choisies, la température de l'air devient celle du milieu rocheux au bout de quelques centaines de mètres. La distance au bout de laquelle la température s'est écartée de la température d'entrée de 90% , est *grosso modo* trois fois plus grande que pour un écart de 50%. La progression en fonction du temps est très lente puisqu'un doublement du temps d'observation ne s'accompagne que d'un accroissement de 10% de la longueur influencée. C'est l'exposant très faible (0,146) du temps qui en est la cause.

b) Influence du paramètre B sur la longueur de pénétration

Nous avons représenté sur les figures ci-contre et pour différentes valeurs de B, l'abscisse pour laquelle la température sans dimension de l'air est égale à 0,5. C'est la distance ξ_{50} vue au-dessus. Elle représente la distance sans dimension nécessaire pour que la température de l'air ait varié de 50% de son amplitude de variation totale.

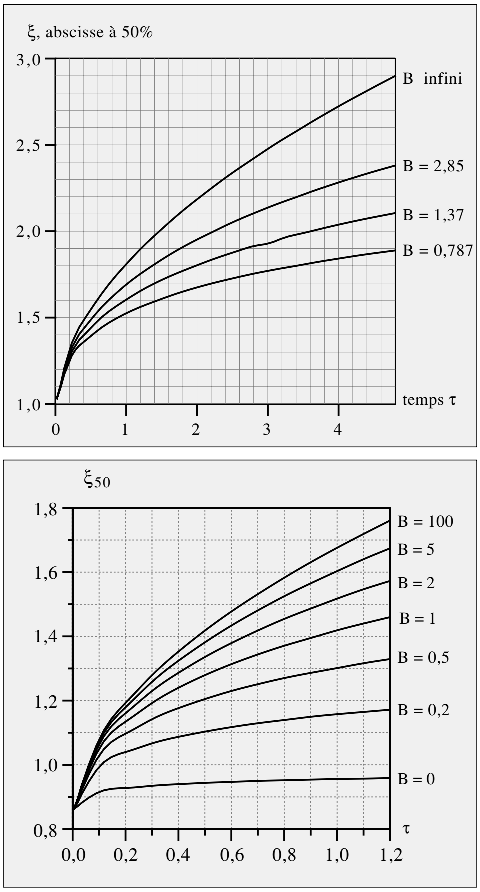


Fig. 3-14 a et b
Distance sans dimension à l'entrée pour laquelle la température sans dimension de l'air $\theta = 0{,}5$ pour différentes valeurs de $B = 0{,}787\ (VD)^{0{,}8}$.
La figure ci-contre est un agrandissement de celle du dessus
Pour $\tau = 0$ $\xi_{50} = 0{,}69$

Adimensional distance from entrance for adimensional air temperature of 0.5
The bottom figure is a zoom of the top figure

Exemple numérique. Ainsi, on déduit du graphique, pour un diamètre donné D = 1 m et une vitesse du courant d'air de 1 m/s, une augmentation de la température (sans dimension) du courant d'air de la valeur 0 à la valeur 0,5 sur la longueur de 60 m ($\xi = 1{,}51$) au bout de 4 jours ($\tau = 1$), et sur la longueur de 73 m ($\xi = 1{,}85$) au bout de 16,5 jours ($\tau = 4$).

Les courbes des figures 3-14 représentent donc l'évolution de la distance atteinte par la perturbation thermique pour des durées ne dépassant pas quelques dizaines de jours. Les distances atteintes sont importantes et peuvent dépasser 4 km dans le cas des grandes galeries. Ces valeurs semblent considérables mais supposent des galeries de sections régulières et un fort débit, ce qui est rarement le cas.

Autre exemple numérique. Une galerie de diamètre D = 2 m est parcourue à partir de l'instant initial par un vent entrant de vitesse V = 0,3 m/s. La température profonde du massif est 16 °C, la température du courant d'air est 0°C. On calcule la constante B = 0,52.

L'unité naturelle de longueur est $x_0 = 79\ D^{1,2}.V^{0,2} = 142{,}7$ m,
et l'unité naturelle de temps est $t_0 = 4{,}13\ D^{0,4}.V^{-1,6} = 37{,}4$ jours.

La température médiane, c'est-à-dire 8°C sera atteinte en quelques secondes, à la distance de l'entrée $\xi_{50} = 0{,}69$ soit $L_0 = 100$ m. Une heure plus tard, cette distance sera restée inchangée ($\tau = 0{,}0011$). Dix jours plus tard ($\tau = 0{,}27$) on lit $\xi_{50} = 1{,}13$ sur le graphique ci-dessus, et la distance est devenue 161 m.

c) Notion de temps caractéristique pour un tronçon L près de l'entrée du courant d'air

Si la longueur de la galerie est infinie, la perturbation thermique pénétrera d'autant plus loin que le phénomène dure plus longtemps, mais si on considère un tronçon de galerie de longueur finie (L), la perturbation thermique finira par gagner tout ce tronçon de galerie en un temps fini.

La grandeur qui nous intéresse est la température de l'air moyennée tout le long du tronçon de galerie (pas trop petit sinon le temps sera nul). Au début du courant d'air, cette température totale moyenne sera d'abord T_0 (température de la grotte), puis au fur et à mesure que l'air extérieur influencera thermiquement la grotte, la température totale moyenne de l'air tendra vers la température extérieure T_1.

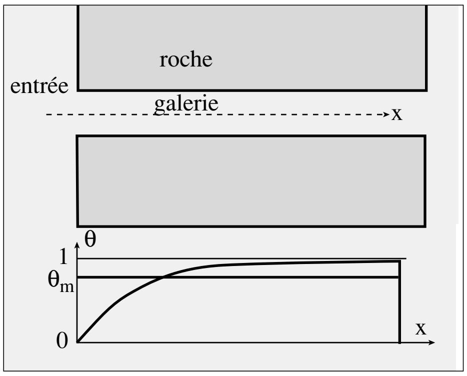


Fig.3-15- Température moyennée θ_m le long de la galerie à un instant donnée

Air mean temperature versus distance from entrance at a given time

Définition du temps caractéristique. Le temps caractéristique associé à la distance L à l'entrée du courant d'air est celui au bout duquel la température totale moyennée sur la longueur L est égale à la demi-somme de la température profonde de la roche et de la température de l'air extérieur, c'est-à-dire en grandeur sans dimension $\theta_m = 0{,}5$.

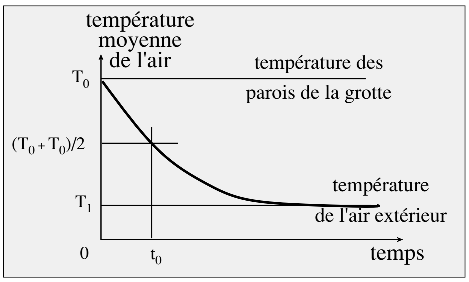


Fig. 3-16- Temps caractéristique t_0 associé au phénomène thermique, pour une galerie de longueur finie L

Characteristic time of air temperature in a gallery with given L length

Longueur initiale. La résolution analytique, fournissant le profil de température de l'air pendant les premières secondes (cf. plus haut), nous permet de calculer à partir de quelle longueur, le temps caractéristique est différent de 0. Ce temps caractéristique de zéro est en réalité celui qui permet au courant d'air de parcourir la galerie. Il n'est donc pas tout à fait nul mais sûrement inférieur à une heure. Ici, nous ne cherchons pas la distance à laquelle la température $\theta = 0{,}5$, mais la distance ξ_{L0} pour laquelle la moyenne des températures θ (calculée entre l'entrée et la distance) est égale à 0,5 :

$$\theta = 1 - e^{-\xi} \quad (3.70)$$

$$\theta_m = \frac{1}{\xi_L}\int_0^{\xi_L}\left(1 - e^{-\xi}\right)d\xi = \frac{1}{\xi_L}\left[\xi + e^{-\xi}\right]_0^{\xi_L} = 1 - \frac{1 - e^{-\xi_L}}{\xi_L} \quad (3.71)$$

$$\theta_m = 0{,}5 = 1 - \frac{1 - e^{-\xi_{L0}}}{\xi_{L0}} \quad \Rightarrow \quad \xi_{L0} \approx 1{,}594 \qquad (3.72)$$

Cette valeur est 2,3 fois plus grande que la valeur initiale de $\xi_{50} = 0{,}69$. On remarque qu'à cette distance la température sans dimension de l'air vaut $\theta = 0{,}80$. On en déduit l'équivalence à l'instant initial $\xi_{L0} = \xi_{80}$.

On repasse en variable physique par les relations 3-66 :

$$L = 79\ V^{0,2}\ D^{1,2}\ \xi_L \qquad (3.73)$$

et $$t_{car} = 4{,}13\ \frac{D^{0,4}}{V^{1,6}}\ \tau_0 \quad \text{avec} \quad t_{car} \text{ en jours} \qquad (3.74)$$

Il faut prendre garde que nous supposons ici la vitesse de l'air constante dans le temps. Cela veut dire que la validité du résultat sera acquise si la pression motrice à l'origine du courant d'air est due à un tronçon au delà de la longueur L considérée, et dont la température reste constante pendant la durée du phénomène. Sinon, la vitesse du courant d'air changerait pendant le phénomène (rétroaction).

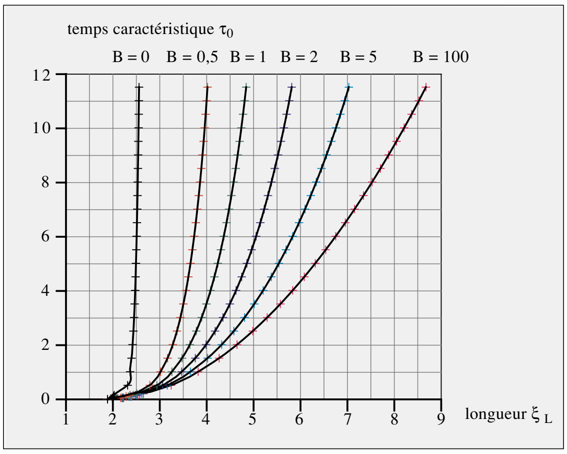


Fig. 3-17- Temps caractéristique sans dimension τ_0 en fonction de la longueur sans dimension ξ_L de la galerie pour différentes valeurs de B pour $\tau = 0$ on a $\xi_{L0} = 1{,}594$

Adimensional characteristic time versus adimensional length of gallery for different B values

En examinant les valeurs trouvées pour le temps caractéristique en fonction de B et de ξ_L , on pourra essayer de trouver une relation empirique qui pourrait rendre des services. Par exemple, pour B = 1 (c'est-à-dire pour V D = 1,35), on peut prendre :

$$\tau_0 = 3{,}23.10^{-3}\ \xi_L^5. \qquad (3.75)$$

Exemple numérique. Soit une galerie de longueur L = 1000 m, de diamètre D = 2 m et un courant d'air entrant à l'instant initial, de vitesse V = 0,675 m/s. La constante B vaut 1. L'unité naturelle de longueur vaut $x_0 = 168$ m. L'unité naturelle de temps $t_0 = 10{,}2$ jours. On vérifie d'abord que la longueur sans dimension ξ_L est supérieure à $\xi_{L0} = 1{,}594$. On trouve $\xi_L = 5{,}95$. On peut donc appliquer la relation fournie par le tableur. On obtient $\tau_0 = 24$ soit encore un temps caractéristique $t_{car} = 246$ jours.

Si la galerie avait fait seulement 100 m de longueur, le temps caractéristique aurait été nul ou plutôt, il aurait été égal à L/V = 148 s, ce qui est très peu à l'échelle de la cavité et donc assimilable à 0.

d) Pénétration de la perturbation thermique dans la roche

La conduction thermique cause un refroidissement de la roche, d'autant plus grand qu'on est plus près de l'entrée (ξ petit) et qui concerne une épaisseur d'autant plus grande que le temps augmente. L'épaisseur de pénétration dans la roche entourant le conduit n'est pas proportionnelle au temps mais augmente plutôt comme la racine carrée du temps (comme dans tout phénomène de diffusion).

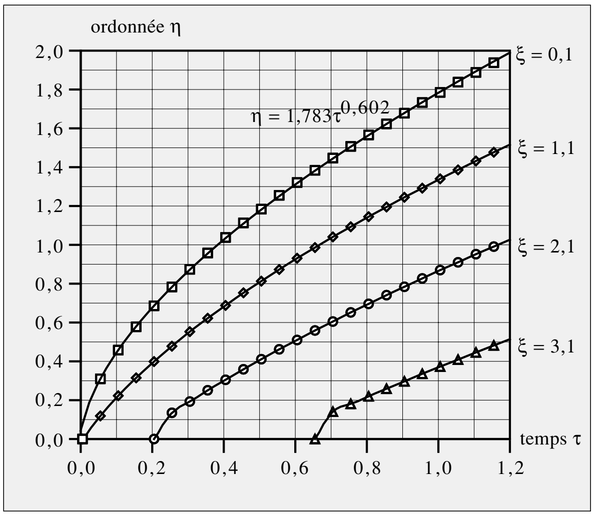


Fig. 3-18- Ordonnées pour lesquelles la température sans dimension dans la roche θ' = 0,9 pour différentes distances ξ de l'entrée, et en fonction du temps τ.

Distance of wall for adimensional rock temperature equal 0.9 versus time for different adimensional distances from entrance

On a reporté sur la figure ci-contre, l'écart relatif entre les températures de l'air et de la paroi, à l'abscisse ξ_{50} , variable au cours du temps, et telle que la température sans dimension de l'air est égale à 0,5 :

$$r = \frac{\theta_{\xi 50} - \theta'_{\xi 50}}{\theta_{\xi 50}} \quad \Leftrightarrow \quad \theta'_{\xi 50} = 0{,}5\,(1 - r)$$

Ce rapport r diminue graduellement au cours du temps. On en déduit que pour un temps court, la température de paroi est nettement différente de la température de l'air.

Par exemple pour un temps sans dimension $\tau = 0{,}8$, et à la distance à l'entrée telle que l'air a augmenté sa température de 50%, on voit sur la courbe ci-dessus que le rapport r vaut 0,5 . On en déduit que la paroi a baissé sa température de 25% depuis le début de l'expérience. Pour cet instant-là, l'écart de température entre la paroi et la roche profonde est égal à l'écart de température entre l'air et la paroi. On a représenté au-dessous la configuration des températures à cet instant particulier.

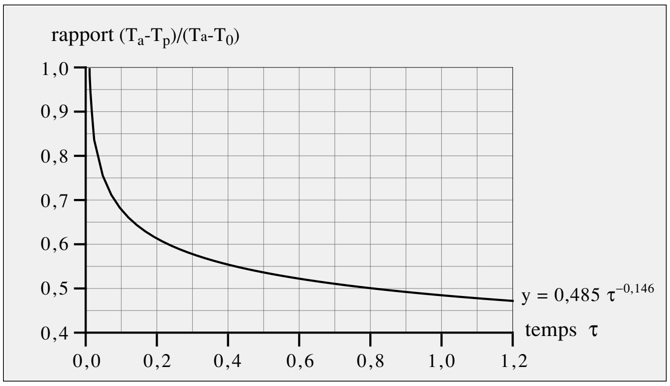


Fig. 3-19- L'écart relatif entre la température de l'air et la température de paroi en fonction du temps, au point ξ_{50} où la température (sans dimension) de l'air $\theta = 0{,}5$. Le tableur propose une relation approchée

Air and wall temperature difference versus time at the distance from entrance that adimensional air temperature is 0.5

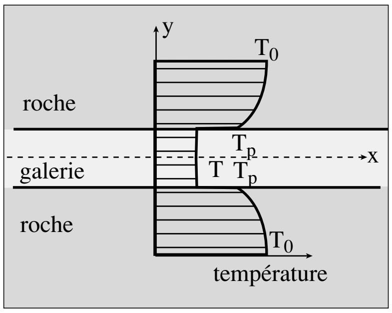


Fig. 3-20- Profil de température dans la roche pour $\tau = 0{,}8$ et l'abscisse ξ_{50} . On a alors la propriété $T_0 - T_p = T_p - T$. T_p est intermédiaire entre T et T_0 Pour des temps plus courts, T_p est plus proche de T_0 . Pour des temps plus longs, T_p est plus proche de T

Rock temperature for adimensional time 0.8 and adimensional absciss 0.5 The wall temperature is intermediate between air and deep rock temperatures

Conclusion. La paroi voit donc sa température influencée par celle de l'air et les écarts entre les températures de l'air et de la paroi diminuent au cours du temps. Mais à l'abscisse telle que la température de l'air a changé de 50% de sa variation totale, la paroi garde une température encore nettement différente de celle de l'air.

Cas d'une galerie dont la section change. Si on suppose le débit constant dans une galerie dont le diamètre change avec x par exemple, le paramètre B change aussi comme $D^{-0,8}$.

En effet, le débit s'écrit $q_v = V \pi D^2/4 = V_0 \pi D_0^2/4$, d'où l'expression de $B = B_0 (D_0/D)^{0,8}$.

La constante B diminue quand D augmente (diminution d'un facteur 0,57 pour un doublement du diamètre). L'unité de distance varie comme $D^{1,8}$ et l'unité de temps comme $D^{3,6}$. Un élargissement de section permet une plus grande portée en distance des perturbations (3,2 fois pour un doublement du diamètre) mais au prix d'un ralentissement énorme (temps 12 fois plus long pour un doublement du diamètre).

e) Notion d'épaisseur de roche concernée

Plus un courant d'air circule longtemps dans une galerie de longueur donnée, plus la perturbation thermique pénètre profondément dans la roche par conduction thermique. Il est intéressant de calculer l'épaisseur de roche concernée pour le temps caractéristique associé au tronçon L de la galerie (et pour une vitesse donnée). Par exemple on pourra considérer la distance à la paroi pour laquelle la température dans la roche est la demi-somme de la température de paroi et de la température au loin dans la roche. Mais il est plus simple de calculer le volume équivalent de roche dont la chute de température ΔT assure l'apport qui a été nécessaire à l'air pour obtenir sa température au bout d'une longueur L.

Ce volume réparti sur la longueur L nous fournira une épaisseur de pénétration équivalente intéressante à considérer.

Il est facile de calculer cette donnée à l'aide du programme. Il suffit, à un instant du calcul donné, de déterminer la longueur caractéristique qui fournit une modification relative de la température de l'air égale à 0,5 et de calculer jusqu'à cette abscisse le déficit d'énergie interne de la roche entourant la galerie.

Sur la figure ci-contre, l'épaisseur de roche équivalente est représentée en fonction de la longueur sans dimension du tronçon de galerie et du paramètre B . Cette épaisseur varie beaucoup avec B .

Cette épaisseur, ou plutôt la masse de calcaire concernée par la perturbation thermique permet de calculer une sorte de capacité thermique de la roche concernée par le phénomène thermique.

$$\text{Capacité thermique de calcaire} = \pi\, e\,(D + e)\, L\, \rho_c\, c_c \quad (3.76)$$

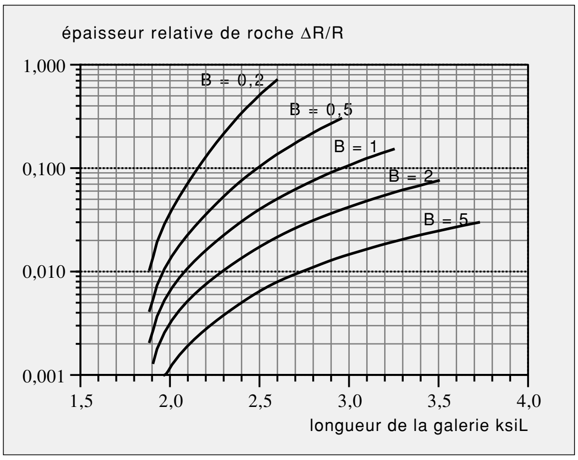


Fig. 3-21- L'épaisseur e/R de paroi relative équivalente (pour un temps égal au temps caractéristique) en fonction de la longueur sans dimension de la galerie et pour différentes valeurs de B

Thermic equivalent deep in the rock for different B values

Exemple numérique. Soit une galerie de longueur L = 500 m, de diamètre D = 2 m et un courant d'air entrant à l'instant initial, de vitesse V = 0,675 m/s. La constante B vaut 1 . L'unité naturelle de longueur vaut x_0 = 168 m. L'unité naturelle de temps t_0 = 10,2 jours. On vérifie d'abord que la longueur sans dimension ξ_L est supérieure à ξ_{L0} = 1,594. On trouve ξ_L = 3 . Le temps caractéristique de la galerie est τ_{car} = 0,6 soit un temps physique t_{car} = 6,1 jours. L'épaisseur de pénétration moyen dans la roche au bout de ces 6,1 jours est e/R = 0,1 soit e = 10 cm. la masse calcaire concernée est de 790 tonnes, à comparer avec la masse d'air de 1400 tonnes qui a traversé la cavité.

f) Critique du modèle et rôle de l'évaporation et la condensation

L'étude que nous avons faite est facilement critiquable. Aucun conduit naturel ne possède un diamètre aéraulique régulier. Les parois sont rugueuses et le coefficient d'échange thermique dépend de cette rugosité. Plus grave encore. Les galeries sont parcourues le plus souvent par des écoulements d'eau sur la totalité de la longueur ou au moins sur un tronçon. Même un petit débit suffit à perturber notablement le champ thermique. Un débit de 1 m^3/s d'air, qui représente un gros débit d'air, équivaut au point de vue thermique à un débit de 0,3 l/s d'eau, ce qui n'est pas un gros débit d'eau. Notre modèle ne peut donc avoir la prétention de fournir des valeurs numériques exploitables dans les cas réels. En revanche, il peut donner des ordres de grandeur qui serviront à interpréter des mesures dans des cavités. Il peut servir de base à une étude réelle à condition de compliquer le modèle numérique.

De quelle façon tous ces résultats pourraient être étendus à une cavité réelle ? Les conditions imposées sont faciles à obtenir si on a fermé la cavité durant un temps au moins égal au temps prévu d'observation. La mesure de la vitesse initiale et des températures au cours du temps en quelques points bien choisis, permettraient de trouver par comparaison avec le modèle, les paramètres sans dimension notés A et B. Comme ces paramètres sont calculables directement, la comparaison des deux valeurs serait instructive et pourrait conduire, dans les cas géométriques les plus simples, à de nouvelles valeurs de α (relation de Colburn) et à la conductivité thermique équivalente du calcaire de la cavité étudiée.

Nous avons négligé les phénomènes d'évaporation et condensation, non pas qu'ils aient un effet secondaire (nous avons déjà vu leur rôle prépondérant dans l'exemple de la grotte de la Ture), mais parce qu'on ne les retrouve pas à coup sûr dans les entrées de grottes. L'air froid qui entre l'hiver par une entrée basse, se réchauffe et son humidité diminue en l'absence de source de vapeur. Il sèche donc les parois. Tant que les parois restent humides, cette évaporation retarde le réchauffement de l'air. Nous reportons à plus loin, l'étude du rôle de l'évaporation et de la condensation (§ 3.5).

Conclusions

Nous avons montré plusieurs propriétés thermiques dans un conduit qui subit brutalement l'intrusion d'un air dont la température est différente. Reprenons-les dans l'ordre.

Au tout début du phénomène, la température de l'air rejoint, exponentiellement avec la distance à l'entrée, la température profonde de la roche. Il y a donc une distance caractéristique L_0 pour ce phénomène. Cette distance augmente ensuite régulièrement, mais lentement, en fonction du temps.

Nous avons calculé l'évolution au cours du temps du profil thermique de l'air le long de la galerie. Nous avons défini des abscisses au bout desquelles la variation de la température de l'air vaut 50%, 90%, 99% de la variation totale.

Nous avons déterminé le rapport entre l'écart de température air-paroi et paroi-roche profonde. Ce rapport peut être relié à des sortes de résistances thermiques du phénomène thermique non permanent. Pour les temps courts, la paroi se trouve à une température voisine de la température profonde de la roche, mais après un temps (sans dimension) voisin de 1, la paroi parvient à une température intermédiaire entre l'air et la roche. On en déduit que dans une section donnée, la résistance thermique de convection est d'abord plus grande que la résistance de conduction dans la roche. Puis au bout d'un certain temps, les deux résistances deviennent égales, et au delà, il y a inversion: la résistance convective devient plus petite que la résistance conductive.

Un temps caractéristique de mise en température d'une galerie ou d'un réseau de longueur donnée a été défini et calculé. Une fluctuation de la température de l'air extérieur, dont la période est nettement plus petite que le temps caractéristique, sera lissée dans la cavité avant de l'avoir traversée. En revanche, une fluctuation de température extérieure de période plus grande que le temps caractéristique de la cavité lui fera subir son empreinte.

Nous avons calculé une épaisseur moyenne équivalente de roche concernée par la perturbation thermique. Cette épaisseur est associée à une capacité thermique, qui caractérise l'inertie thermique de la roche. Cette capacité thermique augmente avec le temps.

3.3. Tube à vent. Variation sinusoïdale de la température extérieure

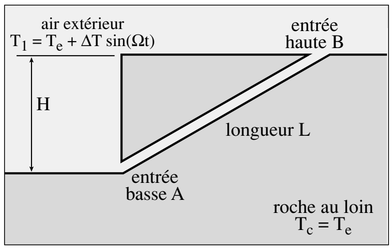


Fig. 3-22- Schéma du réseau

Sketch map of subterranean system

3.3.1. Énonce du problème

On considère une galerie de diamètre D, de longueur L et connectée à ses deux extrémités avec l'extérieur. La dénivellation H entre les deux entrées est donnée. Elle permet de calculer la vitesse maximale en connaissant la résistance aéraulique, la température extrémale extérieure et la température profonde du massif. La galerie est supposée en pente régulière.

La température initiale de la paroi de la galerie est supposée uniforme T_e. La température de l'air extérieur varie d'une manière sinusoïdale (période donnée Pé = 2 π /Ω) avec une amplitude donnée ΔT autour d'une température moyenne donnée T_e :

$$T_1 = T_e - \Delta T \sin\Omega t \tag{3.77}$$

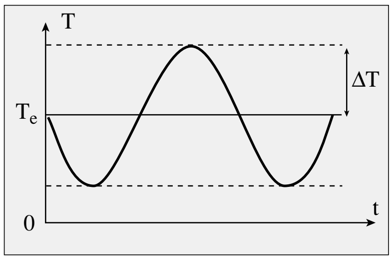


Fig. 3-23- Température extérieure au cours du temps

External temperature versus time

La température de l'air du réseau, moyennée sur la longueur L, va suivre ces fluctuations temporelles avec un amortissement et un déphasage. L'objet de cette étude est, entre autre, d'étudier ce phénomène d'amortissement et de déphasage en fonction des paramètres du réseau et de la période de l'excitation extérieure.

On appelle x l'abscisse curviligne le long de l'axe de la galerie. On place l'origine O à l'entrée inférieure. On appelle T la température de l'air le long de la galerie et T' la température de la roche à une abscisse x et à une distance r de l'axe de la galerie (supérieure à D/2). T est fonction de x et t, alors que T' est fonction de x, r, t. La vitesse V est comptée positive si le courant d'air est montant.

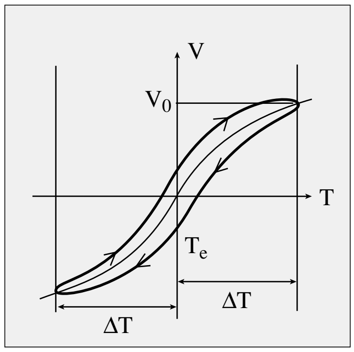


Fig. 3-24 Phénomène d'hystérésis sur la vitesse lié à l'inertie thermique des parois

Hysteretic phenomenon by rock thermic capacity

3.3.2. Mise en équation

a) La vitesse dans la galerie

On suppose connue la vitesse de l'air pour des conditions de températures données. Pour une température extérieure différant de la température profonde du réseau de ΔT , on appelle V_0 la vitesse de l'air. C'est la vitesse maximale qu'on obtiendrait si la température moyenne intérieure ne variait pas (sous l'influence du courant d'air). La vitesse réelle sera moindre. Au cours du temps, cette vitesse variera d'une manière qui deviendra asymptotiquement périodique (mais pas sinusoïdale à cause de la non-linéarité des pertes de charge en fonction de la vitesse). La vitesse se calcule en exprimant qu'elle est proportionnelle à la racine carrée de la différence de poids de deux colonnes d'air, l'une prise à l'extérieur et l'autre à l'intérieur. Comme on néglige un apport éventuel de vapeur d'eau et de dioxyde de carbone, la vitesse est proportionnelle à la racine carrée des écarts des températures moyennées intérieure - extérieure :

$$\left|\frac{V}{V_0}\right| = \sqrt{\left|\frac{T_m - T_1}{\Delta T}\right|} \tag{3.78}$$

Dans cette relation T_m est la température de l'air à un instant donné, moyennée sur toute la longueur de la galerie, T_1 est la température extérieure au même instant (moyennée sur la hauteur correspondant au réseau souterrain) et le dénominateur représente l'amplitude de la température extérieure.

Il est facile de trouver la relation entre V_0 et la résistance aéraulique R qu'on note ici Rés pour éviter l'ambiguïté avec le rayon de la galerie et qui est définie par $\Delta p = \text{Rés}\, q^2$. Avec q le débit masse d'air qui circule. En effet, on peut écrire les relations :

$$\Delta p = \Delta\rho\, g\, H = \frac{\Delta T}{T}\, \rho_a\, g\, H = \text{Rés}\left(\frac{\pi\, D^2}{4}\, \rho_a\, V_0\right)^2 \qquad (3.79)$$

d'où on déduit la relation : $\text{Rés} = \dfrac{16\, g\, H}{\pi^2\, D^4\, \rho_a}\, \dfrac{\Delta T}{T}\, \dfrac{1}{V_0^2}$ ou encore $V_0 = \dfrac{4}{\pi\, D^2}\sqrt{\dfrac{g\, H}{\text{Rés}\, \rho_a}\, \dfrac{\Delta T}{T}}$ (3.80)

b) Bilan sur l'air

Le courant d'air qui passe de l'abscisse x à l'abscisse x+dx reçoit un flux de chaleur de la paroi, si sa température est inférieure à celle de la paroi (et inversement dans le cas contraire). On en déduit une équation de bilan sur l'air (voir les notations au début du chapitre) :

$$\rho_a\, \frac{D}{4}\, V\, c_p\, \frac{dT}{dx} = \frac{d\Phi}{\pi\, D\, dx} = \varphi \quad \text{(densité de flux amenée par la paroi)} \qquad (3.81)$$

Le flux amené par la paroi se calcule par la relation de Colburn (φ est en $W.m^{-2}$) :

$$\varphi = Nu\, \lambda_a\, \frac{(T_p - T)}{D} \qquad \text{avec} \quad Nu = \alpha\, Re^{0,8}\, Pr^{1/3} \qquad (3.82)$$

Dans la relation de Colburn, le nombre de Reynolds est toujours positif quelque soit le signe de V.

On en déduit la relation sur la dérivée de la température moyenne de l'air dans la galerie :

$$\frac{dT}{dx} = 4\, \alpha\, \frac{Re^{0,8}\, Pr^{1/3}}{D\, D\, V}\, \frac{\lambda_a}{\rho_a\, c_p}\, (T_p - T) \qquad (3.83)$$

$$Re = \frac{|V|\, D}{\nu} \qquad Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\rho_a\, c_p\, \nu}{\lambda_a} \qquad (3.84)$$

On pose Si = signe (V), c'est-à-dire Si = 1 si V > 0 (montante) et Si = -1 si V< 0 (descendante).

L'expression se simplifie sous la forme : $\dfrac{dT}{dx} = \dfrac{4\, \alpha}{D}\, \dfrac{Si}{Re^{0,2}\, Pr^{2/3}}\, (T_p - T)$, soit encore :

$$\boxed{\frac{dT}{dx} = \frac{Si\, A}{R}\, (T_p - T)\left|\frac{V}{V_0}\right|^{-0,2}} \qquad \text{avec} \qquad A = \frac{2\, \alpha}{Re_0^{0,2}\, Pr^{2/3}} \qquad (3.85)$$

Le nombre de Reynolds avec l'indice 0 se rapporte à la vitesse V_0 (qui est positive). Ce nombre est donc constant. C'est le terme correctif en V/V_0 qui dépend de la température, et donc du temps.

Suivant le signe de V , l'entrée du courant d'air se fait en bas (V > 0) ou en haut (V < 0). La température de l'air à l'entrée est prise égale à T_1 , température extérieure.

c) Conduction dans la paroi

L'équation de conduction s'écrit en coordonnées cylindro-polaires. La symétrie de révolution du problème permet de ne garder qu'un seul terme dans le Laplacien de la température :

$$\boxed{\frac{\partial T'}{\partial t} = a_c\, \frac{1}{r}\, \frac{\partial}{\partial r}\left(r\, \frac{\partial T'}{\partial r}\right)} \qquad (3.86)$$

Les conditions initiales sont traduites par une température uniforme dans la roche et égale à T_e et les conditions aux limites sont représentées par le flux cédé à l'air qui circule, cette échange se faisant à la paroi, c'est-à-dire pour $r = R$, et pour laquelle la température est notée T_p. On obtiendra numériquement le régime périodique en partant d'un régime connu permanent et en passant par un transitoire non périodique.

La relation de Fourier entre le gradient de température de la roche au voisinage de la paroi et le flux nous permet d'écrire la condition de continuité des flux à la paroi :

$$\lambda_c \left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_{r=R} = \varphi = \alpha \ Re^{0,8} \ Pr^{1/3} \frac{\lambda_a}{D} (T_p - T) \tag{3.87}$$

$$\text{d'où} \quad \left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_{r=R} = \alpha \ Re^{0,8} \ Pr^{1/3} \frac{\lambda_a}{\lambda_c D} (T_p - T) \tag{3.88}$$

$$\text{soit encore} \quad \boxed{\left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_{r=R} = \frac{B}{R} (T_p - T) \left|\frac{V}{V_0}\right|^{0,8}} \quad \text{avec} \quad B = \frac{\alpha}{2} Re_0^{0,8} \ Pr^{1/3} \frac{\lambda_a}{\lambda_c} \tag{3.89}$$

Le terme correctif en V/V_0 contient les variations temporelles.

3.3.3. Équations sans dimension

a) Unités naturelles

L'unité naturelle de température est l'amplitude des températures ΔT. On prend comme unité de vitesse, la vitesse maximale V_0 donnée par un écart de température entre l'intérieur et l'extérieur égal à ΔT. Ce problème ressemble beaucoup au précédent, sauf qu'il apparaît une autre unité de temps naturelle : la période du phénomène oscillant. Nous aurions donc pu choisir cette unité naturelle plutôt que celle du problème précédent. Ce choix d'une unité naturelle n'est pas très important, bien qu'il modifie profondément l'écriture des équations. On verra plus loin pour le traitement du même problème qu'ici, mais avec prise en compte de la condensation, un choix totalement différent des unités de base.

Unité naturelle axiale : $$x_0 = \frac{R}{A} \quad \left(= 79 \ V_0^{0,2} D^{1,2}\right) \tag{3.90}$$

unité naturelle de longueur transversale : $$r_0 = \frac{R}{B} \quad \left(= 0,635 \ D^{0,2} \ V_0^{-0,8}\right) \tag{3.91}$$

unité naturelle de temps : $$t_0 = \frac{R^2}{B^2 a_c} = \frac{r_0^2}{a_c} \quad \left(= 4,13 \ D^{0,4} \ V_0^{1,6} \ \text{en jours}\right) \tag{3.92}$$

b) Variables sans dimension

Abscisse sans dimension : $$\xi = \frac{A x}{R} \tag{3.93}$$

coordonnée radiale sans dimension : $$\eta = \frac{B (r - R)}{R} \tag{3.94}$$

temps sans dimension : $$\tau = \frac{B^2 a_c}{R^2} t \quad \text{et} \quad \omega = \frac{\Omega R^2}{B^2 a_c} \tag{3.95}$$

températures sans dimension : $$\theta = \frac{T - T_e}{\Delta T} \quad \theta' = \frac{T' - T_e}{\Delta T} \quad \theta_1 = - \sin\omega\tau \tag{3.96}$$

vitesse sans dimension : $$\left|\frac{V}{V_0}\right| = \sqrt{\left|\frac{T_m - T_e + T_e - T_1}{\Delta T}\right|} = \sqrt{|\theta_m - \theta_1|} \tag{3.97}$$

On remarque que les grandeurs sans dimension sont les mêmes que pour l'étude d'une entrée brusque de l'air dans une conduite sauf l'unité de température. La grandeur θ_m est la valeur moyennée le long de la galerie de la température de l'air θ. Si la galerie n'avait pas une pente régulière, cette moyenne serait la moyenne pondérée par la pente (dz/dx) de la galerie de la température, tout le long de l'abscisse curviligne x.

c) Les équations deviennent :

bilan pour l'air :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = Si\left(\theta_p - \theta\right)\left|\theta_m - \theta_1\right|^{-0,1} \tag{3.98}$$

$$\text{avec} \quad \theta_m = \frac{1}{\xi_L}\int_0^{\xi_L} \theta \, d\xi \tag{3.99}$$

$$\text{avec} \quad \theta_{\xi=0} = \theta_1 \quad \text{si } Si > 0 \qquad \theta_{\xi=\xi_L} = \theta_1 \quad \text{si } Si < 0 \tag{3.100}$$

$$Si = 1 \quad \text{si} \quad \theta_m - \theta_1 > 0 \qquad Si = -1 \quad \text{si} \quad \theta_m - \theta_1 < 0 \tag{3.101}$$

conduction dans la roche :

$$\frac{\partial \theta'}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta'}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta + B}\frac{\partial \theta'}{\partial \eta} \tag{3.102}$$

raccord à la paroi : pour $\eta = 0$

$$\left(\frac{\partial \theta'}{\partial \eta}\right)_{\eta = 0} = \left(\theta_p - \theta\right)\left|\theta_m - \theta_1\right|^{0,4} \tag{3.103}$$

$$\text{avec} \quad \theta_p = \theta'(\eta=0) \tag{3.104}$$

Le problème sans dimension dépend ainsi de trois paramètres indépendants (le premier caractérise le réseau souterrain et les propriétés générales thermiques de l'atmosphère, le deuxième la période de l'excitation thermique, le troisième la longueur de la galerie) :

$$B = 0,787\left(V_0\, D\right)^{0,8} \qquad \omega = \frac{26}{Pé}\frac{D^{0,4}}{V_0^{1,6}} \quad \text{avec } Pé = \text{période en jours} \qquad \xi_L = \frac{0,01266\ L}{V_0^{0,2}\, D^{1,2}} \tag{3.105}$$

d) La classe d'équivalence des réseaux du genre tube à vent oblique

Les solutions de deux problèmes physiques seront identiques si les trois nombres B, ω et ξ_L sont identiques. On peut donc construire une classe d'équivalence pour deux réseaux obliques de caractéristiques différentes. Ainsi, considérons un premier réseau de caractéristiques D_1, L_1, V_{01}, $Pé_1$ et un deuxième de caractéristiques D_2, L_2, V_{02}, $Pé_2$, respectivement diamètre, longueur, vitesse maximale du courant d'air et période des oscillations thermiques extérieures. Ces deux réseaux seront équivalents (c'est-à-dire que toutes les variables sans dimension seront identiques) si les relations suivantes entre les grandeurs physiques sont vérifiées :

$$V_{01}\, D_1 = V_{02}\, D_2 \qquad \frac{Pé_1}{D_1^2} = \frac{Pé_2}{D_2^2} \qquad \frac{L_1}{D_1} = \frac{L_2}{D_2} \tag{3.106}$$

Conclusion. Si une galerie de tube à vent oblique a un diamètre deux fois plus grand qu'une autre et une longueur deux fois plus grande, elles seront équivalentes si la vitesse du courant d'air de la grande est deux fois plus petite et si la période d'oscillation du courant d'air est 4 fois plus grande.

Ainsi les deux réseaux $D_1 = 2$ m, $L_1 = 500$ m, $V_{01} = 1$ m/s, $Pé_1 = 100$ jours
$D_2 = 4$ m, $L_2 = 1000$ m, $V_{02} = 0,5$ m/s, $Pé_2 = 400$ jours sont-ils équivalents au sens qu'on a donné ci-dessus. c'est-à-dire que les solutions écrites en variables sans dimension seront identiques.

3.3.4. Résolution numérique (programme THERM2)

La résolution numérique est conduite de la même façon que dans l'étude d'une entrée brusque de l'air. Ce sont seulement les conditions aux limites qui changent. Dans ce paragraphe, on abandonne provisoirement les lettres grecques ξ et η (xi et êta) pour les lettres latines x et y par simplicité d'écriture (les langages de programmation Basic ne connaissent pas les lettres grecques).

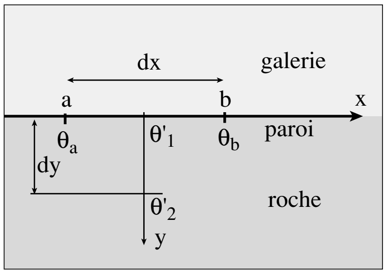


Fig. 3-25- Maillage en x et en y
x, le long de l'écoulement
y, dans la profondeur de la roche

Mesh in x and y directions

La solution étant connue à l'instant t, on calcule le nouvel état à l'instant t + dt grâce aux équations d'évolution. La résolution de l'équation de la chaleur dans la roche est la même qu'au § 3.2.5. Examinons le calcul de la température de l'air et la condition de raccordement des flux à la paroi.

Soit deux points contigus sur l'axe des x, notés a et b (cf. figure ci-contre). Les températures de l'air en ces points sont notées θ_a et θ_b. Soit le point voisin de la paroi dont la température est notée θ'_1 et le point un peu plus loin dans la roche dont la température est notée θ'_2.

On pose $\sigma = |\theta_m - \theta_1|$ et $Si = \text{Signe}(\theta_m - \theta_1)$. (3.107)

Le reste du calcul est rigoureusement identique au cas précédent étudié.

1er cas : Si > 0, le courant d'air est montant, la température de l'air à l'entrée est égale à la température extérieure notée $\theta_{x=0} = \theta_1$. On calcule la température de l'air à partir de l'entrée basse.

L'écriture du bilan axial conduit à l'équation discrétisée :

$$\frac{\theta_b - \theta_a}{dx} = Si \left(\theta'_1 - \frac{\theta_a + \theta_b}{2}\right) \sigma^{-0,1} \qquad (3.108)$$

De même la continuité du flux à la paroi fournit :

$$\frac{\theta'_2 - \theta'_1}{dy} = \left(\theta'_1 - \frac{\theta_a + \theta_b}{2}\right) \sigma^{0,4} \qquad (3.109)$$

Ces deux équations ont deux inconnues θ_b et θ'_1 car θ_a est supposée connue par le calcul de proche en proche et θ'_2 a été calculée par l'équation de conduction. Les deux équations 3.108 et 3.109 conduisent aux deux relations suivantes qui permettent d'obtenir θ_b et θ'_1 :

$$\theta_b = \frac{\left(2\,\sigma^{0,1} + 2\,\sigma^{0,5}\,dy - dx\right)\theta_a + 2\,dx\,\theta'_2}{2\,\sigma^{0,1} + 2\sigma^{0,5}\,dy + dx} \qquad (3.110)$$

$$\theta'_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sigma^{0,1}}{dx}\right)\theta_a + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sigma^{0,1}}{dx}\right)\theta_b \qquad (3.111)$$

2e cas : Si < 0, c'est-à-dire si le courant d'air est descendant, la température de l'air à l'entrée haute est égale à la température extérieure $\theta_{x=xL} = \theta_1$. On calcule la température de l'air de proche en proche en partant du haut. Les équations de bilan sont les mêmes, mais on calcule maintenant θ_a et θ'_1 en fonction des autres variables connues. On obtient les deux relations (toujours avec $dx > 0$) :

$$\theta_a = \frac{\left(2\,\sigma^{0,1} + 2\sigma^{0,5}\,dy - dx\right)\theta_b + 2\,dx\,\theta'_2}{2\,\sigma^{0,1} + 2\sigma^{0,5}\,dy + dx} \qquad (3.112)$$

$$\theta'_1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sigma^{0,1}}{dx}\right)\theta_a + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sigma^{0,1}}{dx}\right)\theta_b \qquad (3.113)$$

On peut donc calculer les températures partout dans la roche et dans l'air, au pas de temps t+dt. La température de l'air à son entrée dans la galerie est imposée et égale à θ_1.

On trouvera dans l'annexe A.5 le listing du programme de résolution en Quick basic de Microsoft.

3.3.5. Résultats du programme THERM2

a) Les évolutions des températures et de la vitesse

Sur les trois figures ci-dessous, on a représenté les résultats pour trois vitesses différentes du courant d'air. À gauche, la vitesse est de 0,2 m/s, au milieu, la vitesse est de 2 m/s, alors qu'à droite, la vitesse est de 20 m/s.

Chacune des figures est elle-même composée de quatre graphes qu'on va détailler. Toutes les températures sont sans dimension, c'est-à-dire rapportées à l'amplitude de la température de l'air extérieur. En haut, le premier graphe représente la température extérieure de l'air et la température moyenne de l'air intérieur en fonction du temps (pendant une période et demie). L'amplitude de la température de l'air intérieur est plus petite (atténuation).

Au-dessous, le deuxième graphe montre la vitesse au cours du temps (même échelle de temps sur toute la figure). Au-dessous encore, le troisième graphe est composé de trois droites parallèles. Au milieu, la valeur 0 de la température et, de part et d'autre, les valeurs en bas et en haut des températures moyennées sur une période (moyennes glissantes) aux entrées basse et haute de la cavité. Les droites qui les cernent marquent la valeur unité (c'est-à-dire une anomalie relative des températures valant 1). Enfin, le dernier graphe en bas des figures montre les températures des entrées basse et haute au cours du temps. La courbe supérieure représente la température de l'air de l'entrée supérieure de la cavité, alors que la courbe inférieure montre la température de l'entrée inférieure de la cavité. Pour une meilleure clarté, les zéros ont été légèrement séparés.

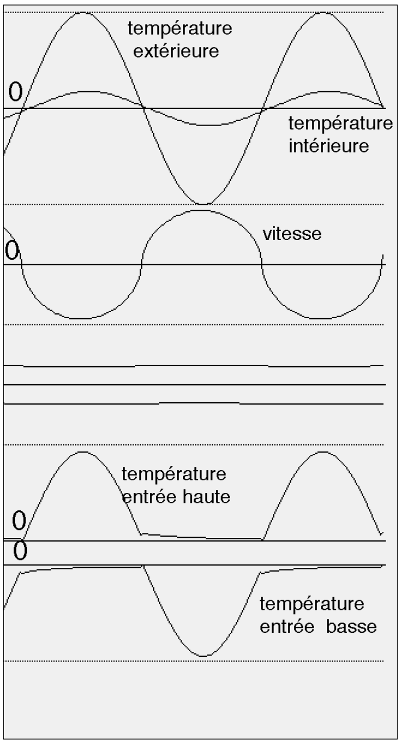


Fig. 3-26

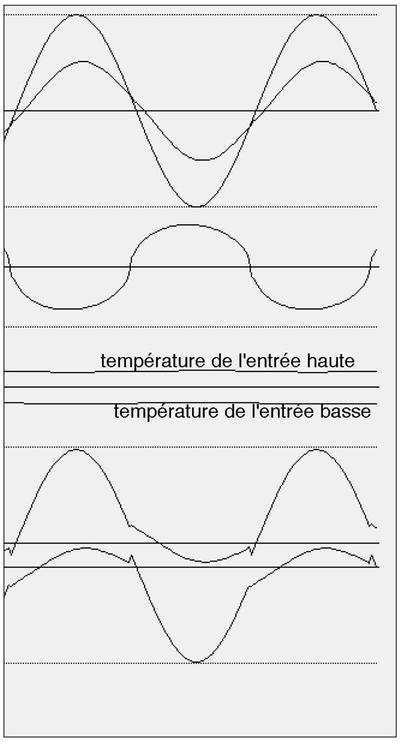


Fig. 3-27

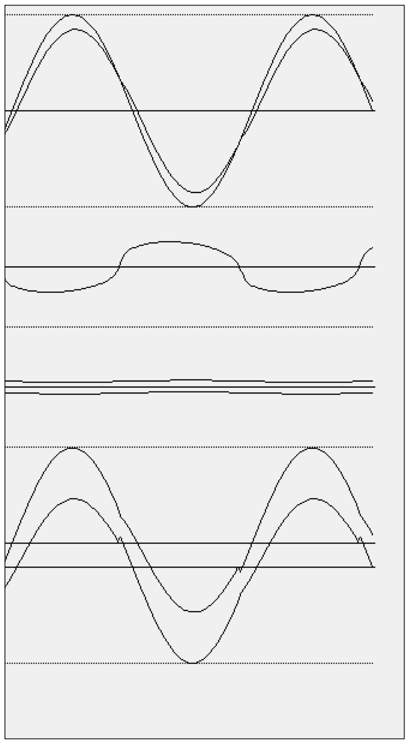


Fig. 3-28

Rôle de la vitesse du courant d'air pour un tube à vent de diamètre D =1 m, L = 500 m,
avec une période d'oscillation de la température extérieure Pé = 192 jours,
parcouru par un courant d'air maximal possible respectivement de 0,2 m/s (fig. 3-26), 2 m/s (fig. 3-27), 20 m/s (fig. 3-28)

Top, external and mean internal air temperature versus time
Bottom, temperatures at the up and down entrances versus time
The three velocities are respectively 0,2 m/s (fig. 3-26), 2 m/s (fig. 3-27), 20 m/s (fig. 3-28)

Le rôle de la vitesse est clair. Une plus faible résistance aéraulique permet à l'extérieur d'influencer plus fortement le réseau. Pour une grande résistance aéraulique, la perturbation ne traverse pas le réseau, d'où la forme d'oscillation tronquée pour les profils de température en bas ou en haut du réseau. En revanche, une faible résistance imposera au réseau la température de l'air extérieur. Mais la vitesse en subit le contre-coup puisque elle dépend de la résistance mais aussi de l'écart des températures. Elle est atténuée d'un facteur supérieur à deux dans la troisième figure.

n°	ξ_L	ω	B	s	δT	ΔTm	φ degré	L m	V_0 m/s
1	8,73	1,728	0,217	-5,18	0,316	0,179	10,7	500	0,2
2	7,27	0,399	0,452	-3,07	0,322	0,278	14,3	500	0,5
3	6,33	0,131	0,787	-1,47	0,306	0,388	14,3	500	1
4	5,51	0,043	1,37	0,121	0,268	0,514	14,3	500	2
5	4,58	0,01	2,852	2,23	0,196	0,677	10,7	500	5
6	3,99	0,003	4,965	3,83	0,143	0,773	10,7	500	10
7	3,47	0,001	8,645	5,42	0,098	0,849	7,1	500	20
8	0,17	1,728	2,17	8,56	0,052	0,913	7,1	10	0,2
9	0,87	1,728	2,17	2,91	0,166	0,711	7,1	50	0,2
10	1,74	1,728	2,17	0,47	0,238	0,559	7,1	100	0,2
11	3,49	1,728	2,17	-1,96	0,296	0,377	7,1	200	0,2
12	8,73	1,728	2,17	-5,18	0,316	0,179	10,7	500	0,2
13	17,46	1,728	2,17	-7,61	0,298	0,095	10,7	1000	0,2

Tableau 3:1- Quelques cas traités.
De 1 à 7, influence de la vitesse V_0, pour D = 1 m, L = 500 m et Pé = 192 jours
de 8 à 13, influence de la longueur L, pour D = 1 m, V_0 = 0,2 m/s et Pé = 192 jours
Les résultats des calculs sont dans les colonnes s, δT, ΔT_m, φ
Les significations de s et δT sont données plus loin (§ 3.3.5.e et 3.3.5.h)

b) La température totale moyenne de l'air intérieur et la vitesse

Sur les figures ci-dessous (cf. commentaires plus haut), deux propriétés de la température totale moyenne de l'air de la cavité sont mises en évidence. D'une part, l'amplitude des fluctuations est atténuée, d'autre part, il y a un déphasage par rapport à la température menante. Le rapport entre les deux amplitudes varie de 0 à 1 (taux d'atténuation), mais le déphasage ne dépasse guère 20 degrés.

En bas de chaque figure, est dessinée la vitesse comptée positivement pour un air entrant par le bas (hiver). La vitesse du courant d'air est positive l'hiver et négative l'été. On a représenté aussi les valeurs du maximum de la vitesse qui correspond à une température moyenne de l'air intérieur parfaitement constante. Sur la figure de droite, on dépasse les 90% de cette valeur maximale alors que sur celle de gauche on ne dépasse pas 33%. De fait, l'amplitude de la vitesse du courant d'air change moins fort que la température totale moyenne de l'air. Cette propriété est à rattacher aux propriétés de la fonction racine carrée.

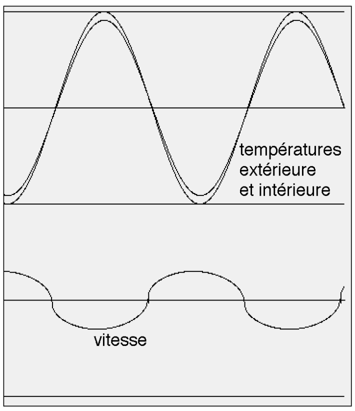


Fig. 3-29

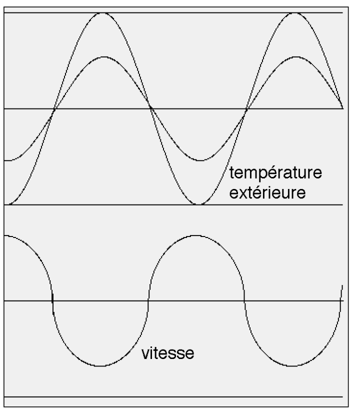


Fig. 3-30

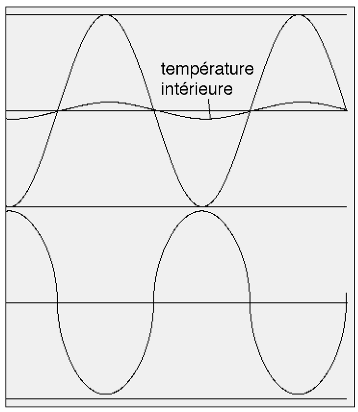


Fig. 3-31

Rôle de la longueur du réseau (Pour les trois figures, D = 1 m , Pé = 192 jours, V_0 = 0,2 m/s).
Température et vitesse au cours du temps pour trois longueurs de galerie 10 m (fig. 3-29), 100 m (fig. 3-30), 1000 m (fig. 3-31).
En haut la température (sans dimension) extérieure et la température moyenne de l'air dans la galerie

En bas, la vitesse au cours du temps
Top, air temperatures versus time, bottom, velocity versus time
for three lenghts of gallery 10 m (fig. 3-29), 100 m (fig. 3-30), 1000 m (fig. 3-31)

L'allure de la courbe des vitesses en fonction du temps n'est pas du tout sinusoïdale (figures page précédente). On a vu qu'il s'agissait d'une courbe voisine de la racine carrée d'un sinus. Cette courbe passe à zéro avec une tangente quasi-verticale. La courbe ressemble plus à un arc de cercle ou d'ellipse qu'à une sinusoïde.

Dissymétrie des arches de la vitesse

Un examen attentif de la forme de l'évolution de la vitesse montre que l'arche est légèrement dissymétrique. Le retour à la valeur 0 se fait plus mollement que l'éloignement de cette valeur. Ce phénomène subtil est dû lui-aussi au déphasage. Ce déphasage étant à relier à l'inertie thermique (rôle capacitif) de la roche.

c) Amplitude des variations de la température totale moyenne de l'air intérieur en fonction des paramètres

La température totale moyenne de l'air intérieur (intégrée le long de la galerie) est un des deux paramètres (avec la température extérieure) qui commande le courant d'air dans le cas simplifié analysé ici.

- Si l'amplitude des variations dans le temps de cet air est faible, cela signifie que le réseau a une inertie thermique grande, qui le rend insensible au courant d'air (pour la période donnée). La température profonde du réseau a un sens. Elle est constante pendant toute la période de l'oscillation extérieure. D'une autre manière, on peut dire aussi que son temps caractéristique (thermique et calculé pour la période de forçage) est grand devant la période de forçage thermique.
- Inversement, si l'amplitude est du même ordre de grandeur que l'amplitude de la température de l'air extérieur, c'est que le réseau suit les fluctuations extérieures. Sa faible inertie thermique l'empêche de s'opposer aux variations extérieures. On peut dire aussi que son temps caractéristique est faible devant la période de l'oscillation extérieure :

$$\gamma = \frac{\text{variation de } T_m}{\text{variation de } T_1} = \frac{\Delta T_m}{\Delta T} \qquad (3.114)$$

On appellera γ le rapport entre les deux amplitudes (le gain en quelque sorte, bien qu'il soit toujours plus petit que 1, puisqu'il s'agit d'une atténuation).

On peut essayer pour quelques valeurs des paramètres de voir la réponse du réseau aux sollicitations extérieures. Sur la figure ci-contre, le rôle du diamètre est mis en évidence. Quand le diamètre est plus grand, le courant d'air possède une plus grande immunité par rapport aux parois. Sa température reste plus proche de celle extérieure. L'amplitude de la température totale de l'air intérieur, moyennée le long de la galerie, augmente donc.

Sur la figure au-dessous, c'est le rôle de la vitesse qui est mis en évidence. Là encore, une augmentation de la vitesse augmente la puissance véhiculée par le courant d'air le rendant moins sensible à l'action thermique des parois. L'amplitude de la température totale moyenne de l'air intérieur augmente là encore.

Dans les deux cas considérés, la valeur 1 est, bien entendu, la valeur asymptotique du rapport γ.

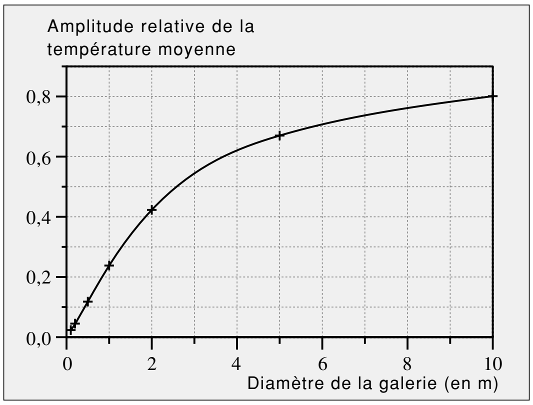


Fig. 3-32- Amplitude relative de la température totale moyenne de l'air dans la galerie (γ) en fonction du diamètre de la galerie pour L = 500 m, V_0 = 0,2 m/s, et une période Pé de 700 jours.

Relative amplitude of mean air temperature versus gallery diameter

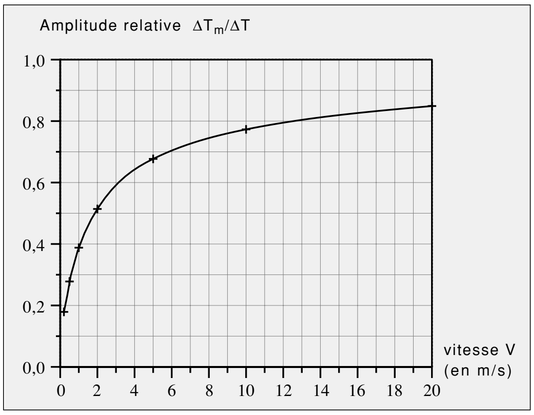


Fig. 3-33- Amplitude relative γ de la température totale moyenne de l'air dans la galerie en fonction de la vitesse V_0 (pour L = 100 m, Pé = 192 jours et D = 1 m)

Relative amplitude of mean air temperature versus amplitude velocity

En revanche (figure ci-contre), une augmentation de la longueur de la cavité amène un échange de chaleur, entre l'air et les parois, plus long dans le temps et favorise l'obtention d'une température constante. L'amplitude de la température moyenne de l'air intérieur diminue avec cette longueur.

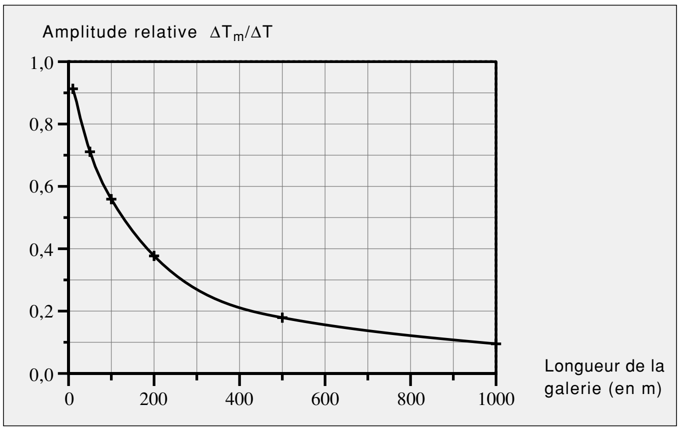


Fig. 3-34- Amplitude relative γ de la température totale moyenne de l'air en fonction de la longueur de la galerie pour Pé (période) = 192 jours, V_0 = 0,2 m/s et D = 1 m. Le réseau s'allongeant, la température de l'air rejoint la température profonde du réseau, tirant la température totale moyenne vers la température profonde

Relative amplitude of air temperature versus the length of gallery

d) Courbe d'hystérésis pour la relation entre la vitesse et la température extérieure

Cet effet de mémoire qui se traduit par des variations de la température moyenne dans la cavité peut aussi se voir lorsqu'on essaye de tracer la relation entre la vitesse du courant d'air et la température extérieure. Si la température moyenne intérieure restait constante, la relation entre la vitesse et la température extérieure se représenterait par deux tronçons de parabole à axe horizontal. La modification de la température moyenne intérieure se traduit par une courbe d'hystérésis. L'oscillation au passage à zéro est un artefact dû au pas de temps trop grand (à ce moment-là du calcul).

Bakalowicz a publié une magnifique courbe d'hystérésis à la grotte du Pinargözu pour des variations journalières de la température (Bakalowicz, 1972, fig. 4).

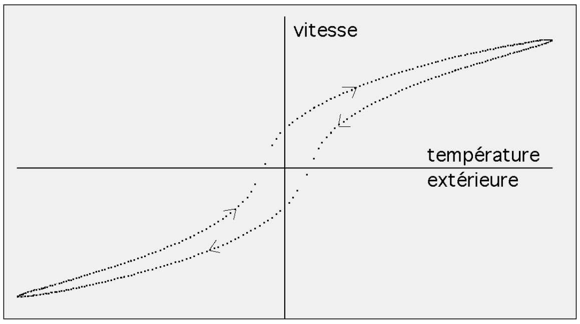


Fig. 3-35- Courbe d'hystérésis entre la vitesse en ordonnée et la température extérieure (sans dimension) en abscisse. Ce cycle a été calculé pour les conditions : D = 1,44 m, L = 360 m, V_0 = 0,5 m/s, Pé = 365 jours

Air velocity versus external temperature by computer Hysteretic phenomenon is clearly seen

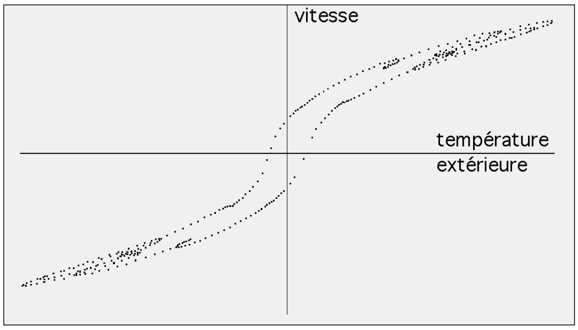


Fig. 3-36- Oscillation annuelle avec une modulation de température mensuelle dont l'amplitude est 20% du total. On remarque les festons associés. Une courbe expérimentale sera donc affectée par un flou, dû aux fluctuations rapides

An hysteretic annual cycle with a monthly modulation (relative amplitude of 20%)

e) Relation pour le gain $\gamma = 0,5$ - Temps caractéristique

Pour repérer les conditions d'amortissement des variations de température de l'air intérieur par rapport à l'air extérieur, il est commode d'examiner en détail le taux d'amortissement $\gamma = 0,5$.

Pour quelles relations entre les trois paramètres adimensionnels ξ_L, ω, B obtient-on une amplitude relative de la température moyenne de l'air intérieur égale à 0,5 ?

	ξ_L	ω	B	L m	V_0 m/s	P jours	D m	contrôle	δT
1	5,61	0,05	1,27	500	1,82	192	1	0,91	0,275
2	3,95	0,153	1,076	500	1	192	1,48	1,02	0,272
3	8,74	0,011	0,952	500	1,84	700	0,68	0,78	0,272
4	5,85	0,036	0,787	462	1	700	1	1,10	0,271
5	6,33	0,028	0,787	500	1	883	1	1,05	0,272
6	2,62	0,706	0,483	500	0,2	700	2,72	0,93	0,265
7	2,16	1,728	0,217	124	0,2	192	1	0,75	0,259
8	2,67	0,445	0,192	128	0,2	700	0,86	1,39	0,26

Tableau 3:2- Quelques configurations conduisant à $\gamma = 0,5$.
δT est l'anomalie sans dimension de la température aux entrées.
La colonne contrôle est explicitée au bas de la page

Puisque le problème dépend de trois paramètres indépendants, la relation entre ces trois paramètres va se traduire géométriquement par une surface, dans l'espace à 3 dimensions des paramètres. Mais nous avons déjà remarqué que le paramètre B ne joue pas un rôle très important. Aussi est-il tentant de regarder si la surface dans l'espace des paramètres ne serait pas un cylindre à génératrices parallèles à l'axe des B ?

L'examen de la courbe ci-dessous représentant la projection des 8 points tirés du tableau sur le plan ξ_L, ω , nous montre que cette intuition est bonne, et une bonne expression empirique est donnée par :

$$\ln(\omega) = 2,974 - 3,5118 \ln(\xi_L) \quad \Leftrightarrow \quad \omega\, \xi_L^{3,5118} = 19,64 \qquad (3.115)$$

Dans cette expression le paramètre B n'apparaît pas. L'influence de ce paramètre est modeste et se traduit sur la figure ci-dessous par les écarts à la droite.

Comment trouver maintenant les relations entre les grandeurs physiques ? Il suffit de calculer les paramètres L, D, Pé (période), V_0 à partir des paramètres sans dimension. La relation entre paramètres sans dimension se traduira par une relation entre les grandeurs physiques :

$$B = 0,787 \left(V_0\, D\right)^{0,8}$$

$$\omega = \frac{26}{Pé} \frac{D^{0,4}}{V_0^{1,6}} \quad \text{avec Pé = Période en jours}$$

$$\xi_L = \frac{0,01266\ L}{V_0^{0,2}\ D^{1,2}}$$

Après calcul, on trouve la relation monôme suivante (D en mètres, L en mètres, V_0 en m/s) :

$$3,57.10^6 \ \frac{Pé\ D^{3,814}\ V_0^{2,302}}{L^{3,5118}} = 1 \qquad \text{avec Pé en jours} \qquad (3.116)$$

Dans la colonne **contrôle** du tableau 3:2 plus haut, on calcule le premier membre de la relation ci-dessus, on devrait trouver 1. Les écarts à cette valeur nous permettent d'apprécier la validité de l'expression monôme. L'erreur est limitée à 25% pour B pas trop petit. En revanche pour la dernière valeur B = 0,2, l'erreur atteint 40 %.

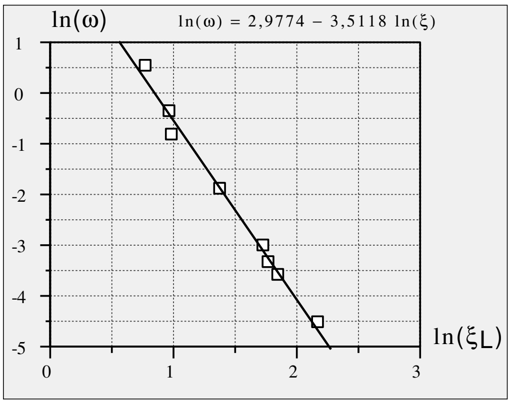


Fig. 3-37- La relation entre les nombres sans dimension ξ_L, ω qui donnent une valeur 0,5 pour l'amplitude relative γ des oscillations de la température de l'air intérieur

Relation between adimensional numbers ξ_L, ω associated with the relative amplitude of external temperature value 0.5

Il ne fallait pas s'attendre à une grande précision pour cette relation. Mais cela n'a pas d'importance, car elle nous fournit très rapidement un bon ordre de grandeur du temps caractéristique d'un réseau donné (Pé fonction des paramètres géométriques) ou inversement pour un temps caractéristique donné, la relation nous donne la classe des réseaux qui possèdent le même temps caractéristique.

On pose : $s = \ln\left(3{,}57.10^6 \dfrac{\text{Pé } D^{3,814}\ V_0^{2,302}}{L^{3,5118}}\right)$ et l'équation pour $\gamma = 0{,}5$ se ramène à $\boxed{s = 0}$ (3.117)

f) Amplitude relative γ de la température de l'air intérieur en fonction du nombre s

L'examen de la figure ci-contre pourrait nous laisser croire que l'amplitude varie rapidement avec les paramètres du problème, ce serait oublier que l'abscisse s est un logarithme. Par exemple, l'amplitude varie de 0,6 à 0,3 pour une variation de s de -1,2 à 2,8 soit un écart $\Delta s = 4$ qui correspond pour la période à un rapport de 55, ce qui est grand. On en déduit que l'amplitude des oscillations de la température moyenne de l'air intérieur varie lentement quand la période du phénomène change.

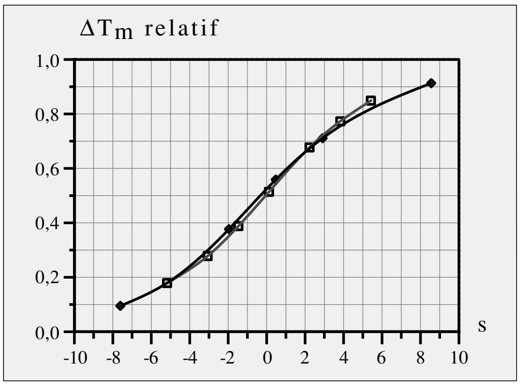


Fig. 3-38- Amplitude relative γ de la température moyenne de l'air intérieur en fonction de la variable s pour les deux exemples déjà cités plus haut.
Le paramètre s fait intervenir la vitesse de l'air, le diamètre, la longueur du conduit, et la période d'excitation extérieure.
Les points se disposent sur une courbe dont l'équation est 3.118

Relative amplitude of mean internal air temperature versus s number

Néanmoins, les oscillations de la température extérieure font appel à une large bande de fréquences, par exemple : oscillation sur la journée et oscillation sur l'année soit un rapport de 365 qui en logarithme vaut 5,9. Si la fréquence journalière correspond à $s = -3$, l'autre sera à 2,9 et la différence d'amortissement sera visible puisque le rapport des valeurs de γ vaudra 2,4. On verra plus loin, à l'occasion de la réponse à deux fréquences, apparaître ce phénomène.

Si on considère maintenant des fluctuations rapides de la température extérieure, liées par exemple à des nuages ou autres phénomènes rapides, les périodes correspondantes pourront descendre à quelques minutes et le comportement du réseau pourra être très différent du comportement annuel. Ainsi une fluctuation de température de 1 mn qui serait associée à $s = -4$ pourrait être comparée aux fluctuations annuelles (de rapport de période 526000 fois plus grande soit une valeur de $s = 9{,}2$) et le rapport des valeurs de γ (égal à 0,77/0,08= 9,6) serait important.

La courbe au-dessus est assez régulière et on peut trouver une relation du genre $\Delta T_m = 0{,}5\ (1 + \text{th } a\ s)$ pour représenter le résultat (th est la tangente hyperbolique). En ajustant la courbe, on trouve une valeur $a = 0{,}142$.

D'où le résultat empirique exploitable assez facilement (la période Pé est en jours) :

$$\Delta T_m = 0{,}5*[1 + \text{th}\,(0{,}142\ s)] = \frac{1}{1 + \exp(-\,0{,}284\ s)} \qquad \text{avec} \qquad s = \ln\left(3{,}57.10^6 \frac{\text{Pé } D^{3,814}\ V^{2,302}}{L^{3,5118}}\right)$$

Cette relation s'écrit aussi plus simplement :

$$\boxed{\Delta T_m = \frac{1}{1 + C}} \qquad \text{avec} \qquad C = 0{,}0138 \frac{L}{\text{Pé}^{0,284}\ D^{1,083}\ V_0^{0,654}} \tag{3.118}$$

Exemple numérique. Soit une galerie de longueur $L = 1000$ m, de diamètre $D = 2$ m et un courant d'air de vitesse maximale possible $V_0 = 0{,}675$ m/s. On s'intéresse aux fluctuations journalières et annuelles. La constante B vaut 1. L'unité naturelle de longueur vaut $x_0 = 168$ m. L'unité naturelle de temps $t_0 = 10{,}2$ jours.

Tableau 3:3- L'amortissement des variations relatives dans l'exemple choisi de la température de l'air intérieur pour des fluctuations journalières et annuelles

	fluctuations journalières	fluctuations annuelles
C $\Delta T_{m\ relat} = \gamma$	8,403 0,106	1,573 0,39

Comme on pouvait s'y attendre, les fluctuations journalières sont fortement atténuées.

g) Puissance injectée en fonction du temps

Il est intéressant de représenter la puissance injectée dans le réseau. On prend l'origine des enthalpies à la température profonde du massif T_e. La puissance injectée est le débit d'énergie du courant d'air en prenant comme température l'écart des températures. On exprime la vitesse en fonction des températures (T_1 est la température extérieure, T_m est la température totale moyenne de l'air dans le réseau) :

$$\Phi = \rho \frac{\pi D^2}{4} V c_p \left(T_{ext} - T_e\right) = \rho \frac{\pi D^2}{4} V_0 c_p \sqrt{\frac{T_1 - T_m}{\Delta T}} \left(T_1 - T_e\right) \qquad (3.119)$$

Les températures extrêmes contribuent largement à l'entrée de puissance. Par exemple pour un très grand réseau à grande inertie thermique, le coefficient de gain $\gamma = 0$. Il n'y a pas de déphasage entre les vitesses et les températures. C'est cette configuration qui occasionne (tout étant égal par ailleurs) les plus grandes puissances. Si on adopte pour la température extérieure, une variation sinusoïdale, la puissance injectée se met sous la forme :

$$\Phi = \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{V_0 c_p}{\sqrt{\Delta T}} \left(T_1 - T_e\right)^{3/2}$$

soit encore

$$\Phi = \rho \frac{\pi D^2}{4} V_0 c_p \Delta T \sin^{3/2}\left(\Omega t\right) = \Phi_0 \sin^{3/2}\left(\Omega t\right) \qquad (3.120)$$

Sur la figure ci-contre, la puissance est injectée, suivant son signe, à l'entrée haute (été) ou à l'entrée basse (hiver) du réseau. La forme de la fonction est très proche de celle d'un signal triangulaire.

L'énergie totale injectée en une année dans le réseau par les deux entrées est en moyenne à peu près nulle. En revanche, on peut calculer l'énergie injectée en une demi-période (on se place dans le cas $\gamma = 0$). En admettant la forme triangulaire de la puissance, on en déduit l'expression approchée :

$$E \approx \frac{1}{4} \Phi_0 \, Pé = \frac{\pi}{16} \rho D^2 V_0 c_p \Delta T \, Pé \qquad (3.121)$$

Par exemple, pour une amplitude annuelle des températures extérieure de 10°C, avec une vitesse maximale pour l'air de 1 m/s, l'énergie E apportée sur une demi-période annuelle vaut $3{,}1.10^{11}$ J.

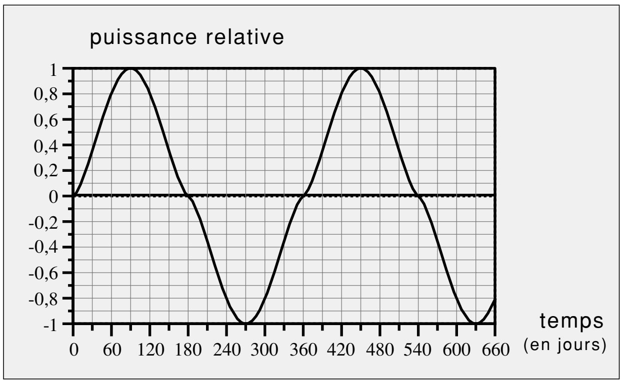


Fig. 3-39- Puissance injectée au cours de l'année dans le cas d'un réseau géant

Thermic power injected by air versus time for a giant system

h) Les anomalies de la température de l'air, et donc des cavités, aux entrées

Si on calcule la température de l'air aux entrées et qu'on en fait la moyenne sur une période, on trouve que les entrées basses sont plus froides, et les entrées hautes sont plus chaudes que le réseau profond (températures éventuellement corrigées des effets de la pesanteur). Nous allons examiner cette question en représentant l'évolution temporelle de la température aux entrées basse et haute.

Sur la figure ci-dessous, sont représentées les températures sans dimension près de l'entrée basse (en bas de chaque figure) et près de l'entrée haute du réseau (en haut de chaque figure). On démarre en plein hiver. Le courant d'air pénètre dans l'entrée basse dont la température suit la température extérieure sinusoïdale. L'entrée supérieure reste à la température profonde du réseau. Pour éviter de confondre les deux courbes, on a séparé les zéros des deux courbes.

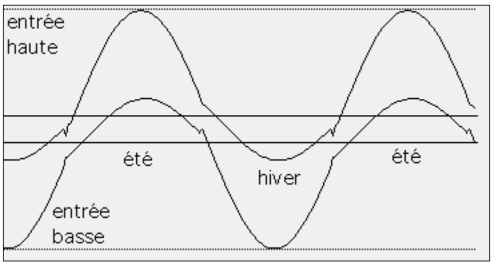


Fig. 3-40

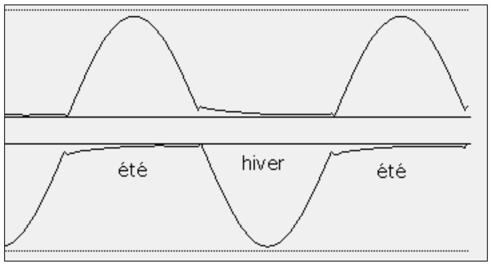


Fig. 3-41

On a représenté les évolutions des températures en fonction du temps
près de l'entrée basse (en bas) et près de l'entrée haute (en haut).
Sur la figure de gauche, l'inertie thermique est moins importante que sur la figure de droite

*Air temperature near the lower cave entrance (bottom) and upper entrance (top)
for low thermic capacity (left) and greater capacity (right)*

À partir du printemps, la température extérieure remonte et le courant d'air s'inverse. Cela se voit très bien sur la figure, car c'est la température près de l'entrée supérieure qui se met à suivre la température extérieure. Près de l'entrée inférieure, la température augmente un peu grâce à l'apport de l'intérieur du massif.

Sur les deux courbes au-dessus, apparaît clairement la raison du refroidissement des entrées basses qui résulte d'une moyenne entre la température hivernale et la température annuelle (et non pas la température estivale). Cette moyenne-là est plus basse que la moyenne annuelle. De même pour les entrées hautes dont la température est une sorte de moyenne entre la température moyenne estivale et la température moyenne annuelle. D'où excédent. La différence entre les deux figures ci-dessus réside dans la forte inertie thermique dans le cas de droite, alors que l'inertie est plus faible dans le cas de gauche ce qui permet à l'air entrant par l'entrée haute de perturber thermiquement l'entrée basse.

Définissons l'anomalie thermique. C'est la différence : température moyenne annuelle à une entrée - température moyenne extérieure, divisée par l'amplitude de la température extérieure.

L'étude de quelques configurations nous montre que l'anomalie δT est comprise entre 0 et 32%.

Examinons maintenant l'influence de deux paramètres. Tout d'abord faisons varier la vitesse (tout étant égal par ailleurs). On voit sur la figure ci-contre que l'anomalie de la température à l'entrée est d'autant plus grande que la vitesse est plus faible. On rejoint là la notion de temps caractéristique du réseau. Un réseau sans inertie thermique (V fort) se contente de suivre les fluctuations extérieures.

De même, le rôle de la longueur de la galerie va dans le même sens (cf. figure page suivante). Une longue galerie augmente l'inertie thermique. Le réseau passe d'un statut de petit réseau à celui de grand réseau. L'anomalie de la température tend vers sa limite de 32%.

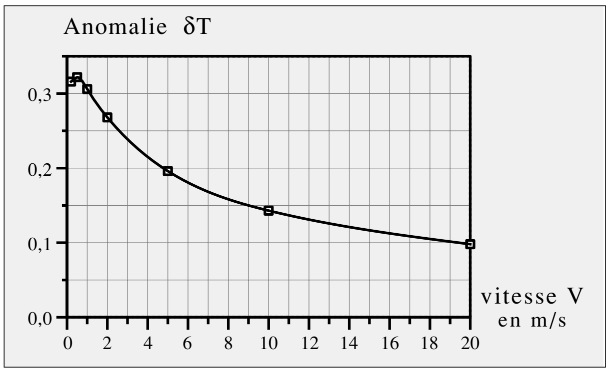
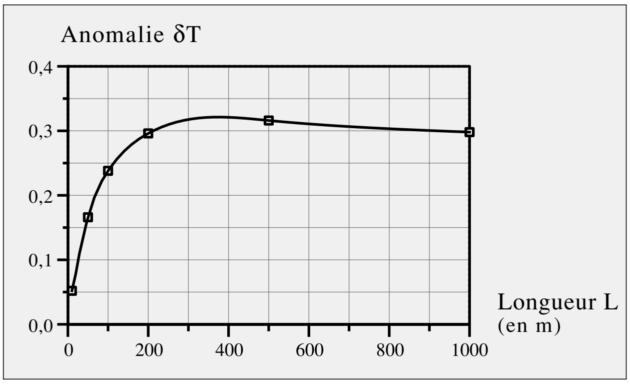


Fig. 3-42- L'écart relatif δT aux entrées du tube à vent
en fonction de la vitesse pour L = 500 m,
D = 1 m et une période Pé de 100 jours

*Relative temperature difference δT between an entrance
and mean external temperature in a wind tube*

Fig. 3-43- L'anomalie de la température δT en fonction de la longueur de la galerie pour Pé (période) = 100 jours, V_0 = 0,2 m/s et D = 1 m

Temperature anomaly δT versus gallery length



Sur le tableau 3:1 plus haut, on peut constater, pour un taux d'amortissement de 0,5 (seuil choisi), une anomalie de 27% et cela dans tous les cas. Cette propriété démontre que les deux grandeurs γ et δT sont liées.

Le rôle des paramètres sans dimension

De même qu'il a été profitable d'étudier l'amplitude de la température moyenne de l'air en fonction des trois paramètres sans dimension, de même, il est normal ici de regarder l'influence de ces paramètres sur δT. La liaison entre γ et δT nous permet de prévoir que la loi monôme 3.115 s'applique ici :

$$\omega \, \xi_L^{3,5118} = 19,64 \qquad (3.122)$$

en posant $$s = \ln\left(3,57.10^6 \; \frac{Pé \; D^{3,814} \; V^{2,302}}{L^{3,5118}}\right)$$

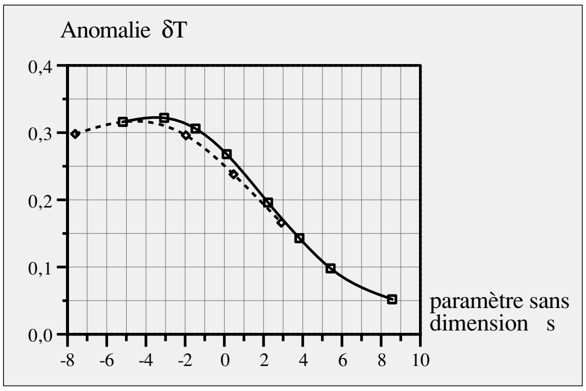


Fig. 3-44- L'anomalie relative des températures δT en fonction du paramètre sans dimension s pour les deux cas considérés plus haut

Temperature anomaly versus s number

Relation entre δT et s

On peut donc dire que :	si	$s > 0$	alors	$0 < \delta T < 27\%$
	si	$s < 0$	alors	$27 < \delta T < 33\%$

Sur la figure 3-44, il apparaît que l'anomalie a tendance à diminuer quand s augmente.

Observations. Nombreuses sont les observations qui montrent des entrées basses froides. Par exemple, à la grotte de Moulis (Gèze 1965 p. 126), la température de l'air à 50 m de l'entrée est en moyenne de 11,4°C alors qu'elle devient 12,6°C à 760 m de l'entrée. Au Trou qui Souffle de Méaudre la température d'entrée au mois de juillet est de 4°C alors qu'elle est de 7°C à l'intérieur du gouffre.

i) Rôle des phénomènes d'évaporation - condensation sur l'anomalie thermique des entrées

Tous les calculs que nous avons faits avec notre modèle simplifié, supposaient nulles l'évaporation ou la condensation de la vapeur d'eau sur les parois. On a vu dans la partie 1 les conditions pour que ces phénomènes surviennent. Examinons cela dans le cas des entrées d'air dans un tube à vent.

L'air qui pénètre dans une cavité n'est en général pas saturé en humidité. On a vu plus haut la chute de température due à la saturation adiabatique de l'air. Si on tient compte des transferts thermiques, quelle est la trajectoire du point représentatif de cet air dans le diagramme de l'air humide ? Il faut considérer séparément les entrées basse et haute d'un réseau.

i-1) Entrée basse. L'air qui pénètre en hiver dans un réseau est plus froid que lui. Il a tendance à se réchauffer, donc à s'assécher (l'humidité relative diminue). Mais l'eau liquide, présente sur les parois, lui amène de la vapeur d'eau. On a vu que l'entrée basse possède une anomalie thermique négative du fait de l'inversion saisonnière du sens du courant d'air. Si on néglige la chaleur sensible de l'eau par rapport à la chaleur d'évaporation, ce qui suppose que l'eau n'est pas trop abondante (pas de cours d'eau, mais des suintements), la chaleur est prélevée sur l'air lui-même.

Les trajectoires suivies par l'air humide, dans le diagramme de l'air humide, sont celles indiquées sur la figure ci-contre. Le point de départ est variable suivant les conditions de température et d'humidité de l'air extérieur. Le point B représente la température profonde du massif. C'est ce point que toutes les trajectoires tendent à rejoindre. Si l'air est plus froid que la température moyenne de l'entrée, il s'échauffe en même temps qu'il augmente son humidité. Si l'air qui entre a même température que la moyenne de la température de la paroi, la trajectoire est sensiblement celle de l'isenthalpe et le point représentatif a tendance à rejoindre assez vite la courbe de saturation.

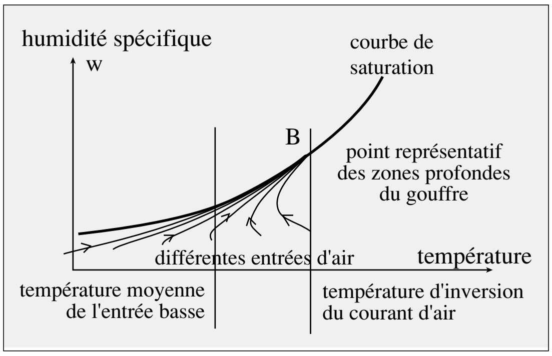


Fig. 3-45- Allure des différentes trajectoires de l'air humide à une entrée inférieure l'hiver dans le diagramme de Carrier. L'évaporation se traduit par un léger refroidissement suivi par un réchauffement progressif jusqu'à la température profonde du massif

sketch of different trajectories of wet air at the lower entrance in winter in the psychrometric diagram

Un air qui entre à la température profonde du massif est trop chaud par rapport à la température d'entrée. Il commence par se refroidir en même temps qu'il s'humidifie puis il suit la courbe de saturation jusqu'au point B.

L'anomalie thermique se traduit par le fait que l'air extérieur peut commencer par baisser sa température avant de remonter jusqu'à la température profonde du massif. Si l'eau existe sur les parois, les trajectoires rejoignent d'abord la courbe de saturation avant de remonter à la température profonde du massif. L'évaporation augmente la puissance échangée d'un facteur qui peut atteindre 2 ou 3 (cf. calcul à la grotte de la Ture)

Augmentation de l'anomalie à l'entrée basse. Ainsi près des entrées basses, l'air extérieur gagne de la température et de l'humidité. L'évaporation augmente l'anomalie thermique de l'entrée basse. Peut-on estimer cet effet ? Pour une estimation, il suffit de regarder l'humidité spécifique de l'air atmosphérique de température inférieure à la température d'inversion du courant d'air, puis d'en calculer la moyenne pondérée par la vitesse correspondante de courant d'air. Ensuite, on suit l'isenthalpe passant par ce point jusqu'à la courbe de saturation et on en déduit la température humide moyenne de cet air. La différence entre la température moyenne de l'air et sa température humide nous donne le refroidissement supplémentaire occasionné par l'évaporation.

Rôle de l'eau en excès. Ce refroidissement supplémentaire n'apparaîtra vraiment sur la température de l'air que si l'eau qui permet l'évaporation n'est pas trop en excédent. En effet, supposons par exemple que seulement 0,5 % de l'eau qui suinte sur les parois est évaporée. Alors, la chaleur sensible pour 200 kg d'eau correspondant à l'anomalie thermique supplémentaire (par exemple 3°C) sera de $2{,}5.10^6$ J , alors que la chaleur latente correspondant à l'évaporation de 1 kg d'eau représentera aussi $2{,}5.10^6$ J. Ces deux énergies sont du même ordre de grandeur. Ce qui signifie que l'eau s'opposera à la moitié du refroidissement, ou d'une manière équivalente que l'anomalie thermique supplémentaire de l'entrée sera divisée par deux (1,5°C au lieu de 3°C). On voit bien là les complications liées aux infiltrations d'eau, et le fait que la circulation de l'eau influe sur le courant d'air.

Condensation en été en entrée basse. Inversement, l'air soufflant en été provient des profondeurs de la caverne et, dans les régions tempérées, il est chargé d'humidité. La température des parois étant inférieure à la température de rosée de l'air, il se produit une condensation qui libère de la chaleur sensible et s'oppose partiellement au refroidissement de l'air. Cette observation a été faite à de nombreux endroits (galerie des Condensations au Trou qui Souffle de Méaudre, Anou Boussouil, Birebent 1948, p. 73 et 74).

i-2) Entrée haute. Là, le phénomène est inversé. L'air qui entre à une température élevée se refroidit rapidement et rejoint très vite la courbe de saturation. Un brouillard se produit qui limite le refroidissement. Si l'air qui entre a une température plus basse que celle de la paroi la température commence par remonter, l'humidité s'accroît et le point représentatif rejoint la courbe de saturation.

La distance pour laquelle l'air rejoint la courbe de saturation est nettement plus courte que celle pour laquelle il rejoint la température profonde. On en déduit qu'une partie de la trajectoire de l'air se fera sur la courbe de saturation. Du brouillard pourra se produire dans l'air, les parois ruisselleront. Près de l'entrée haute, la trajectoire moyenne de l'air atmosphérique n'est pas très éloignée d'une isenthalpe.

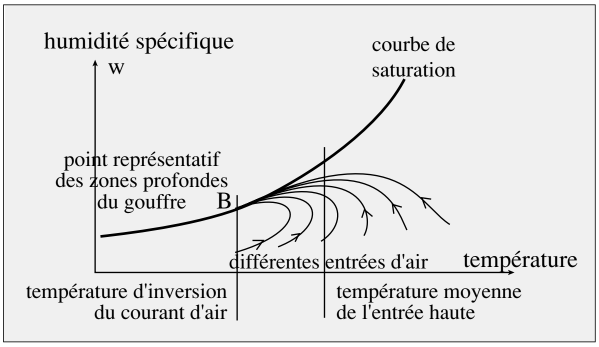


Fig. 3-46- Allure des différentes trajectoires de l'air humide à une entrée haute l'été

Sketch of different trajectories at the upper entrance in summer, in psychrometric diagram

j) Le moment de l'inversion du courant d'air

Le courant d'air alternatif dans un tube à vent présente une inversion du sens du courant d'air. Au § 2.5.4, nous avons étudié le rôle de l'inertie mécanique au moment de la renverse. Nous allons montrer ici que le changement de signe de la vitesse a lieu avec une certaine avance par rapport au passage à la valeur moyenne de la température extérieure.

On s'attend à ce que les changements de signe de la vitesse surviennent au passage à la valeur zéro de la température extérieure (sans dimension). Mais le déphasage entre la température intérieure et la température extérieure, d'une part, ainsi que l'amortissement des variations intérieures par rapport aux variations extérieures, d'autre part, font que la vitesse change de signe avec une certaine avance. Ce phénomène pourrait sembler paradoxal.

Le passage à zéro de cette vitesse (l'inversion du sens de la vitesse) arrive quand la température extérieure est égale à la température moyenne de l'air intérieur (moyenne le long de la galerie à un instant donné).

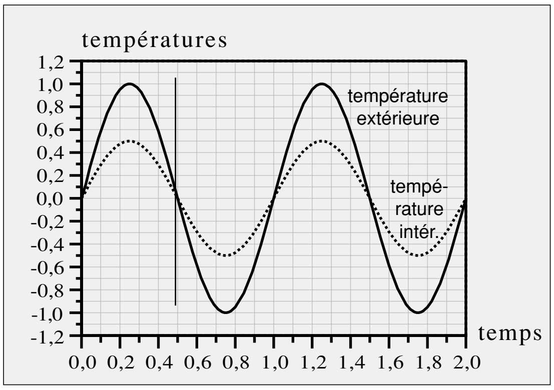


Fig. 3-47- Schéma montrant la température extérieure, la température moyenne intérieure avec amortissement et déphasage et la position de l'intersection

External temperature and mean internal temperature versus time. Influence of phase displacement and attenuation at the intersection point

Le déphasage entre la température extérieure T_1 et la température moyenne T_m fait que le passage à zéro de la vitesse a lieu plus tôt que le passage à zéro de la température extérieure (sans dimension).

Calcul analytique démonstratif. On a représenté sur la figure de la page suivante les valeurs du déphasage avance ψ du changement de signe du courant d'air, en fonction des deux paramètres : déphasage retard φ et gain γ de la température intérieure de l'air. Le déphasage ψ est d'autant plus grand que γ est plus grand (système peu amorti = pas d'inertie thermique).

Calculons l'instant pour lequel deux signaux déphasés d'un angle φ et dont le rapport des amplitudes est noté γ, possèdent des valeurs égales :

$$\sin(\omega t) - \gamma \sin(\omega t - \varphi) = 0 \qquad (3.123)$$

Cherchons la valeur $\psi = \omega t$ qui vérifie la relation au-dessus :

$$\sin\psi - \gamma \sin(\psi - \varphi) = 0 \Leftrightarrow \psi = \mathrm{Atan}\left(\frac{\gamma \sin\varphi}{1 - \gamma \cos\varphi}\right) \qquad (3.124)$$

C'est ce que représente la figure ci-contre. Pour un gain de 0,5, les deux déphasages sont comparables. Pour un gain petit, le déphasage ψ est plus petit que φ et le contraire si le gain γ est voisin de 1.

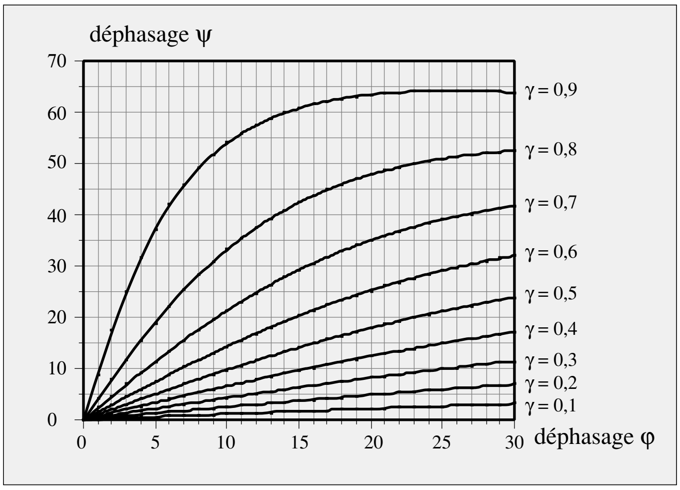


Fig. 3-48- Le déphasage avance ψ entre la vitesse et la température extérieure en fonction du déphasage retard φ entre températures intérieure et extérieure et en fonction du gain γ.
On voit qu'un gain faible (grand réseau) est associé à un déphasage faible entre la vitesse et la température extérieure menante

Displacement between velocity and external temperature versus lagging betweeen interior and external temperatures

k) Excitation extérieure à deux fréquences

La température extérieure ne peut se mettre sous la forme d'une sinusoïde que rarement. En général, la température peut être décomposée sous forme d'une série de sinusoïdes (décomposition en série de Fourier). Nous n'essayerons pas de le faire, mais nous allons examiner le cas de deux fréquences. Ce cas pourra correspondre à des variations journalières associées à des variations synoptiques de période d'une dizaine de jours. Ou bien, on considérera aussi le cas des variations journalières associées aux variations annuelles.

Pour obtenir ce résultat, il faut, dans le programme Therm3, calculer la température extérieure θ_1 en ajoutant l'harmonique au fondamental. Cela donne une expression de la forme :

$$\theta_1 = \frac{- \sin(\omega\tau) + A_m \sin(n_{har}.\ \omega\tau)}{\sqrt{1 + A_m^2}} \qquad (3.125)$$

Dans cette expression A_m est l'amplitude relative de l'harmonique et n_{har} est l'ordre de l'harmonique (par exemple $n_{har} = 2$ est l'harmonique à fréquence double). Le dénominateur est là pour normer l'amplitude totale.

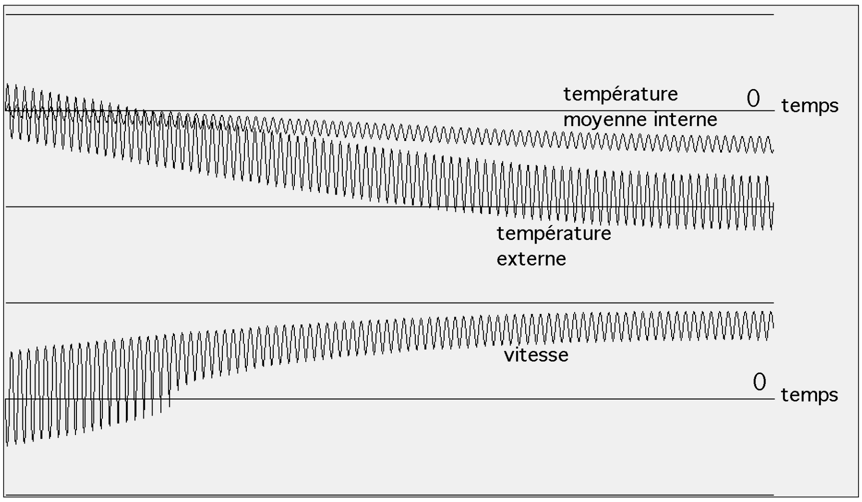


Fig. 3-49- En haut la température extérieure et la température moyenne intérieure en fonction du temps, en bas, la vitesse en fonction du temps.
Deux périodes, journalière et annuelle
Démarrage l'automne jusqu'à l'hiver
D = 1,44 m, L = 360 m, V0 = 0,28 m/s, A_m = 0,3.
Il y a une inversion du courant d'air deux fois par jour en automne et au printemps

At the top, external and mean internal temperatures versus time
At the bottom, velocity versus time

Nous avons représenté sur les figures ci-contre et suivantes quelques résultats obtenus. On retrouve sur toutes les figures la propriété que l'amplitude de la vitesse est plus grande à petite vitesse qu'à grande vitesse.

Sur la figure ci-contre, on voit que le changement de sens d'un courant d'air se produit un grand nombre de fois au moment de l'automne (ici) ou du printemps et qu'il est commandé par la fréquence journalière.

Dans les tubes à vent, c'est-à-dire des conduits à deux entrées, il n'y a pas de période sans courant d'air.

Lorsque dans un trou, on constate une période sans courant d'air, c'est en principe que la cavité possède plus que deux entrées. Pourtant, nous avons constaté au moment de la renverse d'un courant d'air une possibilité théorique d'annulation du courant d'air (§ 2.5.4.e). Mais ce point mériterait une étude complémentaire.

Sur la figure ci-contre, le fondamental n'est que d'un mois. La différence d'amortissement entre le fondamental et l'harmonique de fréquence 30 fois celle du fondamental ne se voit guère. On a vu plus haut que l'amortissement pour un système donné ne varie que très lentement avec la fréquence d'excitation.

Sur les deux figures ci-contre, l'augmentation au cours du temps de l'amplitude des fluctuations journalières au détriment des fluctuations hebdomadaires permet de voir le passage d'une fréquence à une autre. Au-dessus d'un certain seuil, c'est la haute fréquence qui assure le renversement du courant d'air. En dessous, c'est la basse fréquence.

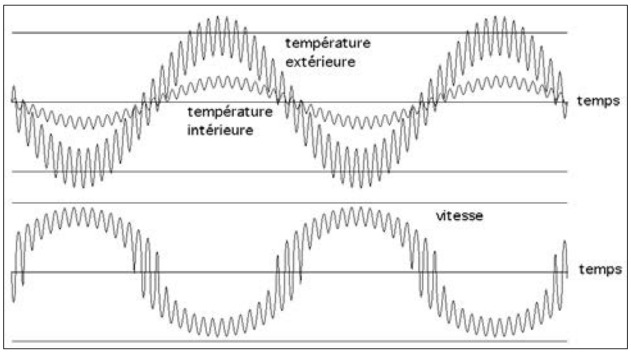


Fig. 3-50- Pour une amplitude relative de l'harmonique de 0,3 et en fonction du temps
en haut, la température extérieure et la température totale moyennée intérieure
en bas, la vitesse rapportée à la vitesse maxi
D = 1,44 m, L = 360 m, V0 = 0,28 m/s, fondamental à 30 jours, harmonique à 1 jour

Idem figure 3-49 but a monthly oscillation (relative amplitude 0.3) is added

l) Les limites de cette étude et conclusions

Les reproches que l'on pouvait faire à notre premier modèle de tube à vent peuvent être de nouveau avancés. Notre modèle est simpliste, et la comparaison avec des mesures dans la nature devrait tenir compte de plusieurs facteurs que nous avons volontairement omis dans cette étude. Les réseaux présentent souvent une dissymétrie entre les galeries du bas (horizontales) et les galeries du haut (souvent verticales). Cette dissymétrie entraîne une dissymétrie sur le fonctionnement du courant d'air. Nous verrons cette question juste après.

La différence des pressions motrices à l'origine du courant d'air est commandée par la masse volumique et non par la température comme nous l'avons supposé ici. Mais la masse volumique dépend de l'humidité spécifique et nous avons négligé le phénomène d'évapo-condensation. Elle dépend aussi de la teneur en dioxyde de carbone, mais les phénomènes de transferts de ce gaz vers l'air du conduit ne sont pas continus et ne peuvent être modélisés de la façon adoptée ici. Notre étude a pour seule ambition de mettre en évidence le rôle des transferts thermiques sur le courant d'air.

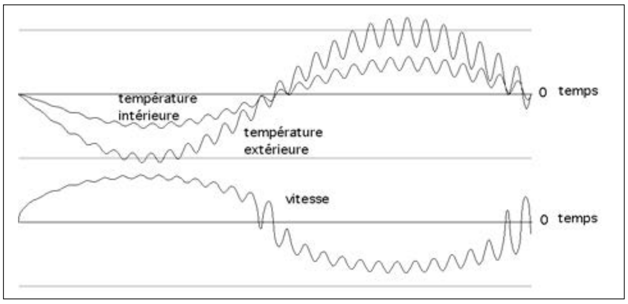


Fig. 3-51- En haut les températures extérieures et la température totale moyennée intérieure en fonction du temps.
En bas la vitesse en fonction du temps.
On a augmenté l'amplitude de l'harmonique linéairement avec le temps afin de voir l'effet d'amplification à l'inversion.
D = 0,7 m, L = 70 m, V = 0,28 m/s, période journalière et hebdomadaire

Idem figure 3-50, but the daily oscillation grows with time

Le rôle de l'eau qui percole dans la roche a été omis, nous venons de le voir. L'influence de l'eau est de deux sortes. D'une part, l'eau qui a transité plus ou moins profondément dans la roche, a pris une certaine température (la température uniforme de la roche si le trajet est assez long). L'eau en arrivant au niveau de la paroi modifie la perturbation amenée par l'air, et que nous avons calculée en conduction dans la roche, c'est l'influence de l'eau en chaleur sensible. D'autre part, l'eau à la surface de la paroi peut s'évaporer. La chaleur latente d'évaporation sera prise partiellement à l'air qui va donc se refroidir. On en déduit que l'évaporation modifiera sensiblement les longueurs caractéristiques calculées plus haut.

Pour les gouffres de montagne, un deuxième élément intervient, c'est le gel de l'eau quand la température descend au-dessous de 0°C. Là encore, il s'agit d'un changement d'état. L'eau qui est présente sur le trajet de l'air va se transformer en glace au passage du courant d'air. Cette transformation va libérer la chaleur latente et ralentir la diminution de la température de la roche (à une entrée basse en hiver). On a vu plus haut la glace stabiliser la température dans l'étude de la glacière de Corrençon. De même si le courant d'air plus chaud passe sur la glace, il va fondre la glace, ce qui demande de l'énergie de chaleur latente, et va retarder le réchauffement de la roche. La roche restant plus froide va permettre un refroidissement plus aisé de l'air.

Conclusions

Un tube à vent est parcouru par un courant d'air dont la température influence la température de la roche. La rétroaction de cet échange thermique se traduit par une diminution de la vitesse par rapport aux possibilités liées à la résistance aéraulique.

En régime périodique régulier, la température moyenne de l'air dans le conduit suit la température extérieure avec un amortissement et un déphasage. Le déphasage est de l'ordre de 15 à 20°. L'amplitude de la température moyenne de l'air est d'autant plus grande que la vitesse est forte, que le diamètre est plus grand et que la longueur de la galerie est plus petite. On a proposé une relation entre cette amplitude et un nombre sans dimension prenant en compte toutes les caractéristiques du système simplifié.

Les zones près des entrées présentent des différences significatives de température par rapport à la température profonde du réseau. L'entrée basse est plus froide et l'entrée haute est plus chaude. L'écart de température est proportionnel à l'amplitude des variations annuelles de la température extérieure. L'écart relatif (sans évaporation) peut atteindre au maximum 33 % de l'amplitude. C'est dire que pour une amplitude extérieure de 10°C, cela représentera 3°C de refroidissement en bas et 3°C de réchauffement en haut.

3.4. Tube à vent. Variation sinusoïdale de la température extérieure dans une cavité avec puits d'aération

Dans le chapitre précédent, on a examiné le cas d'un réseau en pente régulière. On va examiner ici le rôle d'une dissymétrie qui apparaît dans les réseaux avec collecteur et puits sortant sur les plateaux au-dessus. La zone des puits sera très sensible au courant d'air estival qui réchauffera les parois et diminuera la vitesse du courant d'air, alors que dans la galerie horizontale du bas, le courant d'air d'hiver refroidira les parois mais cela n'aura pas de conséquences (rétroaction) sur le courant d'air lui-même.

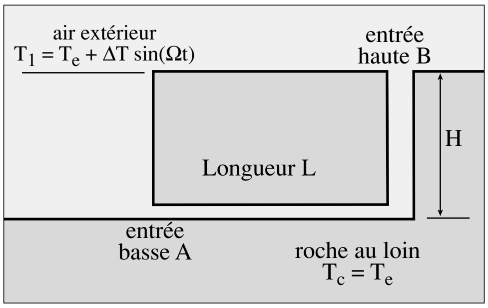


Fig. 3-52- Schéma du réseau.
Une galerie horizontale, un système de puits

System plan

3.4.1. Énoncé du problème

On considère comme dans le deuxième cas (§ 3.3) une galerie de diamètre D, de longueur L, débouchant à ses deux extrémités sur l'atmosphère extérieure. La dénivellation entre les deux entrées est donnée H (elle servirait à calculer la vitesse à partir de la résistance aéraulique). Mais la galerie est supposée d'abord horizontale et elle est raccordée au plateau par des puits.

La température initiale de la paroi de la galerie T_e est supposée uniforme. La température de l'air extérieur varie d'une manière sinusoïdale (période donnée = $2\pi/\Omega$) avec une amplitude donnée ΔT autour d'une température moyenne donnée T_e :

$$T_1 = T_e - \Delta T \sin\Omega t \qquad (3.126)$$

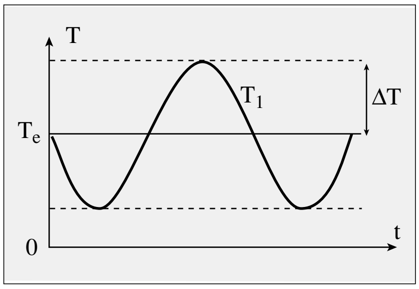


Fig.3-53- Température extérieure
au cours du temps

External temperature versus time

La température totale moyenne de l'air du réseau va suivre ces fluctuations avec un amortissement et un déphasage.

3.4.2. Mise en équation

On appelle x l'abscisse curviligne le long de l'axe de la galerie. On place l'origine O à l'entrée inférieure. On appelle T la température de l'air le long de la galerie et T' la température de la roche à une abscisse x et à une distance r de l'axe de la galerie. Ces grandeurs varient au cours du temps. La vitesse V de l'air est comptée positive si le courant d'air est montant.

a) La vitesse dans la galerie

On suppose que la vitesse, correspondant à une différence des températures intérieure et extérieure égale à ΔT, est connue et on l'appelle V_0. La vitesse se calcule en exprimant que les vitesses sont proportionnelles à la racine carrée de la différence de poids de deux colonnes d'air, l'une prise à l'extérieur et l'autre à l'intérieur. Comme on néglige la présence éventuelle de vapeur d'eau, la vitesse est proportionnelle à la racine carrée de la différence de la température intérieure (moyennée sur la hauteur H) et de la température extérieure :

$$\left|\frac{V}{V_0}\right| = \sqrt{\left|\frac{T_{mH} - T_1}{\Delta T}\right|} \qquad (3.127)$$

Dans cette relation T_{mH} est la température de l'air moyennée sur la hauteur H de la cheminée, T_1 est la température extérieure (moyennée sur la hauteur H), et le dénominateur représente l'amplitude des variations de la température extérieure.

b) Bilan sur l'air

C'est le même que pour l'étude vue plus haut. On pose $Re = \frac{|V| D}{\nu}$, $Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\rho_a c_p \nu}{\lambda_a}$

On pose S = signe (V), c'est-à-dire S = 1 si V > 0 (vitesse montante) et S = -1 si V < 0 (descendante).
Le bilan sur l'air s'écrit :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{S A}{R}(T_p - T)\left|\frac{V}{V_0}\right|^{-0,2} \quad \text{avec} \quad A = \frac{2\alpha}{Re_0^{0,2}\, Pr^{2/3}} \tag{3.128}$$

Le nombre de Reynolds avec l'indice 0 se rapporte à la vitesse V_0 (qui est positive). Ce nombre est donc constant. C'est le terme correctif en V/V_0 qui dépend de la température, donc du temps. Suivant le signe de V , l'entrée du courant d'air se fait en bas (V > 0) ou en haut (V < 0). La température de l'air à l'entrée est prise égale à T_1 , température extérieure (supposée uniforme en bas et en haut).

c) Conduction dans la paroi

L'équation est la même que précédemment :

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = a_c \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T'}{\partial r}\right) \tag{3.129}$$

Les conditions initiales sont traduites par une température uniforme dans la roche et égale à T_e et les conditions aux limites sont représentées par le flux cédé à l'air qui circule, cette échange se faisant à la paroi, c'est-à-dire pour r = R. La température de paroi est notée T_p . On obtiendra le régime périodique en partant d'un régime connu et en passant par un transitoire non périodique.

La relation de Fourier entre le gradient de température de la roche au voisinage de la paroi et le flux, nous permet d'écrire la condition de continuité des flux à la paroi :

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_{r=R} = \frac{B}{R}(T_p - T)\left|\frac{V}{V_0}\right|^{0,8} \quad \text{avec} \quad B = \frac{\alpha}{2} Re_0^{0,8}\, Pr^{1/3} \frac{\lambda_a}{\lambda_c} \tag{3.130}$$

Le terme correctif en V/V_0 contient les variations temporelles.

3.4.3. Équations sans dimension

Ce sont les mêmes que plus haut (§ 3.3), sauf modification pour la température moyenne intérieure qui est changée en température moyenne dans la cheminée de hauteur H.

vitesse sans dimension
$$\left|\frac{V}{V_0}\right| = \sqrt{\left|\frac{T_{mH} - T_e + T_e - T_1}{\Delta T}\right|} = \sqrt{|\theta_{mH} - \theta_1|} \tag{3.131}$$

La température θ_{mH} est la moyenne dans la cheminée de la température de l'air θ.

Les équations deviennent :

bilan pour l'air :
$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = S(\theta_p - \theta)\,|\theta_{mH} - \theta_1|^{-0,1} \tag{3.132}$$

$$\text{avec} \quad \theta_{mH} = \frac{1}{\xi_H}\int_{\xi_{L-H}}^{\xi_L} \theta\, d\xi \quad \begin{matrix} \text{avec } \theta_{\xi=0} = \theta_1 & \text{si } S > 0 & \text{soit } \theta_{mH} - \theta_1 > 0 \\ \text{avec } \theta_{\xi=\xi_L} = \theta_1 & \text{si } S < 0 & \text{soit } \theta_{mH} - \theta_1 < 0 \end{matrix} \tag{3.133}$$

conduction dans la roche :
$$\frac{\partial\theta'}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\theta'}{\partial\eta^2} + \frac{1}{\eta + B}\frac{\partial\theta'}{\partial\eta} \tag{3.134}$$

raccord à la paroi : pour $\eta = 0$
$$\left(\frac{\partial\theta'}{\partial\eta}\right)_{\eta=0} = (\theta_p - \theta)\,|\theta_{mH} - \theta_1|^{0,4} \quad \text{avec} \quad \theta_p = \theta'_{(\eta=0)} \tag{3.135}$$

Le problème sans dimension dépend de 4 paramètres indépendants (le premier caractérise le réseau souterrain et les propriétés générales thermiques de l'atmosphère, le deuxième la période de l'excitation thermique, le troisième la longueur de la galerie, le quatrième la dénivellation) :

$$B = 0{,}787\left(V_0\ D\right)^{0,8} \quad \omega = \frac{26}{Pé}\frac{D^{0,4}}{V_0^{1,6}} \text{ avec Pé = période en jours} \quad \xi_L = \frac{0{,}01266\ L}{V_0^{0,2}\ D^{1,2}} \quad \xi_H = \frac{0{,}01266\ H}{V_0^{0,2}\ D^{1,2}} \qquad (3.136)$$

La classe d'équivalence des réseaux du genre tube à vent. Comme dans le § 3.3, on peut établir des classes d'équivalences parmi l'ensemble des problèmes. Les solutions de deux problèmes physiques seront identiques si les trois nombres B, ω ξ_L et ξ_h sont identiques. Ainsi, considérons un premier réseau de caractéristiques D_1, L_1, H_1 V_{01}, $Pé_1$ et un deuxième de caractéristiques D_2, L_2, H_2 V_{02}, $Pé_2$. Ces deux réseaux seront équivalents (c'est-à-dire que toutes les variables sans dimension seront identiques) si les relations suivantes entre les grandeurs physiques sont vérifiées :

$$V_{01}\ D_1 = V_{02}\ D_2 \qquad \frac{Pé_1}{D_1^2} = \frac{Pé_2}{D_2^2} \qquad \frac{L_1}{D_1} = \frac{L_2}{D_2} \qquad \frac{H_1}{D_1} = \frac{H_2}{D_2} \qquad (3.137)$$

Exemple. Si une galerie de tube à vent a même allure qu'une autre, un diamètre, une longueur et une dénivellation deux fois plus grands qu'une autre. Ces deux galeries auront un fonctionnement aéraulique équivalent si la vitesse du courant d'air de la grande est deux fois plus petite et si la période d'oscillation du courant d'air est 4 fois plus grande.

Ainsi les deux réseaux caractérisés par : $D_1 = 2$ m, $L_1 = 500$ m, $H_1 = 100$ m, $V_{01} = 1$ m/s, $Pé_1 = 100$ jours
$D_2 = 4$ m, $L_2 = 1000$ m, $H_2 = 200$ m, $V_{02} = 0{,}5$ m/s, $Pé_2 = 400$ jours
sont-ils équivalents au sens que leurs solutions en variables sans dimension sont identiques.

3.4.4. Résolution numérique (programme THERM3)

Par rapport au cas traité précédemment (au § 3.3.5), la seule modification porte sur la définition de σ et S :

$$\sigma = \left|\theta_{mH} - \theta_1\right| \quad \text{et} \quad S = \text{Signe}\left(\theta_{mH} - \theta_1\right) \qquad (3.138)$$

Le reste de la résolution numérique est rigoureusement identique au cas examiné au § 3.3.

3.4.5. Résultats du programme THERM3

Nous nous contenterons de présenter un seul résultat.

Sur la figure ci-contre, on a représenté en haut l'évolution de la température extérieure en fonction du temps et de la température moyenne de l'air dans la partie verticale du conduit (amplitude plus petite). Les fluctuations de la température sont des fluctuations du genre fluctuations journalières supposées sinusoïdales (températures plus basses la nuit, plus élevées la journée). La nuit, la température de la partie verticale du conduit reste stable à cause de la longueur de la galerie horizontale. En revanche le jour, l'air chaud qui descend modifie cette température. En bas, est représentée la vitesse du courant d'air qui traduit la dissymétrie de fonctionnement.

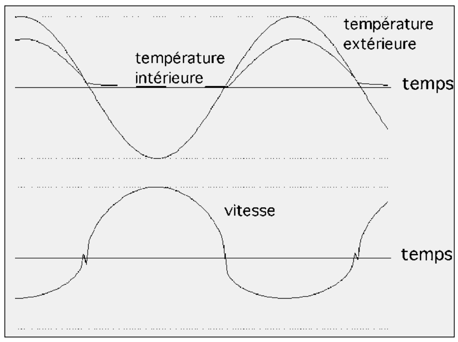


Fig. 3-54- Exemple de dissymétrie du fonctionnement entre le jour et la nuit du courant d'air pour une variation journalière et un réseau de petite taille

For daily temperature fluctuations and a small cave at the top external and mean internal temperatures, at the bottom velocity versus time

Conclusion : les observations que nous avons faites dans le cas d'une galerie inclinée sont extrapolables au cas d'une galerie horizontale ou subhorizontale avec puits de raccordement vers la surface. La différence principale porte sur le fait que les deux entrées jouent des rôles dissymétriques. Un courant d'air pénétrant par l'entrée basse perturbe peu le fonctionnement aéraulique, alors qu'un courant d'air pénétrant dans le réseau par son entrée supérieure, modifie rapidement la température de la colonne verticale qui est la seule à jouer un rôle actif dans le courant d'air. Ce dernier évolura donc rapidement.

3.5. Tube à vent à parois sèches, et condensation

Cette étude est le prolongement de celle qui a été faite dans le § 2.6. On avait supposé alors la température des parois maintenue constante par une circulation d'eau à proximité. Ici, nous supposons au contraire que la température de la roche n'est pas influencée par des écoulements d'eau.

Nous supposerons donc ici les parois sèches, ce qui est représentatif de réseaux fossiles ou de galeries artificielles. La paroi n'étant pas maintenue à une température constante par l'eau, va voir sa température influencée par celle de l'air. Cette étude est le complément de celle étudiée au § 2.6. Nous prendrons en compte ici les condensations possibles de la vapeur d'eau sur les parois ou la formation possible d'un brouillard, contrairement aux études faites plus haut.

On suppose connue la loi d'échange entre l'air et la paroi, par exemple la relation de Colburn (§ 1.4.3.e). Elle nous fournit le coefficient d'échange thermique h_{th}.

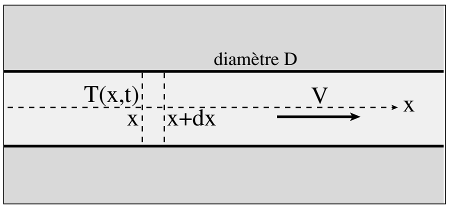


Fig. 3-55- Tube à vent et notations

Sketch of wind tube with notations

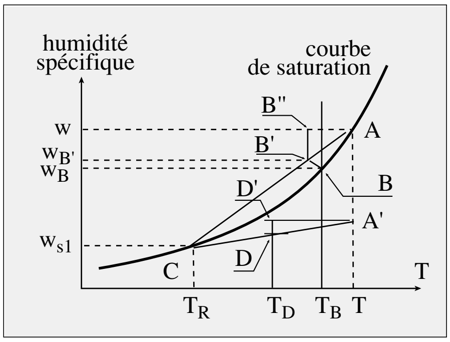


Fig. 3-56- Trajectoire de l'air humide saturé au cours d'un refroidissement
AB trajet avec brouillard, A'D sans brouillard.
La condensation correspond à $w - w_{B'}$ alors que le brouillard correspond à $w_{B'} - w_B$

Trajectory of saturated wet air
AB, the path with mist
$w - w_{B'}$ associated with condensed water
$w_{B'} - w_B$, associated with mist
in the psychrometric diagram

3.5.1. Évolution de l'humidité spécifique de l'air

Nous supposerons que l'eau de condensation qui peut se former, s'évacue par des fissures en dehors de la galerie. Il n'y a donc pas d'évaporation possible.

Nous posons : w_{s1} humidité spécifique de saturation pour la température de la paroi T'_R , w_s humidité spécifique de saturation pour la température de l'air T , et ψ humidité relative de l'air. Soit dT la variation de température de l'air (négative s'il y a condensation) qui se produit sur une longueur de galerie dx.

Nous introduisons la notion de non-évaporation par la constante ε' qui vaut 0 quand $w < w_{s1}$ et 1 quand il y aura condensation ($w > w_{s1}$). La valeur $\varepsilon' = 0$ conduirait à une évaporation s'il y avait de l'eau en paroi.

La dérivée longitudinale de l'humidité spécifique de l'air est non nulle seulement s'il y a condensation de l'eau à la paroi (la température de la paroi est inférieure à la température de rosée de l'air). Dans ce cas qui correspond à $\varepsilon' = 1$, il y a deux possibilités (que nous traduisons par deux valeurs différentes de la variable ε) :

- Soit, l'air circulant n'est pas à saturation ($\psi < 1$). Sur une courte distance dx, la trajectoire suivie par l'air dans le diagramme de Carrier de la figure 3-56 est du style A'D. On pose alors $\varepsilon = 0$. Il apparaît une condensation (de film ou de gouttes) à la paroi (D'D). La différence des températures est petite $dT = T_D - T$ (elle a été agrandie sur la figure pour des raisons de clarté).

- Soit, l'air circulant est à saturation ($\psi = 1$). La trajectoire devrait être AB' sur la droite AC. En réalité, le point B' étant dans la zone sursaturée, il y a condensation partielle de la vapeur d'eau et la trajectoire réelle est AB. Il se produit une condensation de gouttes d'eau sur la paroi froide (B''B') et un brouillard dans l'air (B'B sur la courbe isenthalpe). L'air humide suit la courbe de saturation (AB), on pose alors $\varepsilon = 1$. La différence de température est $dT = T_{B'} - T$.

Le paramètre ε' ne prend que deux valeurs : $\varepsilon' = 1$ si $w > w_{s1}$, et si $w < w_{s1}$ $\varepsilon' = 0$
Le paramètre ε possède aussi deux valeurs : $\varepsilon = 1$ si $\psi = 1$ sinon $\varepsilon = 0$
Le bilan longitudinal de l'humidité de l'air s'écrit en tenant compte de tous ces cas :

$$\frac{\partial w}{\partial x} = -4\,\varepsilon'\left(1-\varepsilon\right)\frac{h_{th}\,(w - w_{s1})}{D\,\rho\,c_p\,U} + \varepsilon\,\varepsilon'\,\frac{dw_s}{dT}\,\frac{\partial T}{\partial x} \qquad (3.139)$$

Suivant les valeurs de ε et ε', la dérivée axiale de l'humidité spécifique de l'air peut prendre trois valeurs : une valeur nulle si $\varepsilon' = 0$ et deux valeurs négatives, égales à l'un ou à l'autre terme du deuxième membre, si $\varepsilon' = 1$.

On pourrait négliger en première approximation le rôle du paramètre ε et le prendre définitivement nul. L'erreur commise ne serait pas très grande. Nous ne ferons pas cette approximation ici. Cela nous permet de distinguer la condensation à la paroi et le brouillard éventuel, au prix, il est vrai, d'une belle complication. Nous la diminuerons un peu en négligeant la différence $T_B - T_{B'}$, devant la différence $T - T_B$.

La quantité d'eau condensée sur la paroi dépend de l'existence d'un brouillard ou non (à cause de dT qui en dépend). Nous la calculons à partir de la figure 3-56 en appliquant le théorème de Thalès et en remarquant qu'un débit d'eau de condensation s'obtient par le produit du débit masse d'air par la différence des humidités spécifiques :

$$\frac{\partial q_{condens.\ paroi}}{\partial x} = -\varepsilon' \rho U \frac{\pi D^2}{4} \frac{w - w_{s1}}{T - T'_R} \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{en kg.s}^{-1}.\text{m}^{-1} \tag{3.140}$$

Nous pouvons aussi l'écrire sous la forme d'un débit masse par m² de surface de paroi :

$$\frac{\partial q_{condens.\ paroi}}{\pi D \partial x} = -\varepsilon' \frac{\rho U D}{4} \frac{w - w_{s1}}{T - T'_R} \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{en kg.s}^{-1}.\text{m}^{-2} \tag{3.141}$$

Le brouillard éventuellement produit dans l'air sera calculé par différence de la même façon :

$$\frac{\partial q_{brouillard}}{\partial x} = -\varepsilon' \varepsilon \rho U \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{dw_s}{dT} - \frac{w - w_{s1}}{T - T'_R}\right) \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{en kg.s}^{-1}.\text{m}^{-1} \tag{3.142}$$

L'effet de la condensation sur la paroi, quand elle a lieu, est de fournir de la chaleur à la paroi, alors que la formation de brouillard fournit de la chaleur à l'air. C'est pour cette raison que nous prenons la peine de calculer séparément les deux débits .Le brouillard finira de toute manière à la paroi, mais les profils de température sont légèrement modifiés.

3.5.2. Température de la roche, bilan sur l'air et échange à la paroi

Équation radiale d'énergie dans la roche calcaire. Si nous supposons la roche calcaire homogène et non fissurée, nous pouvons écrire la loi de conduction :

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{a_c}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T'}{\partial r}\right) \tag{3.143}$$

Si la roche est fissurée, mais sans circulation d'eau le coefficient a_c, qui est la diffusivité thermique du calcaire, est à remplacer par une diffusivité apparente dont la valeur est à déterminer expérimentalement car elle est influencée par l'air des fissures.

Bilan longitudinal d'énergie de l'air. L'équation de bilan longitudinal pour l'air s'écrit (en W/m) :

$$q_m c_p \frac{\partial T}{\partial x} = -\pi D h_{th} (T - T'_R) - \frac{q_m g}{dx/dz} + L_h \frac{\partial q_b}{\partial x} \quad \text{avec } q_m = \rho U \frac{\pi D^2}{4} \tag{3.144}$$

On a pris en compte le gradient adiabatique de l'air dû au travail de la pesanteur. Il vaut -1°C pourr 100 m de montée. On l'avait négligé dans le calcul du § 2.6. On a tenu compte aussi de l'apport de chaleur par condensation du brouillard éventuel.

On explicite $\partial q_b/\partial x$ en fonction de $\partial T/\partial x$ grâce à la relation établie plus haut. Ce problème est celui d'un changement très lent dans le temps, le terme transitoire $\partial T/\partial T$ est négligeable devant $U\, \partial T/\partial x$. On obtient alors :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \left[-\frac{4 h_{th} (T - T'_R)}{D \rho c_p U} - \frac{g}{c_p\, dx/dz}\right] / \left[1 + \varepsilon \varepsilon' L_h \left(\frac{dw_s}{dT} - \frac{w - w_{s1}}{T - T'_R}\right)\right] \tag{3.145}$$

Bilan radial d'énergie à la paroi. On écrit que la somme des flux (algébriques) arrivant sur la paroi est nulle car la paroi n'a aucune inertie thermique (pas d'épaisseur). Il y a trois termes : le premier représente le flux cédé par l'air, le deuxième, le flux apporté par la condensation, et le troisième, le flux de conduction provenant de la roche calcaire (ce flux est relié au gradient thermique dans le calcaire par la loi de Fourier) :

$$h_{th}\left(T - T'_R\right) - \varepsilon' \frac{\rho U D L_h}{4} \frac{w - w_{s1}}{T - T'_R} \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda_c \left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_{r=R} = 0 \quad \text{en W.m}^{-2} \qquad (3.146)$$

Nous négligeons le flux géothermique en supposant que des circulations d'eau l'ont récupéré plus bas, près du niveau de base local.

3.5.3. Système d'équations

Il comporte des équations sur l'évolution de la masse de la vapeur d'eau (bilan longitudinal, condensation à la paroi) et trois équations sur l'énergie (de conduction radiale, de bilan axial sur l'air et bilan radial de raccordement à la paroi). Ces équations sont couplées puisqu'il y a des termes d'interaction (à cause de la chaleur latente de changement d'état). Il faut leur adjoindre les relations complémentaires :

$$\begin{array}{llll} \varepsilon' = 0 \text{ si } w - w_{s1} < 0 & \varepsilon = 0 \text{ si } E > 0 \text{ ou } \zeta \neq 1 \\ \varepsilon' = 1 \text{ si } w - w_{s1} > 0 & \varepsilon = 1 \text{ si } E < 0 \text{ et } \zeta = 1 \end{array} \qquad (3.147)$$

$$w_s = 0{,}622 \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}} \qquad w = 0{,}622 \frac{\psi\, p_{vs}}{p - \psi\, p_{vs}} \qquad w_{s1} = 0{,}622 \frac{p_{vs1}}{p - p_{vs1}} \qquad (3.148)$$

Conditions d'entrée-sortie :

$$\begin{array}{lll} U > 0 & T(x=0) = T_A & w(x=0) = w_A \\ U < 0 & T(x=l) = T_B & w(x=l) = w_B \end{array} \qquad (3.149)$$

Ce système d'équations est beaucoup plus compliqué que celui obtenu dans le § 2.6.2. La raison principale en est le rôle complexe joué par la roche. Seule une résolution numérique est possible. Comme on l'a vu pour les autres problèmes tenant compte de l'inertie thermique de la roche, la solution possède une mémoire importante puisque la roche joue le rôle de réservoir de chaleur et peut donc la restituer longtemps après l'avoir stockée. Cet effet de mémoire se traduira là encore par des déphasages entre les phénomènes dynamiques et thermiques intérieurs, et les conditions extérieures.

3.5.4. Résolution numérique dans un cas simple schématique (figure ci-contre)

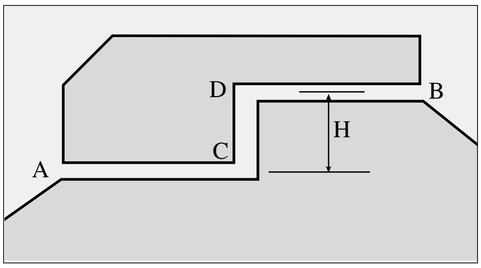


Fig. 3-57- Cas très simple où la température dans la zone verticale est constante au cours de l'année

Very simple case with an annual constant temperature of vertical duct

Nous supposons que les tronçons AC et BD sont assez longs pour que les perturbations thermiques dans CD soient négligeables.
Nous supposons sinusoïdales les variations de température extérieure $T_A = T_B = T_e + \Delta T \cos\Omega t$.
Le taux d'humidité extérieure est supposé constant et égal à ψ_0.
La pression motrice a donc pour valeur $\Delta P = - \rho_0\, g\, H\, \Delta T/T_e \cos \Omega t$.
On suppose que la galerie a un diamètre D et qu'il y a une étroiture en forme de diaphragme de diamètre d.
La vitesse de circulation de l'air vaut donc (en dehors de l'étroiture) :

$$U = - \frac{V_0 \cos \Omega t}{|\cos \Omega t|^{0,5}} \quad \text{avec} \quad V_0 = \sqrt{\frac{2\, g\, H}{\frac{\Lambda\, l}{D} + \left(\frac{D}{d}\right)^4} \frac{\Delta T}{T_e}} \qquad (3.150)$$

Nous négligeons la formation de brouillard et supposons que toute la vapeur d'eau se retrouve condensée à la paroi. Nous adoptons ainsi la valeur $\varepsilon = 0$. On néglige le gradient adiabatique sec. Pour les tronçons AC et DB, on obtient le système des 4 équations qui fournissent la solution :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{4\, h_{th}\left(T'_R - T\right)}{D\, \rho\, c_p\, U} \qquad \frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{a_c}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T'}{\partial r}\right) \qquad (3.151)$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_R = \frac{h_{th}}{\lambda_c}\left[T'_R - T + \frac{L_h\,\varepsilon'}{c_p}(w_1 - w)\right] \qquad \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{4\,h_{th}\,\varepsilon'}{D\,\rho\,c_p\,U}(w_{s1} - w) \tag{3.152}$$

La corrélation de l'échange thermique entre l'air et la paroi s'écrit (Colburn § 1.4.3.e) :

$$h_{th} = Nu\,\frac{\lambda}{D} = 0{,}023\ Re^{0,8}\ Pr^{1/3}\,\frac{\lambda}{D} = 0{,}023\left(\frac{|U|\,D}{\nu}\right)^{0,8} Pr^{1/3}\,\frac{\lambda}{D} = A\,|U|^{0,8} \tag{3.153}$$

$$\text{avec} \quad A = 0{,}023\ \nu^{-0,8}\,\lambda\,Pr^{1/3}\,D^{-0,2}$$

La constante numérique 0,023 peut être modifiée pour tenir compte de la rugosité.

Unités naturelles. On écrit les équations sous forme adimensionnelle pour diminuer le nombre de paramètres. Nous prenons deux échelles de longueur, une pour la conduction radiale, l'autre pour l'évolution longitudinale :

$$\text{temps :} \quad \tau = \frac{\Omega\ 1}{2\,\pi} \tag{3.154}$$

$$\text{températures :} \quad \theta = \frac{T - T_e}{\Delta T} \qquad \theta' = \frac{T' - T_e}{\Delta T} \qquad \theta'_R = \frac{T'_R - T_e}{\Delta T} \tag{3.155}$$

$$\text{concentration en vapeur d'eau :} \quad \chi = \frac{w(T) - w(T_e)}{w(T_e + \Delta T) - w(T_e)} \tag{3.156}$$

$$\text{longueur transversale :} \quad \eta = r\sqrt{\frac{\Omega}{2\,\pi\,a_c}} = \frac{r}{e} \qquad \eta_R \text{ pour } r = D/2 \tag{3.157}$$

$$\text{longueur :} \quad \xi = x\,\frac{4\,\lambda_c}{D\,\rho\,c_p\,V_0}\sqrt{\frac{\Omega}{2\,\pi\,a_c}} \tag{3.158}$$

Remarque sur les unités naturelles choisies. On remarque que le choix des échelles de longueur n'est pas du tout le même que dans les études des § 3.3 et 3.4. On avait adopté alors comme échelle de base le rayon R et on l'avait modulé par les paramètres A et B adaptés respectivement à la convection et à la conduction. Ici, l'échelle de base est l'épaisseur de pénétration thermique dans la roche. Cette échelle est bien adaptée aux longueurs transverses. Elle est modulée pour les distances axiales. On remarque enfin que la variable sans dimension transverse a pour origine l'axe de la galerie alors que précédemment, cette origine était prise au bord. Ainsi, ces deux choix possibles d'unité naturelle de longueur démontrent que le choix des unités naturelles n'est pas unique. L'important dans la mise sans dimension des équations est que cela diminue le nombre de paramètres indépendants du problème.

Le système des équations sans dimension. Après quelques calculs intermédiaires, on obtient le système suivant :

$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = -S\left(\frac{\partial\theta'}{\partial\eta}\right)_{\eta_R} + \varepsilon'\,B\,C\,S\ (\chi_1 - \chi) \qquad \frac{\partial\theta'}{\partial\tau} = \frac{1}{\eta}\,\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\eta\,\frac{\partial\theta'}{\partial\eta}\right) \tag{3.159}$$

$$\left(\frac{\partial\theta'}{\partial\eta}\right)_{\eta_R} = B\,(\theta'_R - \theta) + \varepsilon'\,B\,C\,(\chi_1 - \chi) \qquad \frac{\partial\chi}{\partial\xi} = -\,B\,S\,\varepsilon'\,(\chi_1 - \chi) \tag{3.160}$$

$$S(\tau) = \frac{|\cos 2\pi\tau|^{0,5}}{|\cos 2\pi\tau|} \qquad B = \frac{e\,A}{\lambda_c}\,V_0^{8}\,|\cos 2\pi\tau|^{0,4} \qquad C = \frac{L_h}{\rho\,c_p\,\Delta T}\left[w(T_m + \Delta T) - w(T_m)\right] \tag{3.161}$$

$$\text{si}\ \cos(2\pi\tau) > 0 \quad \theta\,(\xi = 0)) = \cos(2\pi\tau) \quad \chi\,(\xi = 0)) = \chi_A \tag{3.162}$$

$$\text{si}\ \cos(2\pi\tau) < 0 \quad \theta\,(\xi = \xi_l)) = \cos(2\pi\tau) \quad \chi\,(\xi = \xi_l)) = \chi_B \tag{3.163}$$

$$\varepsilon' = 0 \quad \text{si} \quad \chi_1 - \chi > 0 \qquad \varepsilon' = 1 \quad \text{si} \quad \chi_1 - \chi < 0 \tag{3.164}$$

La résolution numérique a été faite par un calcul aux différences finies pour quelques valeurs des trois paramètres sans dimension :

$$\frac{B}{|\cos 2\pi\tau|^{0,4}} \tag{3.165}$$

$$\eta_R = \frac{D}{2}\sqrt{\frac{\Omega}{2\,\pi\,a_c}} \tag{3.166}$$

C

3.5.5. Quelques résultats dans un cas donné

Nous présentons quelques résultats pour le cas suivant :
l = 10 000 m ; H = 500 m ; D = 2 m ; d = 0,3 m ; T_e = 278 K ; ΔT = 8 K.

Nous remarquons sur la figure ci-contre le rôle complexe joué par la roche qui entoure la galerie : elle apporte de l'inertie aux phénomènes thermiques, ce qui se traduit par une déformation et un déphasage dans les profils de température. Ainsi les courbes pour τ = 0,35 et τ = 0,65 seraient superposées dans le cas d'une paroi à température constante. On constate aussi sur cette figure que la température de l'entrée basse d'un réseau est plus basse pendant toute l'année que la température profonde du réseau. Nous avons déjà analysé plus haut cette anomalie thermique. De même, la température d'une entrée supérieure serait plus élevée que le reste du réseau s'il n'y avait pas des phénomènes parasites, comme l'accumulation de neige, qui faussent ce résultat.

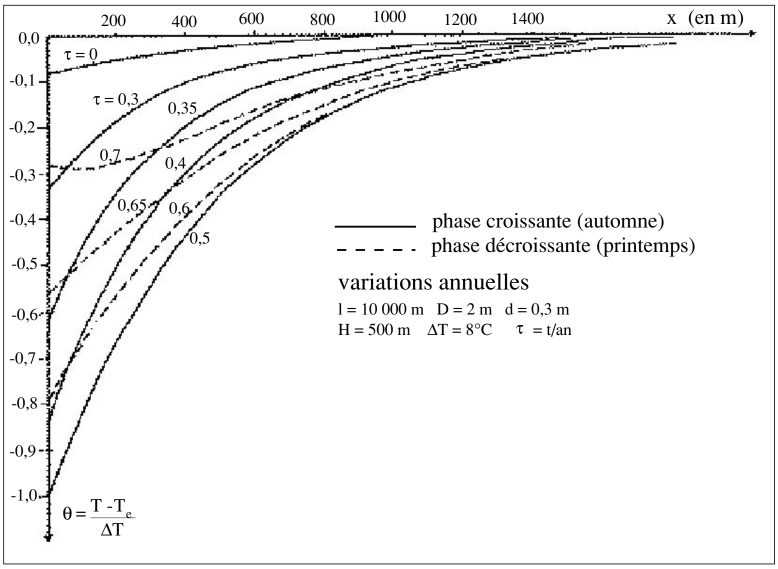


Fig. 3-58- Température de l'air en fonction de la distance à l'entrée A à différents moments de l'année, τ = t/ (un an)

Air temperature versus distance of lower entrance for different times of year

On retrouve un résultat analogue pour la température dans la roche en fonction de la distance à la paroi (figure ci-contre). La roche près de l'entrée inférieure est plus froide que le réseau profond. Il y a amortissement des «ondes thermiques» avec la profondeur.
Pour $\eta - \eta_R = 3$, on ne sent plus les variations de température annuelles.

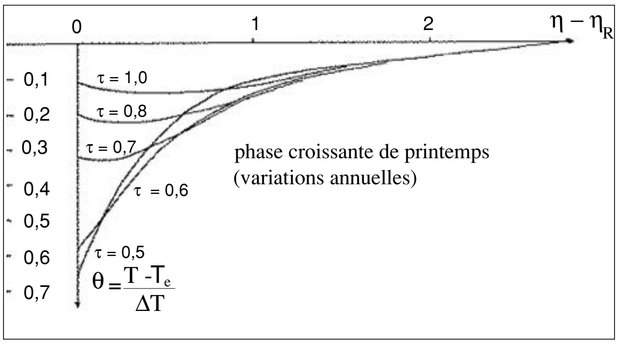


Fig. 3-59- Température dans la roche à l'entrée basse

Rock temperature at the lower entrance versus wall depth for different times of year

Le rôle de la condensation est mis en évidence sur la figure ci-dessous. On se trouve près de l'entrée supérieure en plein été. Le courant d'air pénètre dans la cavité ; son humidité relative initiale est de 0,8. Il atteint rapidement la valeur 1 et à partir de ce point, la condensation provoque un retard au refroidissement.

Les fluctuations de la température extérieure ne sont pas sinusoïdales, mais on peut faire apparaître les différentes fréquences qui la composent (par décomposition de Fourier). Les équations ne sont pas linéaires et on ne peut strictement appliquer un principe de superposition, mais on peut remarquer que la zone influencée augmente quand la période des oscillations de température augmente.

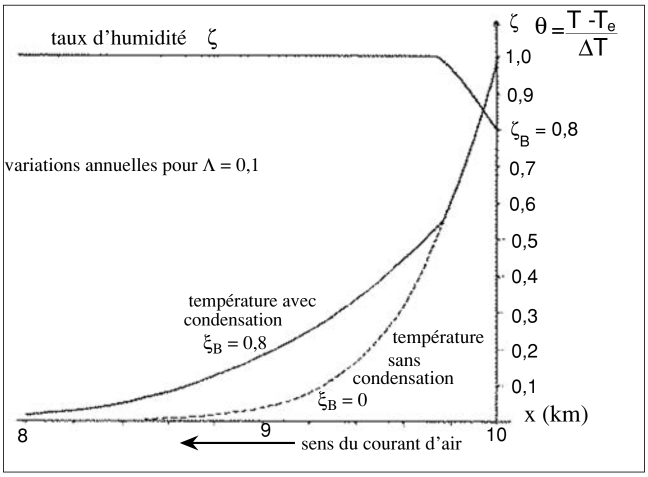


Fig. 3-60- Température et humidité près de l'entrée haute, en été

Temperature and humidity near the upper entrance in summer versus distance from entrance

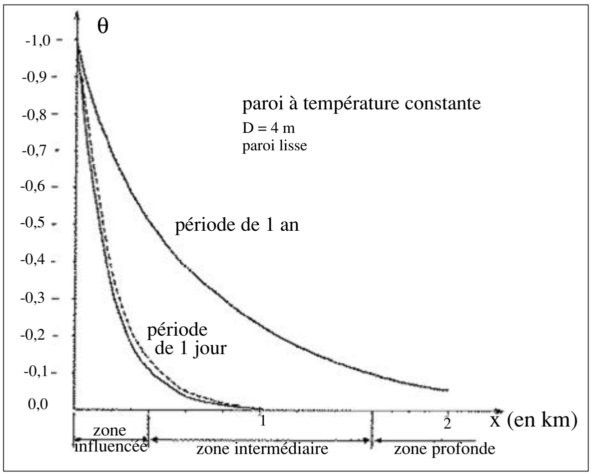


Fig. 3-61- Température près de l'entrée basse en hiver

Air temperature near the lower entrance in winter versus distance from entrance

On peut donc distinguer dans une cavité trois zones au voisinage des ouvertures :une zone très influencée dont la température suit les fluctuations rapides de la température extérieure (variations diurnes), une zone intermédiaire sensible seulement aux fluctuations mensuelles ou annuelles, et une zone profonde pratiquement insensible aux fluctuations annuelles, mais qui pourrait suivre des variations très lentes du climat si l'influence thermique de l'eau était rigoureusement nulle.

La roche qui entoure la galerie ne peut jouer un rôle thermique appréciable que si l'évolution thermique est lente. Dans le cas examiné ici, on trouve que le rôle de la paroi devient nul si la période des fluctuations est plus petite qu'un jour. En effet la courbe d'évolution est à peu près superposée avec celle obtenue pour une température de paroi constante. L'inertie thermique se traduit donc, en un point donné, comme un filtre passe-bas (non linéaire, il est vrai) pour la température de l'air.

3.5.6. Débits moyens d'eau récupérable par condensation

En été, l'air extérieur contient plus d'eau que l'air des cavités. Il se produira donc en moyenne une condensation. Dublyansky et al (2000 reprenant leur article de 1980) ont proposé une courbe fournissant, pour une altitude donnée, le débit d'eau fourni par un débit d'un mètre cube par seconde d'air entrant dans le karst (figure ci-contre).

Ils ont aussi proposé des corrélations moyennes en fonction de la latitude et de l'altitude. Ces données pourront rendre des services mais ne remplaceront pas une étude locale détaillée car le degré d'ouverture d'un lapiaz au courant d'air est un paramètre très variable d'une région à l'autre.

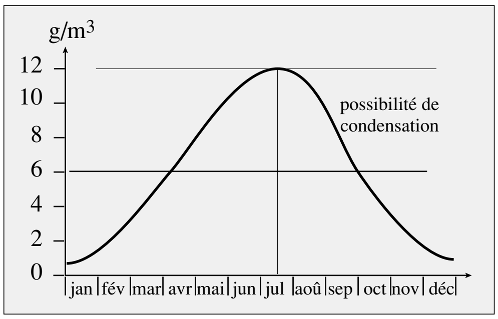


Fig. 3-62- Possibilités de condensation d'un mètre cube d'air suivant les saisons.
Cette courbe a été dressée pour la Crimée, mais semble convenir pour les climats tempérés

Condensation possibility sketch for one m^3 of air versus season (Dublyansky, 2000)

3.6. Courants d'air dans un réseau à plusieurs entrées

Nous allons nous intéresser aux particularités du courant d'air dans un réseau à trois entrées. Le nombre de paramètres indépendants, donc le nombre de degrés de liberté des phénomènes augmente. La complexité aussi. Nous étudierons un régime intéressant des courants d'air dans les entrées intermédiaires, que nous baptiserons le régime critique, et rattacherons d'autres propriétés à ce régime particulier. Nous profiterons du logiciel élaboré pour étudier les réseaux à deux entrées avec dénivellations ou non entre les entrées.

3.6.1. Schématisation d'un réseau à trois entrées étagées

Le réseau est caractérisé par les trois dénivellations H_1, H_2 et H_3 et les trois longueurs L_1,(DB) L_2 (DC) et L_3 (DA). Le diamètre est supposé identique partout et on le note D. Les longueurs doivent être positives, mais pas les dénivellations.

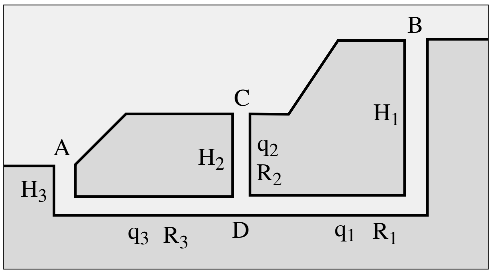


Fig. 3-63- Schématisation d'un réseau à 3 entrées étagées

A system with entrances at three level

On suppose connues (par calcul ou par mesure) les 3 résistances aérauliques des tronçons DA, DB et DC. La relation entre la perte de charge et le débit s'écrit donc :

$$\Delta P = R\, q\,|\,q\,| = R\ Si\ q^2 \qquad (3.167)$$

Les débits q sont des débits masse en kg/s. Ils seront comptés positifs si la direction du courant d'air est DA, DB ou DC (soufflant) et comptés négativement dans les autres cas (aspirant). La variable Si est égale à 1 si la vitesse est positive et égale à -1 dans le cas contraire. R est la résistance aéraulique et non le rayon de la galerie.

L'étude thermique des cheminées DA, DB et DC fournira les masses volumiques moyennes dans les conduits verticaux. Nous posons ρ_e la masse volumique de l'air extérieur, ρ_1 la masse volumique moyenne dans la cheminée 1, ρ_2 celle dans la cheminée 2 , et ρ_3 celle dans la cheminée 3.

On pose S_1 le signe de q_1 etc. On note δ_1, δ_2, δ_3 les différences de pression motrice à l'origine des mouvements (le «tirage de la cheminée») :

$$\delta_1 = (\rho_e - \rho_1)\, g\, H_1 \qquad \delta_2 = (\rho_e - \rho_2)\, g\, H_2 \qquad \delta_3 = (\rho_e - \rho_3)\, g\, H_3 \qquad (3.168)$$

Dans cette étude, nous supposerons que les différences de masses volumiques sont dues aux différences de températures. On néglige donc l'influence de l'humidité de l'air et du dioxyde de carbone. On en déduit les différences de pressions motrices :

$$\delta_1 = \frac{T_{m1} - T_e}{T_0}\rho_0\, g\, H_1 \qquad \delta_2 = \frac{T_{m2} - T_e}{T_0}\rho_0\, g\, H_2 \qquad \delta_3 = \frac{T_{m3} - T_e}{T_0}\rho_0\, g\, H_3 \qquad (3.169)$$

Les trois inconnues, les 3 débits, sont solutions de 4 équations :

loi des nœuds : $$q_1 + q_2 + q_3 = 0 \qquad (3.170)$$

loi des pertes de charge sur AB : $$R_1\, Si_1\, q_1^2 - R_2\, Si_2\, q_2^2 = \delta_1 - \delta_2 \qquad (3.171)$$

loi des pertes de charge sur BC : $$R_2\, Si_2\, q_2^2 - R_3\, Si_3\, q_3^2 = \delta_2 - \delta_3 \qquad (3.172)$$

loi des pertes de charge sur CA : $$R_3\, Si_3\, q_3^2 - R_1\, Si_1\, q_1^2 = \delta_3 - \delta_1 \qquad (3.173)$$

La dernière équation n'est pas indépendante des autres puisqu'elle résulte de la somme des deux précédentes. On élimine q_3 à l'aide de la première équation et on reporte dans la troisième :

$$R_2\,Si_2\,q_2^2 - R_3\,Si_3\,(q_1 + q_2)^2 = \delta_2 - \delta_3$$

d'où on déduit $$-2\,q_1\,q_2 = \frac{\delta_2 - \delta_3 - R_2\,Si_2\,q_2^2}{R_3\,Si_3} + q_1^2 + q_2^2 \qquad (3.174)$$

On est obligé d'élever au carré pour tout exprimer en fonction du carré de q_1 qui sera calculé à partir de la deuxième équation. Cette élévation au carré va introduire des solutions non physiques qu'il conviendra d'éliminer à la fin. On aboutit à une équation bicarrée :

$$4\,q_2^2\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1} + \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1}\,q_2^2\right) = \left[\frac{\delta_2 - \delta_3}{R_3\,Si_3} - \frac{R_2\,Si_2}{R_3\,Si_3}\,q_2^2 + \frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1} + \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1}\,q_2^2 + q_2^2\right]^2 \qquad (3.175)$$

Ce qui conduit à l'équation en q_2^2 :

$$4\,q_2^2\left[\frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1} + \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1}\,q_2^2\right] - \left[\frac{\delta_2 - \delta_3}{R_3\,Si_3} + \frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1} + \left(1 + \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1} - \frac{R_2\,Si_2}{R_3\,Si_3}\right)q_2^2\right]^2 = 0$$

Soit, en ordonnant suivant les puissances de q_2 :

$$\left[4\,\frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1} - \left(1 + \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1} - \frac{R_2\,Si_2}{R_3\,Si_3}\right)^2\right]q_2^4 + \left(4\,\frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1} - 2\left(\frac{\delta_2 - \delta_3}{R_3\,Si_3} + \frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1}\right)\left(1 + \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1} - \frac{R_2\,Si_2}{R_3\,Si_3}\right)\right)q_2^2 -$$
$$- \left(\frac{\delta_2 - \delta_3}{R_3\,Si_3} + \frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1}\right)^2 = 0$$

On peut mettre cette équation sous la forme : $a\,q_2^4 + 2\,b\,q_2^2 - c^2 = 0$ (3.176)

$$\text{avec} \quad a = 4\,\frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1} - \left(1 + \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1} - \frac{R_2\,Si_2}{R_3\,Si_3}\right)^2 \qquad (3.177)$$

$$b = \frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1}\left[1 - \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1} + \frac{R_2\,Si_2}{R_3\,Si_3}\right] + \frac{\delta_3 - \delta_2}{R_3\,Si_3}\left(1 + \frac{R_2\,Si_2}{R_1\,Si_1} - \frac{R_2\,Si_2}{R_3\,Si_3}\right) \qquad (3.178)$$

$$c = \frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\,Si_1} - \frac{\delta_3 - \delta_2}{R_3\,Si_3} \qquad (3.179)$$

Avant de chercher la solution générale de cette équation, nous allons étudier à quelles conditions la vitesse dans la branche intermédiaire est nulle.

3.6.2. Cas à vitesse intermédiaire nulle : entrée en condition critique

Le résultat remarquable qu'on va établir est qu'on peut obtenir une vitesse nulle dans l'entrée intermédiaire pendant d'assez longs intervalles de temps. Par comparaison, on sait que la vitesse n'est presque jamais nulle dans un tube à vent simple.

Si la vitesse est nulle, le débit masse est nul et la condition se traduit par $c = 0$. Dans ce cas-là, les signes de q_1 et q_3 sont opposés. La condition s'écrit encore :

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_2 - \delta_3} \qquad (3.180)$$

Les résistances R_1 et R_3 ne changent pas avec le temps pour un réseau donné. En revanche les paramètres δ_1, δ_2, δ_3 changent en fonction des saisons et des influences thermiques de l'air extérieur sur les cheminées. Cette condition traduit la caractéristique d'une entrée en condition critique. Pour cette entrée, les pressions motrices relatives aux entrées voisines sont proportionnelles aux résistances aérauliques.

Si les vitesses de circulations de l'air étaient tellement faibles que les cheminées pourraient être considérées comme à température constante, alors la condition de nullité de la vitesse dans la branche 2 se ramènerait à la condition purement géométrique :

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{H_1 - H_2}{H_2 - H_3} = \frac{H_{AB}}{H_{BC}} \qquad (3.181)$$

Nous appellerons entrée en condition critique, une entrée intermédiaire à courant d'air nul. L'existence d'une entrée critique dans un réseau à 3 entrées est liée à une certaine relation entre les dénivellations et les températures (termes moteur) et les résistances aérauliques (c'est-à-dire les resserrements).

Pour bien comprendre cette notion, appliquons-la à un système très simple pour lequel $H_1 = 2\,H_2$ et $R_1 = R_3$ ($H_3 = 0$). Ce système possède une entrée intermédiaire qui peut se trouver en condition critique. Sur la figure ci-contre le courant d'air hivernal part de l'entrée inférieure et sort par l'entrée supérieure en ignorant totalement l'entrée intermédiaire. Cette entrée intermédiaire est donc critique à ce moment-là.

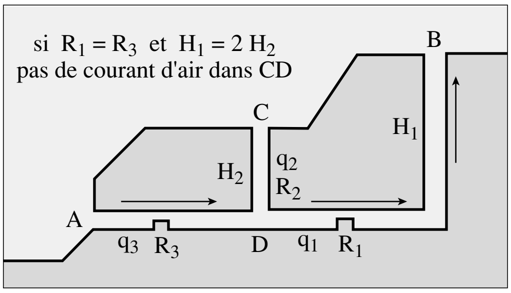


Fig. 3-64- Exemple de réseau dont l'entrée intermédiaire peut se trouver en situation critique. L'entrée intermédiaire n'a ici pas de courant d'air en cette période de l'hiver

Example of system in winter with a critical intermediate entrance : no air flow in this intermediate gallery

Il est intéressant de constater qu'en situation critique, la résistance aéraulique de la cheminée intermédiaire ne joue aucun rôle. Le système est alors (momentanément) équivalent à un tube à vent à deux entrées. Mais des fluctuations infimes des conditions thermiques peuvent amener de grandes fluctuations des courants d'air au niveau de cette entrée. Le fonctionnement de cette cheminée peut se révéler particulièrement complexe et imprévisible. C'est pour cette raison que nous l'avons baptisé de critique. Les phénomènes d'oscillations rapides et d'accrochages peuvent apparaître et nous les verrons plus loin à l'occasion de l'étude numérique. Ces phénomènes sont à rapprocher des observations rapportées par Choppy (Dynamique de l'air 1986, p. 57 § 2).

On pourrait facilement généraliser cette propriété à un réseau à n entrées régulièrement étagées et séparées par des pertes de charges égales. Toutes les n-2 entrées intermédiaires pourraient se trouver en conditions critiques. Aucun courant d'air ne les parcourerait à ces moments-là. Par exemple, un courant d'air hivernal entrerait par l'entrée basse et ressortirait par l'entrée supérieure en ignorant totalement toutes les entrées intermédiaires (cf. 2.3.4).

Examinons une entrée qu'on trouve critique en régime hivernal. Lorsque le régime de courant d'air deviendra estival, les puits de l'entrée supérieure 1 s'échaufferont, le tirage diminuera, le deuxième système de puits se mettra lui-aussi à aspirer. Symétriquement, une entrée qu'on observe critique en été, sera probablement aspirante en hiver.

3.6.3. Solution générale de l'équation. Les trois débits

L'équation générale $a\,q_2^4 + 2\,b\,q_2^2 - c^2 = 0 \qquad (3.182)$

Examinons toutes les solutions possibles en fonction des paramètres a, b, c :

1er cas : a = 0	si $b \le 0$ si $b > 0$	pas de solution deux solutions $q_2 = \pm\sqrt{\frac{c^2}{2\,b}}$
2e cas : a > 0		deux solutions $q_2 = \pm\sqrt{\frac{1}{a}\left(-b + \sqrt{b^2 + a\,c^2}\right)}$
3e cas : a < 0	si $b < \sqrt{-a\,c^2}$ si $b \ge \sqrt{-a\,c^2}$	pas de solution 2 ou 4 solutions

Tableau 3:4- Discussion pour la solution q_2

j	Si_1	Si_2	Si_3
1	-1	1	1
2	1	-1	1
3	-1	-1	1

Tableau 3:5- Table de vérité des fonctions Si_1, Si_2, Si_3

Malheureusement, les constantes a, b, c ne sont pas des vraies constantes puisqu'elles dépendent des fonctions à deux valeurs Si_1, Si_2, Si_3. L'ensemble des cas à envisager est 6 comme on le voit sur la table des valeurs de Si_1, Si_2, Si_3. Les deux cas où tous les signes sont égaux sont exclus car alors il n'y aurait pas conservation de la masse.

On peut mettre ces trois fonctions sous la forme plus commode à manier numériquement (j est le numéro du cas) :

$$Si_1 = (-1)^j \qquad Si_2 = (-1)^{int(j/1,99)} \qquad Si_3 = (-1)^{int((j-0,99)/3)} \tag{3.183}$$

On obtient donc au maximum 24 valeurs de q_2 qu'on note $q_2\,(i,j)$ avec $i = 1$ à 4 et $j = 1$ à 6. On élimine d'abord toutes celles dont le signe ne correspond pas à celui de Si_2.
Ensuite on calcule les 48 valeurs du débit q_1 qu'on note $q_{1a}(i,j)$ et $q_{1b}(i,j)$:

$$q_{1a} = +\sqrt{\frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\ Si_1} + \frac{R_2}{R_1}\frac{Si_2}{Si_1}\,q_2^2} \qquad q_{1b} = -\sqrt{\frac{\delta_1 - \delta_2}{R_1\ Si_1} + \frac{R_2}{R_1}\frac{Si_2}{Si_1}\,q_2^2} \tag{3.184}$$

Mais pour que q_1 existe, il est nécessaire que les débits q_2 calculés au tableau 3:4 vérifient auparavant l'inégalité :

$$R_2\,\frac{Si_2}{Si_1}\,q_2^2 > \frac{\delta_2 - \delta_1}{Si_1} \tag{3.185}$$

Cette condition restreint le choix des solutions trouvées au tableau 3:4. Puis on calcule les 48 valeurs de q_3 qu'on note $q_{3a}(i,j)$ et $q_{3b}(i,j)$:

$$q_3 = -\,q_1 - q_2 \tag{3.186}$$

On élimine les solutions non physiques par utilisation des équations initiales en ne gardant que les solutions qui vérifient à peu près les équations :

$$R_3\ Si_3\ q_3^2 - R_1\ Si_1\ q_1^2 \approx \delta_3 - \delta_1 \tag{3.187}$$

$$R_2\ Si_2\ q_2^2 - R_3\ Si_3\ q_3^2 \approx \delta_2 - \delta_3 \tag{3.188}$$

$$R_1\ Si_1\ q_1^2 - R_2\ Si_2\ q_2^2 \approx \delta_1 - \delta_2 \tag{3.189}$$

Si plusieurs solutions restaient en lice après tous ces traitements, c'est que le problème aurait plusieurs solutions, c'est-à-dire qu'il présenterait une bifurcation. En pratique, cette éventualité ne s'est jamais présentée au cours des expériences numériques.

3.6.4. Étude numérique d'un réseau

a) Calcul des débits

On ne cherche pas à calculer les débits à partir de la solution générale. On part des équations de base. On différencie les trois équations sachant qu'au changement de signe, il y aura un problème, puisque les dérivées ne sont plus continues.

Loi des nœuds :

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad dq_3 = -\,dq_1 - dq_2 \tag{3.190}$$

loi des pertes de charge :

$$R_1\ Si_1\ q_1^2 - R_3\ Si_3\ q_3^2 = \delta_1 - \delta_3 \tag{3.191}$$

$$\Rightarrow \quad \left(R_1\,|q_1| + R_3\,|q_3|\right) dq_1 + R_3\,|q_3|\,dq_2 = 0{,}5\,\left(d\delta_1 - d\delta_3\right) \tag{3.192}$$

loi des pertes de charge (2e relation) :

$$R_1\ Si_1\ q_1^2 - R_2\ Si_2\ q_2^2 = \delta_1 - \delta_2 \quad \Rightarrow \quad R_1\,|q_1|\,dq_1 - R_2\,|q_2|\,dq_2 = 0{,}5\,\left(d\delta_1 - d\delta_2\right) \tag{3.193}$$

La solution de ce système de deux équations linéaires à deux inconnues s'écrit (au moins en dehors des changements de signes) :

$$dq_1 = \frac{1}{2}\,\frac{\left[R_2\,|q_2| + R_3\,|q_3|\right] d\delta_1 - R_3\,|q_3|\,d\delta_2 - R_2\,|q_2|\,d\delta_3}{R_1\,R_2\,|q_1|\,|q_2| + R_1\,R_3\,|q_1|\,|q_3| + R_2\,R_3\,|q_2|\,|q_3|} \qquad (3.194)$$

$$dq_2 = \frac{1}{2}\,\frac{-R_3\,|q_3|\,d\delta_1 + \left[R_1\,|q_1| + R_3\,|q_3|\right] d\delta_2 - R_1\,|q_1|\,d\delta_3}{R_1\,R_2\,|q_1|\,|q_2| + R_1\,R_3\,|q_1|\,|q_3| + R_2\,R_3\,|q_2|\,|q_3|} \qquad (3.195)$$

$$dq_3 = -dq_1 - dq_2 \qquad (3.196)$$

Cette incrémentation temporelle permet de calculer les nouvelles valeurs de q_1, q_2, q_3 . Si le signe n'a pas changé, alors les nouvelles valeurs sont bonnes, sinon on adopte zéro comme nouvelle valeur du débit.

Le calcul numérique par incrémentation temporelle évite les ambiguïtés de la solution générale et ses problèmes de signes. En revanche, la précision au passage à zéro ne peut être très grande puisque la fonction valeur absolue n'est pas continue au passage à zéro et les différentielles, pas définies. Aux passages à zéro, les différentielles peuvent devenir très grandes et la précision chuter considérablement.

Nous avons essayé les deux méthodes et finalement pour des raisons de précision nous avons choisi celle qui utilise l'équation bicarrée malgré sa discussion complexe et certaines instabilités aux changements de signe de la vitesse.

b) Bilan et température de l'air

Les équations de bilan sont les mêmes que dans le cas à deux entrées déjà étudié. Ce qui change, ce sont les conditions initiales pour la température d'entrée dans les galeries. Si l'entrée est aspirante, la température d'entrée est la température extérieure. Si l'entrée est soufflante, la température d'entrée est celle au point D. On la calcule de la façon suivante. S'il y a une seule entrée aspirante et les deux autres soufflantes, la température au point D est la température à l'extrémité de la galerie correspondant à l'entrée aspirante. S'il y a deux entrées aspirantes et une seule soufflante, la température au point D est le barycentre des températures aux extrémités des galeries correspondant aux entrées aspirantes, températures affectées de coefficients respectivement égaux aux débits masse.

3.6.5. Résultats du calcul numérique

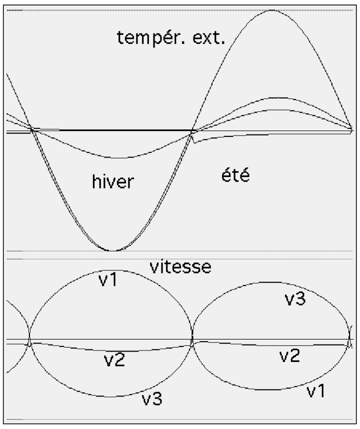


Fig. 3-65- L_1 = 1000 m, L_2 = 1000 m, L_3 = 1000 m, H_1 = 400 m, H_2 = 200 m, H_3 = 0 m. R_1 = 50, R_2 = 60, R_3 = 50

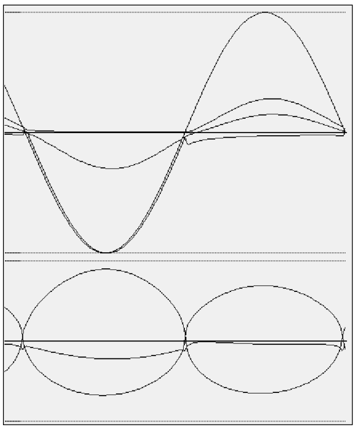


Fig. 3-66- L_1 = 1000 m, L_2 = 1000 m, L_3 = 1000 m, H_1 = 400 m, H_2 = 180 m, H_3 = 0 m. R_1 = 50, R_2 = 60, R_3 = 50

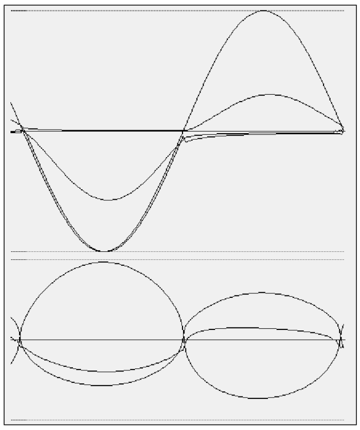


Fig. 3-67- L_1 = 1000 m, L_2 = 1000 m, L_3 = 1000 m, H_1 = 400 m, H_2 = 100 m, H_3 = 0 m. R_1 = 50, R_2 = 60, R_3 = 50

For three figures, at the top external temperature and three mean gallery temperatures
At the bottom, three velocities in the different galleries

Pour les figures 3-65, 3-66 et 3-67 de la page précédente, le diamètre des galeries est partout égal à un mètre. La température extérieure est supposée varier d'une manière sinusoïdale au cours de l'année. Sur toutes les figures, le graphique du haut représente 4 températures. Celle qui a la plus grande amplitude est la température de l'air extérieur. Les autres températures sont les température moyennes dans les trois cheminées. Le graphique du bas représente, lui, les trois vitesses dans les différents tronçons. L'échelle des températures est l'amplitude des variations annuelles, alors que l'échelle des vitesses est arbitraire (on donne la valeur des trois débits maximum pour donner l'échelle).

On examine d'abord le fonctionnement d'un réseau dont l'entrée intermédiaire est presque critique. Les vitesses sont comptées positives quand l'entrée est soufflante.

Les figures 3-65, 3-66 et 3-67 correspondent à des configurations presque critiques. Le seul paramètre qui change, est la valeur de la dénivellation H_2 qui passe de 200 m à 180 et 100 m. Il faut s'astreindre à identifier les différentes températures moyennes et les différentes vitesses. Une fois cet effort accompli, on peut examiner convenablement les figures. Sur la figure de gauche, le courant d'air de l'entrée intermédiaire est toujours négatif, c'est-à-dire que cette entrée aspire toute l'année. En diminuant la dénivellation (d'une figure à l'autre), on passe progressivement à une entrée intermédiaire qui aspire l'hiver et souffle l'été, et qui fonctionne donc comme un point bas de réseau.

Sur la figure ci-contre, on a un réseau avec une entrée intermédiaire qui fonctionne comme une entrée haute. Le courant d'air est soufflant l'hiver et aspirant l'été. C'est l'inverse du cas de la figure 3-67, vue plus haut.

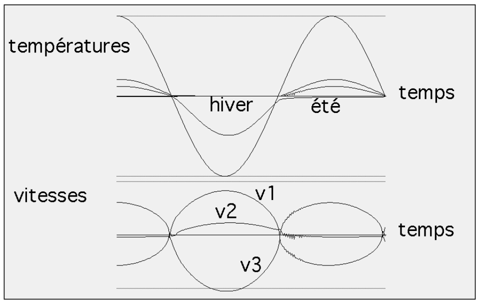


Fig. 3-68- $L_1 = L_2 = L_3 = 1000$ m, $H_1 = 400$ m, $H_2 = 300$ m, $H_3 = 200$ m. $R_1 = 50$, $R_2 = 60$, $R_3 = 50$

At the top external temperature and three mean gallery temperatures At the bottom, three velocities in the different galleries

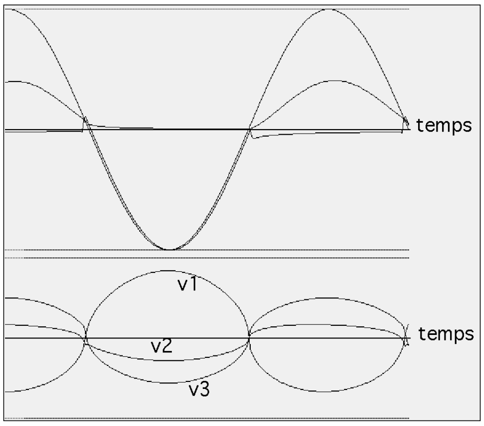


Fig.3-69- $L_1 = 1000$ m , $L_2 = L_3 = 500$ m, $H_1 = 300$ m , $H_2 = 0$ m , $H_3 = -100$ m , $R_1 = 40$, $R_2 = 60$, $R_3 = 50$

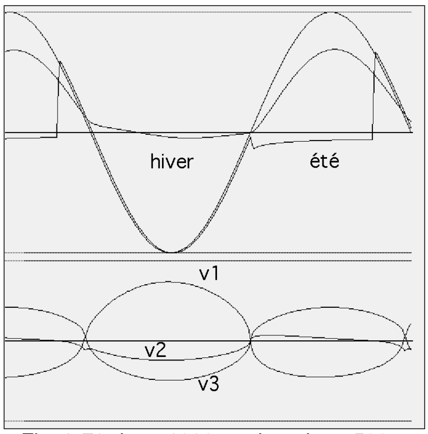


Fig. 3-70- $L_1 = 1000$ m , $L_2 = L_3 = 500$ m, $H_1 = 300$ m , $H_2 = 0$ m , $H_3 = -100$ m , $R_1 = 2$, $R_2 = 3$, $R_3 = 2{,}5$, $Q_1 = 2{,}31$, $Q_2 = 0{,}75$, $Q_3 = 1{,}55$ kg/s

For two figures, at the top external temperature and three mean gallery temperatures At the bottom, three velocities in the different galleries

Le fonctionnement des figures ci-dessus veut ressembler à celui du bas de la Dent de Crolles avec les entrées du Guiers Mort, du Boulevard de Seyssins et du trou du Glaz. Sur la figure de gauche, les résistances sont trop grandes et le comportement du courant d'air est assez tranquille. Décrivons-le en détail. Démarrons pour cela le calcul en automne, au moment où la température extérieure diminue et passe à la valeur moyenne annuelle (prise comme origine des températures). Le courant d'air en bas devient négatif (aspirant), dans l'entrée intermédiaire, il en est de même mais la vitesse est plus faible, alors que l'entrée supérieure souffle fort. Au printemps, la tendance s'inverse et les deux entrées les plus basses soufflent.

La seule différence entre les figures de gauche et de droite de la page précédente porte sur les résistances aérauliques. Celles de droite sont représentatives de la Dent de Crolles, alors que celles de gauche représenterait plutôt un réseau assez colmaté avec de grandes pertes de charge. Dans le cas de droite, en été, il y a inversion du courant d'air dans l'entrée intermédiaire alors que la température extérieure reste élevée. Ce fait montre la grande sensibilité de l'entrée intermédiaire. Ce changement du signe du courant d'air s'accompagne d'un changement très rapide de la température moyenne de l'air des puits de l'entrée intermédiaire. Mais ce phénomène brutal ne retentit pas sur la vitesse dans la branche intermédiaire. On a déjà vu cette propriété : la résistance aéraulique (ou la différence de pression motrice) de la cheminée intermédiaire ne joue aucun rôle en situation critique.

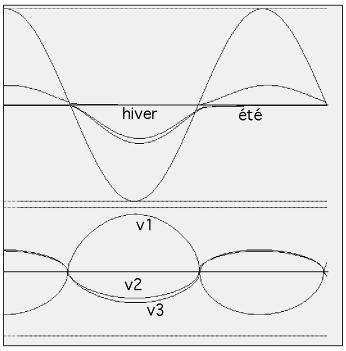


Fig. 3-71- L_1 = 2000 m, L_2 = 1000 m, L_3 = 1500 m, H_1 = 600 m, $H_2 = H_3$ = 220 m, R_1 = 50, R_2 = 60, R_3 = 50

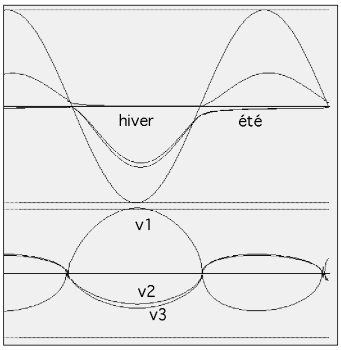


Fig. 3-72- L_1 = 2000 m, L_2 = 1000 m, L_3 = 1500 m, H_1 = 600 m, $H_2 = H_3$ = 220 m, R_1 = 10, R_2 = 8, R_3 = 7, Q_1 = 1,36 kg/s, Q_2 = 0,64 kg/s, Q_3 = 0,72 kg/s

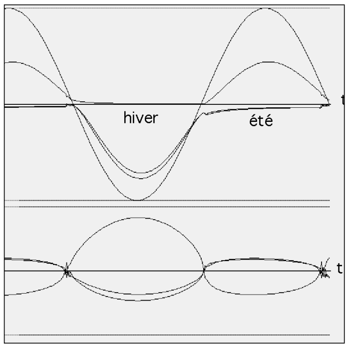


Fig. 3-73- L_1 = 2000 m, L_2 = 1000 m, L_3 = 1500 m, H_1 = 600 m, $H_2 = H_3$ = 220 m, R_1 = 3, R_2 = 2, R_3 = 1,5, Q_1 = 2,61 kg/s, Q_2 = 1,15 kg/s, Q_3 = 1,46 kg/s

For three figures, at the top external temperature and three mean gallery temperatures
At the bottom, three velocities in the different galleries

Les 3 figures ci-dessus sont associées à une géométrie analogue à celle du Trou qui Souffle de Méaudre. Les deux entrées basses (trou qui Souffle et Saints de Glace) sont reliées aux grandes galeries par une descente de 220 m et les entrées supérieures (les Naïades + trous inconnus) sont nettement plus élevées. La représentation la plus réaliste au point de vue des pertes de charge est la figure du milieu. Le fonctionnement du Trou qui Souffle est assez simple. Les deux entrées basses fonctionnent d'une manière quasi identique, ce qui donne un fonctionnement à peu près équivalent à celui d'un simple tube à vent.

3.6.6. Cas d'un réseau à deux entrées avec deux dénivellations

a) Géométrie et équations pour les débits

Le réseau ne possède que deux entrées A et B mais il existe deux dénivellations H_1 et H_2 respectivement associées aux deux entrées. On définit un point C sur le trajet et on décompose le tronçon AB en deux tronçons CA et CB. L'étude est conduite comme pour un réseau à trois entrées. Le débit sera compté positif s'il est soufflant et négatif s'il est aspirant. Ce système va avoir un fonctionnement mixte de piège à air froid associé à un effet cheminée. On en déduit immédiatement que la vitesse en été sera plus faible que la vitesse en hiver, pour le même écart entre la température de l'air extérieur et la température moyenne.

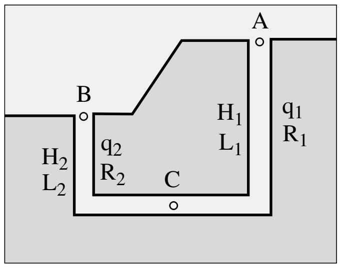


Fig. 3-74- Réseau à deux entrées et deux dénivellations

System with two entrances and two levels

L'étude thermique des cheminées CA et CB fournira les masses volumiques moyennes dans les conduits verticaux. Nous posons ρ_e la masse volumique de l'air extérieur, ρ_1 la masse volumique moyenne dans la cheminée 1 et ρ_2 celle dans la cheminée 2.

On pose Si_1 le signe de q_1 etc. On note δ_1, δ_2 les différences de pression motrice à l'origine des mouvements :

$$\delta_1 = (\rho_e - \rho_1)\, g\, H_1 \qquad \delta_2 = (\rho_e - \rho_2)\, g\, H_2 \tag{3.197}$$

Dans cette étude, nous supposerons que les différences de masses volumiques sont dues aux différences de températures. On en déduit les différences de pressions motrices :

$$\delta_1 = \frac{T_{m1} - T_e}{T_0}\, \rho_0\, g\, H_1 \qquad \delta_2 = \frac{T_{m2} - T_e}{T_0}\, \rho_0\, g\, H_2 \tag{3.198}$$

Les deux débits sont solution des 2 équations :

loi des nœuds : $$q_1 + q_2 = 0 \tag{3.199}$$

loi des pertes de charge sur AB : $$R_1\, Si_1\, q_1^2 - R_2\, Si_2\, q_2^2 = \delta_1 - \delta_2 \tag{3.200}$$

La dernière équation s'écrit aussi : $$Si_1\, q_1^2\, (R_1 + R_2) = \delta_1 - \delta_2 \tag{3.201}$$

On en déduit que Si_1 est égal au signe de $\delta_1 - \delta_2$. Et on calcule le débit par la relation :

$$q_1 = \mathrm{Signe}\,(\delta_1 - \delta_2)\sqrt{\frac{|\delta_1 - \delta_2|}{R_1 + R_2}} \quad \text{et} \quad q_2 = -\, q_1 \tag{3.202}$$

Le calcul du débit est beaucoup plus facile que dans le cas à trois entrées. Les équations de bilan de l'air sont les mêmes que dans le cas à trois entrées.

b) Quelques résultats

b-1) Cas général

On donne un exemple de calcul à deux entrées et dénivellation. On remarque tout d'abord que les passages à zéro pour la vitesse s'accompagne d'oscillations qui sont des artefacts numériques (correspondant à la valeur infinie de la dérivée de la fonction racine carrée au passage à zéro). Le phénomène intéressant à observer est la dissymétrie des amplitudes des courants d'air. Cette dissymétrie s'explique de la façon suivante : l'hiver, le courant d'air froid qui entre dans la petite cheminée est froid, ce qui provoque une poussée qui s'ajoute au tirage dans la grande alors que l'été, la grande cheminée est envahie d'air chaud, ce qui diminue le tirage inverse dû à la dénivellation $H_1 - H_2$.

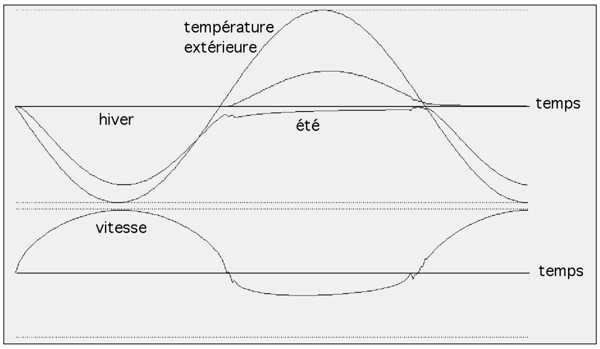


Fig. 3-75- $L_1 = L_2 = 1500$ m, $H_1 = 400$ m, $H_2 = 200$ m, $R_1 + R_2 = 100$ SI, $\Delta T_0 = 13$°C, période = 1 an.
En haut, les différentes températures, en bas la vitesse du courant d'air (débit maximal = 1,428 kg/s)

At the top, different temperatures versus time. At the bottom, air velocity versus time

b-2) Cas particulier des réseaux avec deux entrées de même altitude

On pourrait penser que ces réseaux (figure 3-76) ne présentent pas de courant d'air puisqu'il semble nécessaire d'avoir une dénivellation entre les entrées pour amorcer un effet cheminée. En été, en effet, il n'y a pas de courant d'air car l'air dans la cavité est plus froid que l'air extérieur, ce qui correspond à un air plus dense. L'équilibre est stable. Mais en hiver, la configuration sans courant d'air est instable. Un petit déséquilibre d'un côté va amorcer un courant d'air. Il y a alors rupture de symétrie. Le courant d'air froid qui pénètre dans une des deux branches augmente le poids de la colonne d'air correspondante. ce qui augmente la vitesse du courant d'air. Ce système est analogue à un piège à air froid, qui possède une seule entrée mais est le siège d'une courant d'air de convection en hiver. L'aven Jolivol en Ardèche semble présenter un fonctionnement de ce type (Safon 1998).

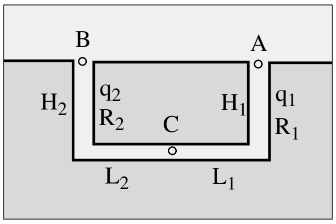


Fig. 3-76- Les réseaux à deux entrées
de même altitude, mais avec dénivellation.
Le fonctionnement est celui d'un piège à air froid
An U shaped system, a cold air trap

Un résultat intéressant est la détermination du débit maximal dans un réseau à deux entrées de même altitude, en fonction de la résistance aéraulique totale, débit que nous avons représenté sur la figure 3-78.

L'exploitation des résultats en coordonnées logarithmiques conduit à la relation monôme entre le débit maximal hivernal et la résistance aéraulique totale R
(pour $L_1 = L_2 = 1500$ m, $H_1 = H_1 = 200$ m, $\Delta T = 13°C$) :

$$q = \frac{13{,}7}{R^{0{,}604}} \approx \frac{\sqrt{H}}{R^{0{,}604}} \qquad (3.203)$$

Dans cette relation q est en kg/s, H en m et R est en $kg^{-1}.m^{-1}$. Cette relation empirique n'est pas homogène, le coefficient 1 est dimensionné. Ce résultat est très simple mais n'est pas le débit maximal qu'on calculerait pour une cavité à deux entrées de dénivellation h. Dans ce cas, on aurait plutôt :

$$q = \frac{0{,}74\sqrt{H}}{R^{0{,}5}} \qquad (3.204)$$

Ces deux résultats ne sont pas cependant très différents. Il est remarquable que la configuration d'un tube à vent à deux entrées de même altitude et avec dénivellation intérieure conduise à un courant d'air de vitesse pas très différente de celle d'un tube à vent à deux entrées dénivelées (figure ci-contre).

Les deux figures de la page suivante nous montrent que l'hiver, ces deux systèmes sont comparables, l'avantage restant tout de même au système à dénivelé. C'est l'été que la différence éclate, puisqu'un des systèmes est sans courant d'air alors que l'autre en possède. Dans le détail, on remarque que la courbe des vitesses ressemble à une sinusoïde à gauche alors qu'à droite, elle ressemble plus à une ellipse. Dans les deux cas, la température moyenne (sans dimension) de l'air dans la cheminée 1 reste égale à zéro.

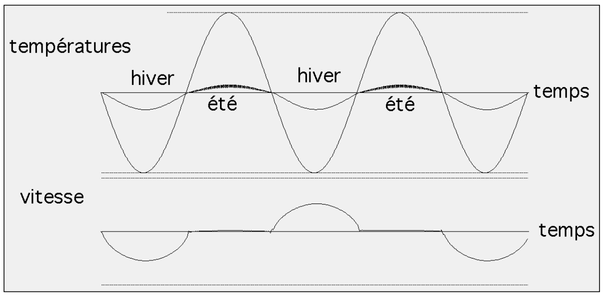


Fig. 3-77- Exemple de sensibilité aux perturbations
d'un réseau à deux entrées de même altitude
(ici numériques).
Le courant d'air a changé de signe d'un hiver sur l'autre !

An exemple of instability of air flow direction
in a U shaped cave

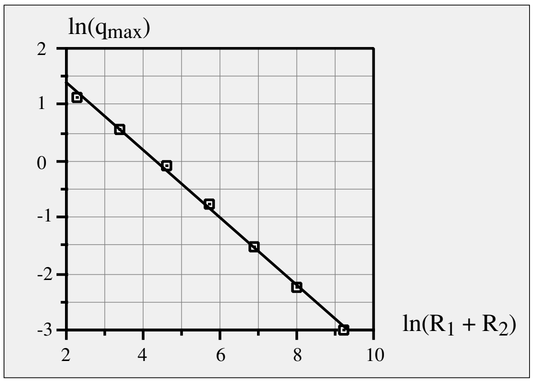


Fig. 3-78- La relation obtenue numériquement entre le débit
maximal q_{max} et la résistance aéraulique R

Maximum air flow versus aeraulic resistance
from computer calculations

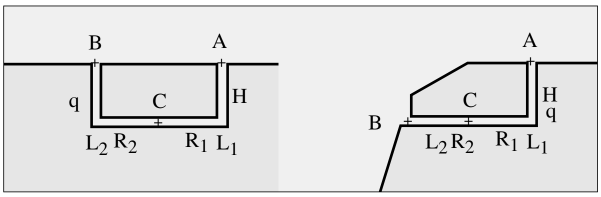


Fig 3-79- Les deux configurations comparées
sur les figures suivantes

Two patterns of cave compared on the next figures

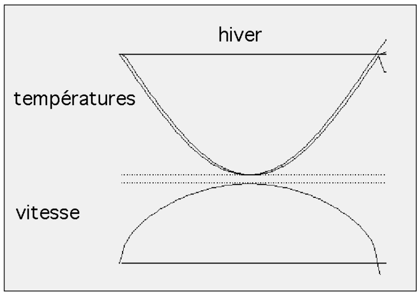


Fig. 3-80- Deux entrées de même altitude, $L_1 = L_2 = 1500$ m, $H_1 = 200$ m, $H_2 = 200$ m, $R_1+R_2 = 100$ SI, $\Delta T_0 = 13$°C, période = 1 an.

Pattern of air flow for a system with two entrances pf equal altitudes at the top, external and internal temperatures versus time At the bottom, air velocity.

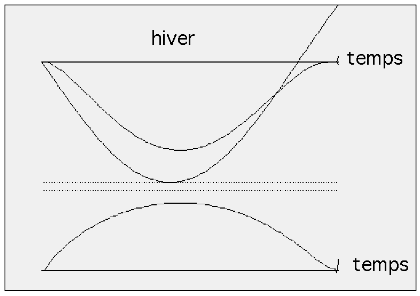


Fig. 3-81- Deux entrées avec dénivellation, $L_1 = L_2 = 1500$ m, $H_1 = 200$ m, $H_2 = 0$ m, $R_1+R_2 = 100$ SI, $\Delta T_0 = 13$°C, période = 1 an.

Pattern of air flow for a system with two unleveled entrances, at the top, external and internal temperatures versus time At the bottom, air velocity.

Conclusions

Ainsi les réseaux à trois entrées se révèlent plus compliqués que les tubes à vent. Mais le point bas et le point haut fonctionnent en général comme les entrées basse et haute d'un tube à vent. C'est l'entrée intermédiaire qui contient la complexité du système. Elle peut fonctionner dans un sens ou dans un autre, en été ou en hiver. Les réseaux assez importants pour que les perturbations thermiques ne soient pas trop profondes, sont plus simples que ceux fortement influencés par les fluctuations extérieures.

Le choix d'un diamètre uniforme pour tout le réseau est bien sûr très simpliste. Néanmoins, le fait d'avoir pris des résistances aérauliques différentes, d'une galerie à l'autre, conserve une partie de la complexité du réseau.

C'est dans la catégorie des réseaux peu développés ou très ventilés que l'on trouvera la plus grande variété de comportements aérauliques.

Une entrée intermédiaire peut aspirer toute l'année, ou souffler toute l'année, ou encore respirer comme une entrée haute ou comme une entrée basse. Elle peut aussi être le siège d'un changement du sens du courant d'air à n'importe quel moment de l'année, car les déphasages peuvent prendre n'importe quelle valeur.

Nous avons montré que les réseaux, en forme de U, s'ouvrant sur des plateaux, avec des entrées à la même altitude, mais bénéficiant de dénivellations intérieures, peuvent avoir un courant d'air en hiver. Ces réseaux sont analogues à des pièges à air froid. De même, les réseaux à deux entrées mais en forme de U dissymétrique (deux dénivellations, la première entre les deux entrées et l'autre avec le point bas) ont un fonctionnement intermédiaire entre le piège thermique et la cavité à effet cheminée. Dans ce cas, les effets thermiques induisent en hiver une rétroaction positive, c'est-à-dire que la configuration géométrique augmente le courant d'air hivernal dû à la seule dénivellation des entrées, et au contraire induisent une rétroaction négative en été. On aurait la configuration symétrique avec un tube à vent dont la forme serait un U inversé. C'est l'été que la rétroaction serait positive.

Conclusions de la troisième partie

Le premier chapitre a été l'occasion de proposer un modèle grossier de fonctionnement thermique de la glacière de Corrençon. Nous avons montré que dans cette glacière active, l'énorme chaleur latente de changement d'état assure à la cavité un fonctionnement presque isotherme. La modélisation en est grandement simplifiée. Notre modèle a été construit à l'aide de trois paramètres clés que nous avons estimés ou ajustés par des mesures. Il est donc possible de prévoir l'évolution de la glacière pour des *scenarii* plausibles des températures de l'atmosphère terrestre. Nous avons montré que ce n'est pas seulement la température moyenne de l'atmosphère terrestre qui conditionne la croissance ou la décroissance d'une glacière mais aussi l'amplitude des fluctuations thermiques et la distribution des précipitations au cours de l'année. Les temps de relaxation de cette glacière sont de l'ordre d'une centaine d'années. L'étude du piège à air froid de la grotte de la Ture a été l'occasion de tester la validité de lois d'échanges thermiques en convection naturelle, en présence d'évaporation et de condensation. Nous avons utilisé l'analogie de Lewis pour estimer les échanges en chaleur latente. Ces derniers phénomènes augmentent énormément les transferts. Nous reviendrons sur eux dans la partie 4 et en annexe. En l'absence de mesures suivies, nous avons construit un modèle basé sur une conduction thermique dans la roche à partir de la température moyenne de l'air de la grotte à un instant donné. Ce modèle rudimentaire nous a permis de prévoir les périodes de l'année pour lesquelles l'air circule dans la grotte. Il a fourni aussi la différence des températures entre l'atmosphère et le piège à air froid. C'est l'anomalie thermique d'un piège à air froid. On a trouvé 0,5 °C, ce qui est peu.

Le deuxième chapitre a été consacré à l'étude de l'ouverture brutale d'un tube à vent aux caractéristiques géométriques très simplifiées. Au bout d'un temps très court, quelques minutes, la température atteint la répartition longitudinale, calculée dans la partie 2 avec sa distance caractéristique d'amortissement, puis l'influence du courant d'air se fait sentir de plus en plus loin, au fur et à mesure que la conduction thermique s'enfonce dans la roche. Le profil longitudinal de température se modifie très lentement en fonction du temps et du courant d'air. On a calculé le temps caractéristique pour perturber une galerie donnée ou la distance caractéristique pour une durée donnée. On a proposé des relations analytiques simplifiées. Les configurations que nous étudions étant très schématiques, serviront simplement de base pour les discussions sur des cas géométriques plus compliqués et réalistes. Il faut bien se rendre compte que le système d'équations sans dimension est plus «robuste» que le système dimensionné pour la raison suivante : Les équation sans dimension dépendent d'un nombre de paramètres indépendants beaucoup plus réduit que les équations dimensionnées (c'est d'ailleurs leur intérêt, cf. le théorème de Vashy). Mais cet avantage n'est pas seulement un avantage pour la résolution numérique, c'est aussi un avantage théorique, car la mise sous forme adimensionnelle révèle au géophysicien que ce n'est pas le diamètre par exemple qui est important, mais une certaine combinaison du diamètre avec d'autres grandeurs. Les mesures qui seront faites dans un réseau raisonnablement semblable à celui traité, utiliseront cet avantage et leur exploitation en sera grandement facilité.

Au troisième chapitre, nous avons étudié les tubes à vent avec des variations sinusoïdales de la température extérieure. Le modèle de cavité très simple nous a permis de montrer les phénomènes d'hystérésis engendrés par le stockage de l'énergie thermique dans la roche entourant les galeries. La longueur et la résistance aéraulique du tube à vent conditionnent l'importance de la perturbation thermique apportée par le courant d'air. On peut ainsi distinguer des réseaux complètement influencés par l'extérieur, pour lesquels la température moyenne intérieure suit à peu près la température extérieure, et des réseaux dont la température intérieure ne suit la température extérieure qu'avec un fort amortissement et un déphasage important. Les valeurs numériques apportées par notre étude permettraient de construire cette typologie. Le rôle de la fréquence des oscillations de la température extérieure est primordiale, nous l'avons mis en valeur. Nous avons déduit l'écart entre les températures moyennes aux entrées basse et haute, et la température de l'atmosphère à partir des calculs numériques pour différentes configurations géométriques. Cet écart a été appelé anomalie thermique. Nous avons trouvé que cette anomalie thermique est proportionnelle à l'amplitude des oscillations de la température extérieure et qu'elle est limitée numériquement au tiers de cette amplitude (dans le cadre des hypothèses du calcul). L'étude des phénomènes de condensation et d'évaporation a été seulement effleurée. On s'est intéressé aux phénomènes de renverse du courant d'air et on a explicité les déphasages en fonction des caractéristiques moyennes de l'air intérieur.

Au chapitre 4, nous avons modifié la configuration géométrique du tube à vent, toujours pour des oscillations sinusoïdales de l'air extérieur. La cavité a été schématisée par un conduit horizontal et des puits verticaux. Le réseau présente une dissymétrie qui va se retrouver dans le comportement saisonnier. Nous n'avons pas poussé l'exploitation des résultats numériques du fait du paramètre nouveau, rapport des longueurs galeries/puits, qui rend beaucoup plus fastidieuse l'étude systématique. Pour un réseau donné, donc pour une valeur donnée de ce paramètre, on pourrait conduire une discussion plus approfondie.

Le chapitre 5 a été l'occasion d'étudier la condensation. Nous avons fait une discussion complète des phénomènes et les différentes conditions d'apparition. En particulier, nous avons montré que la condensation pouvait se faire sur les parois ou au cœur de l'écoulement (brouillard). Mais pour simplifier, nous avons limité la résolution des équations au cas d'un réseau sans mémoire thermique. Nous avons trouvé, comme on pouvait s'y attendre, que la condensation retardait le refroidissement, en été, de la température du courant d'air entrant, et que l'évaporation retardait en hiver le réchauffement de l'air entrant.

Au chapitre 6, nous avons modélisé un réseau à trois entrées étagées. Nous avons établi les conditions, que nous avons appelées critiques, d'arrêt du courant d'air à l'entrée intermédiaire, et nous avons donné quelques exemples de résolutions numériques qui montrent la multiplicité des phénomènes possibles. Par exemple, l'inversion en cours de saison du sens du courant d'air à l'entrée intermédiaire. Nous avons profité de ce programme de calcul numérique pour traiter aussi le cas des réseaux à deux entrées mais avec un point bas ou un point haut différent des entrées. Nous avons trouvé des fonctionnements intermédiaires entre le tube à vent et le piège thermique. En particulier, les réseaux avec dénivelé, mais dont les entrées sont à la même altitude, révèlent une instabilité comparable à celle des pièges thermiques. De ce fait, à un endroit donné du réseau, le courant d'air est unidirectionnel. Nous avons déduit des calculs numériques, une expression analytique pour la détermination des débits du courant d'air dans le cas géométrique étudié.

L'extension de la modélisation à une cavité réaliste est assez difficile, même si la cavité est choisie pour sa simplicité. Elle doit s'appuyer sur des mesures de la vitesse et des températures pendant au moins un an. On peut adopter plusieurs stratégies. Par exemple, on peut, à partir de quelques mesures, raccrocher la cavité à une cavité simplifiée dont les mesures permettront de déterminer les caractéristiques. Cela fournira un modèle prévisionnel simplifié mais sans doute grossier. On peut aussi être beaucoup plus ambitieux et vouloir construire un modèle numérique détaillé de la cavité. La géométrie de la cavité deviendra un des paramètres variable mais connu du problème. Il sera nécessaire d'introduire le rôle thermique de l'eau, c'est-à-dire un facteur qui tiendra compte des précipitations. Le système numérique deviendra beaucoup plus lourd, mais tout de même facilement accessible aux ordinateurs modernes. La comparaison avec les mesures sera très instructive. Cette façon de procéder sera un très bon test de la validité des relations physiques adoptées. Et une source de progrès dans la compréhension et la modélisation des phénomènes. Le travail représente tout de même le volume d'une bonne thèse …



Fig. 3-82- Deux petits dieux du vent aux visages déformés par l'effort.

(Détail d'une fresque de Giambattista Tiepolo au Palazzo Labia à Venise, vers 1746)

Two little Gods of wind with the faces deformed by the exertion

Quatrième partie

L'air souterrain, un sous-système du karst

La quatrième partie se place dans un contexte global, aussi bien spatial que temporel. Elle sera consacrée au karst en tant que système géologique.

Nous commencerons par définir le système karstique comme la réunion de quatre sous-systèmes en interaction entre eux et avec l'extérieur. Il s'agit de l'air, de l'eau, de la roche et du milieu vivant (incluant le sol). On remarque que cet ouvrage est consacré justement au sous-système air.

Nous ferons, sans approfondir, un tour d'horizon sur les difficultés de l'étude des systèmes naturels dans cette optique systémique. Par exemple, comment calcule-t-on l'énergie d'un karst ? Beaucoup de questions resteront en suspens. Nous nous intéresserons tout de même aux courants d'air dans un karst fractal, géométriquement invariant d'échelle.

Ensuite, nous aborderons les interactions entre l'atmosphère souterraine et l'atmosphère extérieure. Nous réfléchirons sur la répartition des températures dans un karst et la contradiction, non élucidée complètement, entre le rôle prépondérant que devrait jouer l'eau qui circule et les gradients thermiques mesurés qui correspondent plutôt à ceux de l'air. Puis nous nous pencherons sur les variations séculaires de la température extérieure. Nous regarderons en particulier le rôle des glaciations et établirons quelques résultats basés sur le flux géothermique.

Puis, nous attaquerons la question de la condensation et de l'évaporation, dans leur rôle en karstogenèse, et discuterons quelques processus de la littérature (modèle de Szunyogh, Muke…). Là encore, nous irons un peu plus loin, jusqu'au calcul détaillé des débits et des flux, mais dans des cas géométriques très simplifiés.

Enfin, nous esquisserons une réflexion sur le difficile problème de la répartition très inégale du CO_2 *dans le karst et sur les mécanismes de transferts qu'on peut invoquer. On verra que le sol est une pompe à dioxyde de carbone et que ce gaz migre dans les parties inférieures des réseaux par des mécanismes combinés d'advection, de pseudo-diffusion et de diffusion, assez curieux. Le rôle de l'air est essentiel dans le creusement des cavernes. Comme le dit Giovanni Badino : «dans le creusement karstique, l'eau est le burin mais le marteau c'est l'air». Nous finirons ce chapitre en rattachant le fonctionnement du système karstique aux grands cycles terrestres du carbone et du calcium. Les travertins (dépôts calcaires à l'air libre de l'eau des émergences) s'inséreront naturellement dans ces schémas.*

Fourth part

The subterranean atmosphere,

a sub-system of karst

In the first chapter, we define the karstic system in so far as shape and structure. A manner to study the processes in a karst is to decompose the karst into 4 interacting sub-systems : water, air, limestone and life. This book is an attempt to study an air sub-system. The state of a karstic system, the functional relations, the global balances of mass, momentum, energy, entropy are studied in their theorical aspects and particularly, the energy balance of the karst.

The second chapter is devoted to the complexity of the geometrical shape of the karstic system. It is demonstrated, it is illusory to limit the study to only one sub-system because of mutual interactions between the different sub-systems. The thermal modelisation is easier than atmospheric modelisation because the subterranen world is permanent enough. Different sizes of gallery are envisaged, caver's galleries and fissure systems. A brief study on a fractal model of galleries shows that the cave airing is only made by caver size galleries and the fissures are less important. The cave description as a fractal structure is attractive because only some parameters are good enough for characterisation. But the hollowing processes do not respect the same scale laws.

The third chapter studies atmosphere and karst temperatures. The different factors on the thermal gradient of temperature are examined comparing theoretical considerations with measurments in the large systems. In spite of importance, on paper, of water circulation (vertical gradient of -0,234 °C/100 m), we discover a vertical gradient of about -0,4 °C/100 m, which is the humid air gradient. The air could be more important that water ? To answer this question, we study the vertical gradient of diphasic (air + water) flows. But the justification of temperature gradient will not be totally satisfactory. The pattern of isotherm surfaces is mentioned and the heat flux in respect to frequencies of external temperature oscillations. For the higher frequencies, the flux transferred is also greater, but the heat during a half-period is less. After, the ice caves and the ice-ages are analysed. The ice-bed is a thermal insulation for the karst. At the beginning of the glaciation, the isotherm surface 0°C plunges into the karst, afterwards the ice bed being deep, the isotherm surface 0°C goes up again. The karst is again a tempered karst. The mett water can go into the karst. After, the question of aering the karst is envisaged. Different mechanisms are active. First the advection phenomenon (piston flow) with rain water, then the oscillatory phenomenon (barometric fluctuations of atmosphere, piezometric level fluctuations). We have computed some dispersivity values of air with this factors. Then, the soil and the biologic activity are as a CO_2 *compressor and increase the* CO_2 *concentration of percolation water.*

The 4th chapter is devoted to evaporation and condensation phenomenons with respect to variations of air pressure during the floods or in geothermal situations. Some models are resumed (Szunyogh and Mucke). Then, a detailed calculus is made on the heat and vapor transfer, taking into account the radiative transfer. Some computed results are proposed for simplified geometries. We suppose that these processes are one important actor for cave genesis.

In the next chapter (5th), the CO_2 *repartition in the karst is examined . The carbon and calcium cycles are briefly studied. And a general model of karst functioning is described with pressure fluctuations during the discharge water fluctuations as one of principal agent of karstification.*

4-1- Le karst et le système karstique

Introduction

Les hydrogéologues s'intéressent aux relations entre les pluies et les débits aux émergences, via une certaine fonction de transfert du bassin versant. Ils ont introduit la notion de système karstique. Les géographes, pressentant l'intérêt d'une telle approche qui généralise l'approche habituelle des physiciens à des systèmes complexes, se sont emparés de la notion. Tant qu'on reste à un niveau sémantique, ce concept de système se laisse facilement apprivoiser, mais dès qu'on tend vers une analyse quantitative, on se heurte à de grandes difficultés. Par exemple, comment calcule-t-on l'énergie d'un karst. Se résume t-elle à une énergie thermique ? Comment calculer l'énergie de cohésion des composants ? l'énergie superficielle des interfaces ? Qu'est-ce que l'entropie d'un karst ? comment la calcule-t-on ? La part d'entropie de structuration (la néguentropie de la théorie de l'information) est-elle du même ordre de grandeur que la part purement thermique ? Comment calcule-t-on la première ? Pourquoi en parler si on ne sait pas la définir correctement ?

L'étude systémique ne pourra pas faire l'impasse d'une véritable étude thermodynamique et physique du karst. Mais la thermodynamique des karsts reste à faire. Cette étude-là prendra en compte les transferts de masse (eau, air, dioxyde de carbone, ions variés, solides en suspension) par advection ou diffusion, les transferts de chaleur (ou d'enthalpie) par convection ou conduction, les réactions chimiques aux interfaces fluide-calcaire ou au sein des fluides. Elle utilisera les concepts (chers à J. Choppy) de facteurs, c'est-à-dire des conditions existantes, qui conditionnent l'action d'un ensemble de mécanismes d'interactions se traduisant par des relations locales permettant de calculer des flux ou des débits. L'évolution et la structuration du karst, ou spéléogenèse, résulte de l'intégration, à différentes échelles d'espace ou de temps, de ces relations locales.

Les systèmes dissipatifs (Glansdorff et Prigogine, 1971) sont des systèmes qui maintiennent une structure dans un état hors d'équilibre avec transferts d'énergie et d'entropie. Le karst est un système hors d'équilibre, et il faudra expliquer comment il garde son originalité au cours de son évolution.

Le système karstique est quelquefois vu par les géographes sous l'angle purement réducteur des hydrogéologues. Philippe Martin écrit par exemple (Martin, 2000) : «Un système karstique est interprété comme un filtre. Il transforme des pluies en débits. La comparaison entre les entrées et les sorties permet d'établir une typologie des fonctionnements.».

Bien entendu, la notion de système karstique comporte d'autres volets que celui de l'hydrogéologie. On trouvera chez Cavaillé (1962), Mangin (1978), Jean-Jacques Delannoy (1997) différentes approches du système karstique.

4.1.1. Définition du système karstique

a) Définition d'un système karstique

À la suite de tous ces auteurs, nous adoptons comme définition du système karstique :

Un système karstique est un objet naturel de taille régionale, contenant des évidements modelés par les interactions entre l'eau, l'air, la roche et le vivant, à l'occasion du passage de l'eau et de l'air en son sein, et constituant une ou plusieurs unités de drainage.

Revenons sur les différents termes et les implications attachées à cette définition. Le système karstique est un objet matériel. Il est constitué de roches (calcaires, dolomies, gypse ou autres), de fluides (liquides et gaz) et de micro-organismes. Le karst est un volume limité par une surface fermée, ce volume contenant aussi toutes les cavités. Ces cavités contiennent des fluides qui circulent éventuellement (air et eau) et font partie intégrante du karst. Ce système est ouvert (voir définition plus loin). Il y a des entrées et sorties de masse, quantité de mouvement (ou forces qui en sont les sources), énergie (thermique et mécanique par le travail des forces de pesanteur, le travail des forces tectoniques, les marées terrestres …), entropie et matière vivante. Toutes ces entrées - sorties peuvent être comptabilisées en mesurant les différents flux ou débits traversant les surfaces. L'ensemble constitue une unité de drainage, c'est-à-dire que son, ou ses émergences sont assez bien individualisées.

La taille de ce système lui permet d'être considéré comme un géosystème. Dans un plan horizontal son extension est comprise entre le kilomètre et la dizaine, voire la centaine de kilomètres, et dans le sens vertical entre quelques dizaines de mètres et quelques kilomètres. C'est donc un volume assez plat, mais contrairement à beaucoup d'objets géographiques, ce n'est pas une surface. En cela, on peut dire qu'un système karstique est un objet géologique.

La surface supérieure d'un karst joue un rôle particulier. Le sol qui domine le karst peut-être considéré comme une sorte de peau perméable. Sa composition, ses propriétés, sont très différentes du reste du système. Il est le siège d'une activité biologique intense presque totalement tournée vers l'extérieur. En ce sens, on peut se demander si la surface fait bien partie du karst. Mais l'influence qu'il a sur le reste du système, son rôle de «portier» pour les entrées d'air, de dioxyde de carbone et d'eau le rattache avec certitude au reste du karst. Sa complexité, son rôle majeur, sa facilité d'accès aussi, expliquent que bien des études karstiques lui soient exclusivement consacrées. C'est même l'objet d'étude de prédilection de certains géographes.

Les surfaces latérales ne jouent qu'un rôle secondaire puisqu'elles sont étanches par définition (sinon elles seraient intégrées au système). La surface inférieure, elle aussi, est en général étanche. Elle ne joue pas un très grand rôle sauf quand sa nature chimique lui permet d'intervenir, ou quand elle laisse passer de l'eau ou du gaz, issus des profondeurs vers la surface. Son rôle principal est de transmettre le flux géothermique (chaleur profonde) et les actions mécaniques qui conditionnent les transformations tectoniques du karst.

La dimension temporelle du système karstique est celle des objets géologiques, c'est-à-dire de la dizaine de milliers à quelques dizaines de millions d'années. La naissance de ce système coïncide avec l'apparition des conditions qui lui sont nécessaires et sa disparition peut résulter de la disparition de la masse solide (érosion - corrosion) ou de la disparition des conditions nécessaires à son maintien (colmatage, ennoiement sous de nouvelles couches sédimentaires). Comme un organisme vivant, il peut se morceler en plusieurs systèmes indépendants ou se réunir par coalescence en un seul.

Sa caractéristique principale est qu'il présente des évidements plus ou moins connectés entre eux, et dus aux circulations de fluides en son sein. Cela implique bien évidemment que la roche puisse entrer en réaction avec les fluides. Le plus fréquent est la corrosion du calcaire par l'eau acidifiée par le dioxyde de carbone, ce dernier ayant été amené par l'air et dissout dans l'eau. Mais on peut imaginer d'autres types de réactions chimiques ou physiques (dissolution du gypse, fonte de la glace …).

La définition du système karstique varie forcément avec les auteurs. Par exemple certaines structures comme les tubes de lave ont des ressemblances et beaucoup de différences avec les karsts du calcaire. Doit-on les rattacher ? Il semble que non. Les circulations d'eau sous-glaciaires présentent sans doute plus de ressemblances et on peut les rattacher aux systèmes karstiques. Un ancien karst complètement colmaté est-il encore à classer dans les karsts ? On trouverait d'autres cas douteux ou marginaux.

Conditions de formation. La percolation initiale est liée à une fissuration préexistante qui a permis à l'eau de s'infiltrer dans la roche à partir du moment où le karst s'est présenté à l'air libre (érosion de la couverture non karstique, émersion du karst, raccordement à une perte…). L'eau ne peut trouver un chemin dans la roche que si une sortie lui est offerte plus bas que le réceptacle. C'est la notion d'émergence, nécessaire à tout karst en fonctionnement, et la notion de dénivellation disponible. La densité et l'écartement de ces fissures initiales devaient être suffisantes pour permettre au drainage de s'établir. Le seuil de percolation a donc été dépassé dans une partie du karst. L'eau a pu s'échapper de la surface du karst autrement qu'en suivant la ligne de plus grande pente de la surface extérieure.

L'étude de ces vides, de leurs relations, de leur évolution est l'objet de la morphologie. Ce qui est la cause de leur modelé, c'est l'eau, et dans une mesure à peine moindre, l'air. Les fissures préexistantes ont pu s'agrandir grâce à la propriété de la roche d'interagir (chimiquement et mécaniquement) avec l'eau et l'air la parcourant. D'abord l'eau de percolation dans des fissures préexistantes, puis l'eau qui agrandit son chemin, «choisit» entre plusieurs itinéraires, façonne les conduits et les modèle de mille façons.

Pour identifier une région naturelle en tant que karst, il faut démontrer l'existence de vides au sein des roches dans une région donnée, mettre en évidence une circulation souterraine actuelle ou passée, et être capable d'en circonscrire à peu près l'extension par une surface fermée (atmosphère, surface latérale et surface inférieure) la séparant du reste des terrains inférieurs non karstiques.

b) Le système karstique vu comme une boîte noire (système global)

Pour celui qui ne connaît pas ou ne veut pas connaître la richesse de la géométrie intérieure du karst, ce dernier est d'abord une boîte noire en fonctionnement avec des entrées et des sorties. On ne s'intéresse alors pas au contenu ni aux mécanismes. On ne s'intéresse qu'aux conditions sur la surface extérieure et à ce qui entre et sort. C'est le point de vue souvent adopté par les hydrologues. Le système karstique est alors simplement délimité par sa frontière extérieure S (surface fermée mais perméable) et son volume V. Le contenant n'étant pas considéré, le système est simplement caractérisé à un instant donné par les flux et les débits qui en traversent la frontière.

Sur la surface supérieure, les flux sont les flux de chaleur provenant de l'atmosphère sus-jacente et du rayonnement solaire. Les débits sont les débits d'air, d'eau et de matière en suspension qui pénètrent par les orifices de la surface. Ce sont aussi les débits d'air, d'eau et de matériaux qui sortent du système. Sur la surface inférieure, ce sont les flux de chaleur géothermique, les débits d'eau géothermale, les contraintes mécaniques.

Si on se limite à l'aspect hydrologique, la relation entre la variable d'entrée (précipitations et répartitions des pluies sur la surface de l'impluvium), et la variable de sortie (distribution des débits aux émergences) est une relation compliquée. Cette fonction est de forme intégro-différentielle qui est la forme mathématique traduisant les phénomènes à mémoire. Le système karstique possède des réservoirs qui lui donnent une mémoire de quelques jours à quelques mois. Le débit instantané à l'émergence est une fonctionnelle qui dépend des pluies tombées pendant une durée correspondant à cette mémoire. L'importance d'une pluie donnée s'atténue progressivement dans le futur, jusqu'à ne plus jouer aucun rôle. La mémoire du karst est en général courte. Il est essentiel de distinguer entre les temps de réaction aux arrivées d'eau qui font intervenir des vitesses du genre vitesse d'onde de pression, aux temps de passage qui sont des temps de transit pour la matière, toujours plus longs que les précédents. Certains phénomènes de grande ampleur (grandes crues) peuvent transformer le karst d'une façon irréversible. La boîte noire est alors cassée ! Le point de vue de la boîte noire empêche de proposer des modèles réalistes.

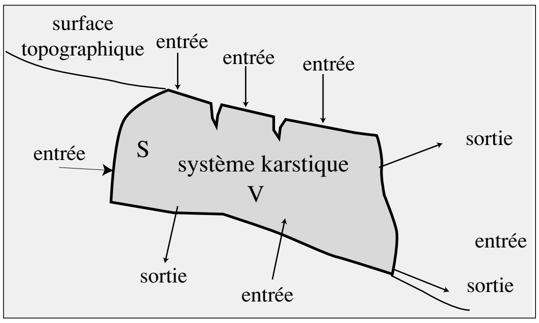


Fig. 4-1- Première façon de définir
le système karstique.
Le système karstique est délimité par sa frontière S
(surface fermée) et son volume V.
Il est caractérisé à un instant donné par sa masse M,
le détail de son contenant
et les flux qui en traversent les entrées.
C'est la vision des hydrologues
associée à une description statistique

*The first way to define a karstic system :
a volume with an external frontier
it is a black box*

Les modèles de boîtes noires sont le plus souvent statistiques. Ils sont adaptés à un karst donné. Ils ne peuvent prétendre prédire qu'en interpolant. Ils ne pourront jamais jouer un rôle prédictif en dehors des plages connues des paramètres qui ont servi à définir le modèle statistique car le système karstique est trop «non-linéaire» (conditions de seuils, bifurcation du fonctionnement…) pour supporter des extrapolations.

Cette façon de considérer globalement le système laisse dans l'ombre les interactions entre les fluides et les parois calcaires à l'intérieur du système. Elle permet, certes, de mesurer globalement l'évolution du karst en surveillant les frontières (mesure par exemple des débits masse de calcaire dissous ou transporté) en fonction des conditions extérieures. On peut donc en tirer des modèles statistiques d'évolution, sans rien comprendre des modalités ou des causes de l'évolution. Pour un spéléo, le karst ne peut pas être une boîte noire, et cette façon globale de considérer le karst ne peut pas conduire à l'élaboration d'un modèle déterministe du karst. C'est pourtant la méthode utilisée par certains hydrologues qui ne connaissent rien à l'intérieur du système. En revanche, les modèles les plus élaborés des hydrogéologues (Mangin) tiennent soigneusement compte de l'intérieur.

c) Le système karstique comme un ensemble de quatre sous-systèmes imbriqués.

Le système karstique semble constituer un tout, mais il n'est pas possible de se contenter, ici, de définir le karst comme un seul système. Il est beaucoup plus judicieux de le considérer comme la réunion de quatre sous-systèmes en interaction étroite.

Le premier sous-système est constitué de roche, de glace ou neige, des sols et des sédiments. Il est constitué de matières relativement solides et globalement immobiles aux courtes échelles de temps. Le deuxième sous-système est formé de l'ensemble de la matière liquide avec ses matières en suspension. C'est donc un liquide le plus souvent en mouvement, mouvements lents liés aux processus de diffusion ou mouvements plus rapides dus à des gradients de pression ou à la pesanteur. Le troisième sous-système est formé de l'ensemble de la matière gazeuse (avec ses matières en suspension et sa composition variable). Ce troisième sous-système ressemble au deuxième puisqu'il s'agit d'un fluide susceptible d'être en mouvement, mais comme la dynamique en est assez différente, il est préférable de le distinguer de l'autre pour mettre en évidence les interactions si importantes entre eux deux. Le quatrième sous-système, enfin, est constitué de la matière vivante habitant ou de passage dans le karst. Son importance en masse semble très minime, mais son rôle, quoique méconnu, ne peut être ignoré. Cette matière vivante assure une partie des liens entre les trois autres sous-systèmes. On la trouve le plus souvent aux interfaces entre ces sous-systèmes. Le vivant est déjà à l'origine de la roche calcaire, le vivant est aussi à l'origine de l'atmosphère terrestre, le vivant colonise le plus souvent la surface supérieure du système karstique. C'est lui, par exemple, qui assure un taux élevé de dioxyde de carbone dans les sols. C'est dire son importance !

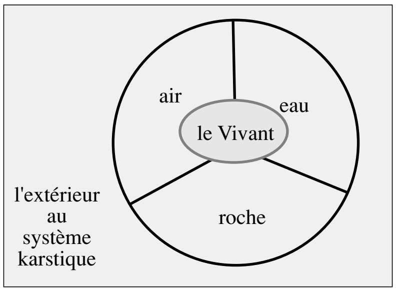


Fig. 4-2- La tétrade karstique :
la roche, l'eau, l'air, et le vivant aux interfaces ou sur la surface extérieure

*The karstic tetrade :
limestone, water, air,
and life at the interfaces
or the external surface*

On définit le karst comme la réunion de ces quatre sous-systèmes imbriqués. Le volume du premier sous-système reste à peu près constant pour des durées courtes (hormis la glace), alors que les volumes des deux fluides sont variables, même pour des durées courtes, puisque cette somme représente le volume de cavernement. En revanche, la somme de leurs volumes reste à peu près constante sur ces mêmes courtes durées. Le dernier sous-système, le vivant, occupe un volume négligeable.

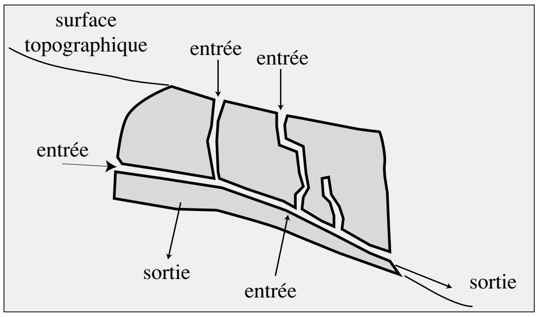


Fig. 4-3- Deuxième façon de définir le système.
On prend en compte d'abord la roche calcaire.
Les fluides qui traversent le karst forment deux autres sous-systèmes ; on ajoute le vivant.
C'est la définition des spéléos, indispensable pour une description déterministe du karst.

*The second way to define a karstic system :
limestone rock, water, air and life*

Le rôle du sol, l'enveloppe supérieure du sous-système roche, est tellement important qu'on pourrait en faire aussi un sous-système. Mais nous le rangerons par commodité avec le sous-système vivant.

La méconnaissance géométrique des réseaux, c'est-à-dire des surfaces qui limitent les vides, et la complexité de cette géométrie rendent difficile l'utilisation d'une telle définition du système. L'étude de l'évolution du karst doit pourtant affronter cette difficulté car les mécanismes à l'origine de cette évolution sont des mécanismes d'interactions entre ces sous-systèmes.

On a besoin d'étudier le détail des interactions pour calculer l'évolution de chacune des composantes.

4.1.2. État instantané d'un système karstique

a) État du système

Le karst est défini par un ensemble de caractères, valables à un instant donné. Le premier est la géométrie qui a servi à le définir (définition de toutes les surfaces le limitant, altitudes des différents points …). Le deuxième est la composition élémentaire de chacun de ses points (solide, calcaire, dépôt, marne, + eau ou air). Les autres caractères sont, en chacun de ses points, la masse volumique (champ scalaire), la quantité de mouvement (champ vectoriel), le champ thermique (champ scalaire), le champ d'énergie interne et chimique (champs scalaires), le champ d'entropie (champ scalaire) et le champ des contraintes (champ tensoriel car dépendant de la direction = anisotropie).

L'ensemble des propriétés, en un point et pour une direction donnés, se traduit par un champ vectoriel. La dimension de cet espace vectoriel n'est que le nombre des champs scalaires nécessaires pour décrire la matière au point et dans la direction considérés.

Plusieurs de ces grandeurs sont des grandeurs de tension. Ce sont des grandeurs qui servent à repérer un certain niveau, un certain état du système. Par exemple, la température par elle-même ne permet aucun transfert de chaleur. Ce sont les variations (les gradients) de cette température qui le permettent. De même, la pression ne permet aucun mouvement de fluide. C'est le gradient de la pression motrice qui le permet. D'autres grandeurs sont les grandeurs extensives que nous étudierons au § suivant.

b) Complexité d'un système

Pour comprendre cette notion de complexité, contentons-nous d'un exemple (proposé par le mathématicien Alain Conne dans son ouvrage de 1999). La suite des heures des levers et couchers du soleil pendant 100 ans peut se ramener à une formule contenant quelques sinus et cosinus mais tenant sur une seule ligne. Alors que la suite, par exemple, des numéros gagnants de la loterie nationale ne peut se réduire à aucune formule simplificatrice. Cette liste est donc un système plus complexe que le premier puisqu'elle nécessite plus de quanta d'information (les «bits»).

L'imbrication des quatre systèmes formant le karst est étonnamment complexe. La frontière physique qui sépare ces systèmes présente des analogies avec une surface fractale. Elle semble défier toute description précise. On ne connaît pas encore bien la nature de la complexité de ces interfaces. On a vu dans les parties précédentes que suivant les interactions que l'on étudie et suivant les propriétés des systèmes, on peut filtrer la représentation et en amputer les grandes «fréquences spatiales» (les grands nombres d'ondes), c'est-à-dire les détails les plus fins, qui constituent la plus grande partie de la complexité du système. Néanmoins, on ne peut se passer d'une description assez détaillée. De même, dans les fonctionnements thermique et hydraulique, on a été amené à considérer soigneusement les différentes fréquences temporelles d'excitation du système et on a pu supprimer tous les détails trop fugitifs. Pour chaque interaction étudiée, la complexité d'un système karstique peut être fortement diminuée sans changer fondamentalement les résultats. Mais cette complexité résiduelle reste sans commune mesure avec la complexité des systèmes qu'on étudie dans l'industrie et les laboratoires. Cette énorme différence n'est souvent pas bien perçue par les physiciens habitués à des conditions aux limites très simplifiées, et au contraire très bien devinée par les naturalistes qui y sont confrontés tous les jours.

c) Les grandeurs extensives à l'échelle du karst

Les grandeurs extensives sont les grandeurs de la physique dont on peut faire la somme, comme la masse, la quantité de mouvement, l'énergie, l'entropie…. Ces grandeurs peuvent être étendues et calculées à l'échelle de tout le karst ou pour des parties plus petites. Elles évoluent, bien entendu, avec le temps.

La **masse** est la somme des masses des volumes élémentaires du karst. La masse totale M du système est parfaitement définie à un instant donné, bien que difficilement calculable. C'est la somme des masses de ses composants.

Exemple. Le karst de la Dent de Crolles a une masse totale de $1{,}6.10^{12}$ kg. Il contient un peu plus de 10^8 kg d'eau et de l'ordre de 2.10^6 kg d'air.

La **quantité de mouvement** du karst, ou contenue dans le karst (suivant les définitions qu'on donne au karst) $M\vec{V}$ (V étant la vitesse moyenne de l'ensemble) se limite à la quantité de mouvement des fluides (eau, air) qui le traversent. Les vitesses sont calculées dans le repère lié à la partie solide du karst. On néglige en général cette quantité de mouvement, mais il est certain que la quantité de mouvement de l'eau joue un rôle important dans l'érosion mécanique (puisque ce sont les variations de la quantité de mouvement d'un fluide qui engendrent des forces). Si on veut faire intervenir ces forces, il faut utiliser la deuxième définition du karst découpé en sous-systèmes.

Exemple. La quantité de mouvement contenue dans la Dent de Crolles est constituée pour partie de la quantité de mouvement de l'eau dont le vecteur est dirigé plus ou moins vers le bas et pour partie de celle de l'air. À l'étiage, la quantité de mouvement de l'eau est de l'ordre de 2.10^4 kg.m/s. En période de crue, elle augmente énormément et doit pouvoir atteindre 4.10^6 kg.m/s. Les jours de canicule, la quantité de mouvement de l'air est de l'ordre de 10^5 kg.m/s. Le sens du vecteur est inversé en hiver. On voit donc qu'à l'étiage et par temps très froid, le vecteur quantité de mouvement est dirigé vers le haut (c'est l'air qui impose sa loi) mais en crue, l'eau impose le sens vers le bas.

L'**énergie** du système est la somme des énergies de ses constituants et de leurs énergies éventuelles d'interaction. Elle est définie à une constante additive près, mais on convient en général de la prendre nulle à zéro degré Celsius, avec l'eau à l'état liquide. Seules, les variations de cette énergie sont mesurables. On la décompose (en physique classique) en énergie interne (chaleur, énergie chimique, énergie superficielle, énergie de cohésion …) et en énergie mécanique (énergie cinétique et énergie potentielle dans le champ de pesanteur). L'énergie cinétique contenue dans un système karstique est, en valeur numérique, totalement négligeable devant l'énergie thermique. L'énergie potentielle est constante si le massif ne subit pas de mouvements verticaux. On la repère par rapport à une origine arbitraire des altitudes, par exemple, l'altitude de l'émergence la plus basse.

Exemple. Pour calculer l'énergie du réseau de la Dent de Crolles on pourrait prendre, comme état de référence, l'état du système à la température profonde (4,8°C). Alors on verrait facilement que le terme principal est celui qui revient aux modifications de température près de la surface. En prenant une surface de 3 km^2 (arrondie), une amplitude de température de 10°C, et en reprenant le résultat établi partie 1 (relation 1.162), on obtient une énergie stockée de l'ordre de :

$$E = 2.10^{14}\ \mathrm{J}$$

On peut comparer cette valeur à l'énergie injectée pendant une demi-période par l'eau tombée en adoptant un écart moyen de 7°C par rapport à la température moyenne de la Dent de Crolles et une hauteur de précipitation de un mètre par an, soit 1000 kg d'eau pour un mètre carré de surface et par an. L'énergie associée pour une surface seulement de 2 km^2 (les parois ne comptent pas) vaut :

$$E' = m\ c_e\ \Delta T'\ S' = 1000.4180.7.2.10^6 = 0{,}6.10^{14}\ \mathrm{J}$$

Si on cherche maintenant l'énergie transportée pendant une demi-période par l'air circulant dans la Dent de Crolles, on trouve, pour une différence de température de 7°C et un débit estimé à 40 m^3.s^{-1} en moyenne, une énergie correspondante de l'ordre de :

$$E'' = q_m\ c_a\ \Delta T'\ \frac{Pé}{2} = 40.1000.7.\frac{31.10^6}{2} = 0{,}04.10^{14}\ \mathrm{J}$$

On voit facilement que le masse solide du karst emmagasine beaucoup d'énergie, que l'eau en met en œuvre trois fois moins. Mais cette dernière énergie pénètre profondément dans le karst contrairement à la première. L'énergie associée à l'air est plus petite, au moins 10 fois moins que l'énergie liée à l'eau, mais elle aussi pénètre dans le karst.

L'énergie géothermique est assez petite mais toujours dans le même sens. Calculons-en une expression approchée en nous donnant une valeur plausible du flux géothermique. Ce flux varie suivant les régions autour de $\varphi_G = 0{,}06$ W.m^{-2}. En adoptant cette valeur et pour un karst de 2 km^2, on obtient donc en une année une énergie :

$$E''' = \varphi_G\ .Pé.S = 0{,}06.31.10^6.2.10^6 = 0{,}04.10^{14}\ \mathrm{J}$$

On trouve une énergie comparable à celle que transporte l'air en une demi-période.

L'**entropie** du système se calcule par rapport à un état de référence (choisi arbitraire). Elle est donc définie à une constante additive près. L'entropie dans un état donné se calcule classiquement en transformant l'état de référence en l'état donné, d'une manière réversible et en examinant les flux ou apports d'entropie qui ont été nécessaires. Dans le cas d'un système karstique qui n'est pas conservatif et pas isotherme, les variations d'entropie sont dues principalement aux entrées et départs de matière et aux changements de température avec les saisons. Contrairement à ce qu'on pourrait penser, on ne sait pas encore calculer l'entropie de structuration du karst. Pour cela, il faudrait envisager l'ensemble des configurations possibles du karst pour pouvoir en apprécier la probabilité d'organisation à un instant donné. Mais il est probable que les débits d'entropie correspondants soient très petits devant ceux d'origine thermique. On sait que le vivant est capable de créer des structures à bas niveau d'entropie grâce aux flux qui le traversent en propre. Mais on ne sait pas la calculer non plus. Le niveau d'entropie d'un karst fluctue tout le long de l'année. On peut en calculer les variations maximales. Les variations d'entropie sont dues à l'eau et aux apports de chaleur à la surface. Dans l'exemple de la Dent de Crolles et en partant de la valeur 2,6.10^{14} J trouvée plus haut, on trouve l'amplitude de l'entropie en appliquant la relation :

$$\Delta S = \int \frac{dE}{T} \approx \frac{2{,}6.10^{14}}{278} = 9{,}3.\ 10^{11}\ \mathrm{J.K^{-1}}$$

L'entropie fluctue autour de sa valeur moyenne ; mais cette oscillation ne nous intéresse guère, beaucoup moins que les variations séculaires (figure ci-contre). L'érosion des versants est le terme principal de diminution de l'entropie. Quant à la diminution pour l'accroissement de l'organisation, nous avouons notre incapacité à la calculer, d'autant qu'elle semble très petite par rapport aux autres termes.

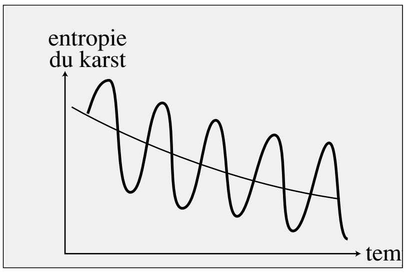


Fig. 4-4- Allure des variations annuelles de l'entropie et de son évolution séculaire

Sketch of annual and secular entropy variations

Les autres grandeurs extensives, comme la charge électrique, n'interviendront qu'occasionnellement. On sait cependant que le vent charge électriquement les structures des éoliennes (Le Chapellier, 1981) et que l'air des grottes transporte des ions (Trombe, 1952).

4.1.3. Les relations fonctionnelles

On a vu que le système karstique présente des interactions entre ses quatre sous-systèmes, et des flux de matière à ses frontières. Ces interactions et ces flux sont régis par des lois à la fois quantitatives et fonctionnelles. Les relations ont souvent été établies en vue d'une utilisation donnée. Par exemple, prévision des crues aux résurgences, prévision des étiages extrêmes.

a) Le karst est un système ouvert - Flux, potentiel et creusement

On dit qu'un système est isolé s'il n'y a aucune interaction (forces, énergie, …) entre lui et l'extérieur. Le karst est, à l'évidence, un système non isolé.

On dit qu'un système est ouvert s'il existe des débits de matière (entrée sortie, réactions chimiques …). Dans la première définition que nous avons donnée du karst, il est un système ouvert car des débits d'eau et d'air le parcourent et que des débits de calcaire le quittent. Dans la deuxième définition, les quatre sous-systèmes sont eux aussi des systèmes ouverts. La roche l'est, mais pour des durées longues de l'ordre de quelques milliers à quelques dizaines de milliers d'années, à cause de la corrosion et du concrétionnement. L'air et l'eau sont renouvelés en des temps caractéristiques courts, de l'ordre de quelques jours à quelques années, par des débits provenant de l'extérieur.

Les flux. Le karst est en liaison avec l'extérieur (tout ce qui n'est pas le système) de plusieurs façons. Des flux de matières et d'énergie thermique entrent et sortent du karst. Les flux de matière transportent avec eux leurs caractéristiques (débits entrant et sortant de masse, de quantité de mouvement, d'énergie, d'entropie, charges électriques…). Ces flux et débits sont déterminés par les caractéristiques à la frontière, les conditions aux limites.

En ce qui concerne les débits d'eau, il faut tenir compte des précipitations qui sont amputées de l'évapotranspiration dont l'importance est variable suivant les régions et l'état du sol. Et par ailleurs pour les régions désertiques, il faut ajouter la condensation de l'air humide sur le sol, dont l'apport peut ne pas être négligeable.

Pour les débits d'air, il faut faire la distinction entre l'aération au voisinage de la surface (épikarst) qui correspond à des débits considérables quand la roche est à nu, et les courants d'air de débits bien inférieurs qui pénètrent profondément dans les cavités. Ce sont plutôt ces derniers qui font l'objet de cet ouvrage.

«Potentiel de karstification» ou puissance disponible pour la karstification. Une grandeur importante mise en évidence par les géographes est le «potentiel de karstification» qui est le produit d'un débit d'eau disponible par la dénivellation moyenne entre impluvium et émergence. On trouve cette grandeur dans Bagnold (1966). Une analyse un peu serrée du concept nous montre que ce potentiel de karstification représente le produit de la charge des hydrauliciens (en Pa) par le débit volume. Ce potentiel de karstification a la dimension physique d'une puissance (en W), et il se construit à partir du théorème de Bernoulli appliqué entre l'entrée et la sortie du karst, dont on a multiplié membre à membre l'équation par le débit volume. :

$$\text{Potentiel de karstification} = q_V \left[\left(p + \rho\, g\, z + \frac{1}{2} \rho\, V^2 \right)_e - \left(p + \rho\, g\, z + \frac{1}{2} \rho\, V^2 \right)_s \right] \qquad (4.1)$$

On pourrait supprimer, comme le font les géographes, les termes de pression et de vitesse car les pressions restent à peu près inchangées entre l'entrée et la sortie du karst, et le terme d'énergie cinétique est négligeable. Mais on a avantage à les garder, car cette notion de potentiel de karstification, qu'on applique au karst total, peut aussi être utilisée à une échelle plus locale, par exemple dans un système noyé. Et là, il est important de garder la pression dans l'expression du potentiel. Ou bien encore, dans une cascade pour laquelle le terme de vitesse n'est pas négligeable.

La signification physique du «potentiel de karstification» est la suivante : c'est un bon ordre de grandeur de la puissance mécanique moyenne qui est dépensée par l'eau dans son passage à travers le karst. Dans cette transformation d'énergie, la plus grande partie se retrouve dissipée en chaleur et ne sert à rien directement pour le creusement. Une petite partie, la «partie utile», c'est-à-dire la puissance utilisée pour les réactions chimiques ou pour vaincre les forces de cohésion, est supposée à peu près proportionnelle au potentiel de karstification. C'est sans doute faux, mais qualitativement le résultat doit être valable et la notion garde son intérêt. En tout cas, plutôt que potentiel de karstification, la grandeur pourrait être dénommée «puissance disponible pour la karstification». Et cette notion pourrait aussi être utilisée pour chaque tronçon de réseau étudié. Ce sont les variations du potentiel aux bornes du tronçon qui traduisent l'intensité du creusement.

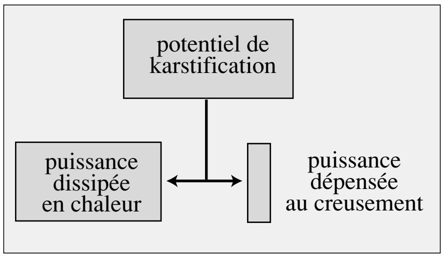


Fig. 4-5- La puissance disponible et son devenir dans le karst

Available power in the karst

Cette grandeur constitue le terme moteur principal du creusement du karst. Il concerne le sous-système eau.

Peut-on dire que ce seul terme suffise à déterminer la vitesse de karstification ? La réponse est négative. L'action de l'eau ne peut s'exercer seule, et suivant la quantité de dioxyde de carbone que cette eau transporte, la vitesse de creusement pourra être multipliée par deux, voire par dix. Pour affiner le concept, on pourrait donc multiplier la puissance calculée au-dessus par la fraction molaire du dioxyde de carbone, ou par la quantité de calcaire que pourrait corroder l'eau en question. Mais la grandeur calculée cesserait d'avoir un sens physique clair. Et bien d'autres facteurs interviennent par ailleurs !

b) Les interactions internes

Les interactions du sous-système «air» sont de deux types : des interactions internes avec les fluides traversant le karst au niveau de la surface intérieure de la roche (dite aussi endokarst), et des interactions externes au niveau de la surface extérieure (dite aussi exokarst).

L'air agit à plusieurs niveaux : transfert de masse par la vapeur d'eau (condensation évaporation), transport de chaleur par l'air, échanges avec l'eau d'anhydride carbonique véhiculé dans l'air…

L'eau agit aussi à plusieurs niveaux : transfert de masse d'eau et stockage associé dans les vides du karst, d'où un effet de lissage des précipitations dans les écoulements profonds et les sources. Cet effet est un effet capacitif, engendrant des déphasages dans le fonctionnement des résurgences. Échange de masse (vapeur d'eau et dioxyde de carbone) avec les circulations d'air. Transport de masse des matériaux en suspension au moment des crues et dépôt à d'autres endroits. Transfert de chaleur et influence thermique sur les zones profondes du karst. Corrosion chimique des parois calcaires (ou dépôt) dont la cinétique est commandée par la cinématique de l'eau et les concentrations en anhydride carbonique dissous.

Ces interactions sont compliquées à étudier car elles modifient profondément l'état du sous-système concerné. L'évaporation par exemple modifie profondément le degré d'humidité du courant l'air qui en est la cause.

On remarque tout de même que pour ce qui concerne la morphologie des conduits, c'est l'eau qui joue le rôle essentiel. L'air se présente plutôt comme un facteur que comme un acteur.

c) Interactions externes

Elles concernent les forces (contraintes), les flux thermiques et les réactions superficielles avec l'eau, l'air ou la roche extérieurs. Les forces de pesanteur (poids) constituent l'interaction gravifique du karst ave la terre toute entière.

Le karst repose sur des terrains qui n'en font pas partie. Le flux géothermique profond traverse la surface inférieure du karst et interagit avec la roche ou les fluides. Le karst repose sur des terrains qui ne sont pas inertes tectoniquement. La masse du karst engendre des contraintes normales et les efforts entre le karst et les massifs voisins, engendrent aussi des cisaillements qui conduisent à des contraintes tangentielles. Il subit par ailleurs les conséquences des mouvements profonds du manteau, des rajustements eustatiques, des séismes lointains …

d) Le karst est un système non permanent

Cela veut dire que les champs le décrivant ne dépendent pas seulement des variables d'espace, mais aussi du temps. Cette dépendance a plusieurs raisons :

d'une part, les interactions entre les fluides et le karst entraînent des modifications irréversibles (corrosion chimique par exemple) qui en modifient la géométrie, ce qui perturbe *ipso facto* tous les autres champs ;

d'autre part, les conditions aux limites peuvent changer au cours du temps par modification des altitudes (mouvement de surrection générale ou d'enfoncement), par modification du paysage et des niveaux de bases imposés par la géographie et la géologie (enfoncement des vallées par exemple), par changement des conditions climatiques générales de la région (désertification, réchauffement général, glaciation …).

Ce caractère non permanent oblige à considérer tout un ensemble de périodes ou durées. Certaines durées sont très petites, correspondant à un épisode pluvieux ou même à un simple train d'ondes infrasonores généré par un jet-stream par exemple. Une période importante est celle qui correspond à la journée. Une autre encore est celle qui est à rattacher à l'année. Pour un objet géologique comme un karst, toutes ces durées sont très petites.

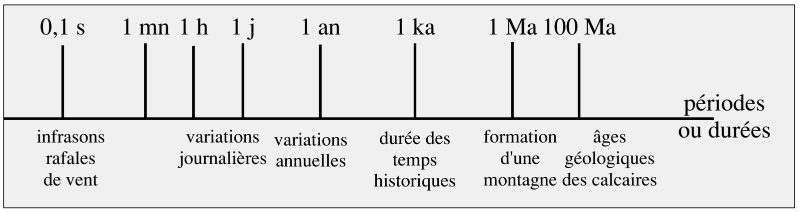


Fig. 4-6- L'échelle des temps géologiques.
Dans ce schéma gradué en échelle logarithmique
ka signifie 1000 an et Ma = 1 million d'années.

Geological time in logarithm scale

Les durées qui interviennent dans l'évolution du système karst sont multi-séculaires, provenant de l'accumulation des variations infinitésimales liées aux phénomènes rapides, et aussi dues aux variations séculaires des conditions aux limites, c'est-à-dire à une évolution des facteurs. Comme dans tous les phénomènes naturels, la gamme des durées est tellement étendue que l'on a intérêt à la représenter en coordonnées logarithmiques (cf. figure ci-dessus).

Le creusement d'une nouveau tronçon de galerie par un torrent souterrain demande une dizaine de milliers d'années. La mise en place d'un karst demande une centaine de milliers d'années. Mais l'agrandissement d'une fissure très serrée peut demander à l'eau un million d'années (temps de latence d'un karst = effet de seuil). On sait qu'une fois ce seuil franchi, la vitesse de creusement est beaucoup plus grande (Dreybrodt 2000). La durée de vie d'un système karstique, qui dépend beaucoup de la vitesse de l'érosion extérieure est de l'ordre de la dizaine de millions d'années. On voit que cette durée de vie est comparable à la durée d'une orogenèse (de quelques millions à quelques dizaines de millions d'années) ou à la durée d'une sédimentation pour former la couche rocheuse, matrice du karst (quelques dizaines de millions d'années).

4.1.4. Évolution d'un karst : formes, facteurs, mécanismes

Nous reprenons ici les idées de J. Choppy sur le creusement des cavernes (Série «Synthèses spéléologiques et karstiques»).

a) Les formes

Le système karstique présente un ensemble de formes remarquables et facilement identifiables. Certaines n'existent que dans le karst. Ces formes sont l'objet des soins des géomorphologues. Leur étude comprend leur description, leur évolution et leur genèse. L'évolution de ces formes fait appel à des mécanismes qui permettent d'enlever ou d'apporter de la matière. Il peut s'agir de mécanismes de corrosion, d'érosion ou d'apports de matière sédimentaire ou de concrétionnement.

Une forme karstique est constituée d'une partie de la surface qui limite les sous-systèmes : solide et fluides. Réciproquement, toute portion de cette surface est-elle rangeable dans une forme ? La réponse est mitigée. Certains tronçons ne sont guère identifiables, ou sont intermédiaires entre différentes formes, ou sont composites. En réalité, certaines portions de la surface semblent plus le fruit du hasard que le résultat d'une action identifiable et cohérente d'un mécanisme. Pour cette raison, on répugne à les ranger dans une forme.

Ces formes occupent toutes les échelles de dimension : les micro-gours, les petits dépôts, les salles, galeries, puits, méandre … Il faut bien voir que le karst n'est pas une juxtaposition de formes. Le karst est un tout et c'est l'action disséquante du cerveau humain (la sélection naturelle l'a remarquablement armé pour identifier des invariants) qui isole ces formes dans l'ensemble du karst. Les formes sont donc des points d'ancrage dans la représentation mentale des observateurs. Elles ont donc une part de subjectivité. Mais la difficulté pour reconnaître certaines formes, ennoyées dans une complexité générale, n'empêche pas de concevoir des formes idéales auxquelles on rattache plus ou moins facilement les objets que l'on voit. Ces formes ne présentent en réalité un grand intérêt que si on peut y associer un mécanisme unique de formation (ou une chaîne unique de mécanismes).

Comme la forme résulte d'une histoire du creusement, elle peut être interprétée comme une mémoire qu'il suffit de lire pour déchiffrer l'histoire de la genèse du karst. Mais cette idée séduisante se heurte au fait que la karstification est un phénomène dissipatif. On sait avec quel soin maniaque, les constructeurs de disques, disquettes et bandes magnétiques s'attachent à ce que le signal d'entrée se retrouve complet et non distordu dans la trace enregistrée. Pour le karst au contraire, toute une partie disparaît, s'embrume en quelque sorte, devient opaque, de la même façon qu'un pendule au repos est incapable de renseigner l'observateur sur le mouvement dont il a été animé auparavant. Le karst n'est donc pas facile à déchiffrer mais il semble tout de même beaucoup plus facile que le paysage extérieur, ce qui explique les succès rencontrés dans ces recherches (dépôts varvés, lamines de croissance des concrétions…, tous témoins de climats passés).

b) Les facteurs

L'apparition d'une forme suppose l'existence de conditions initiales favorables. Ce sont les facteurs. Ces facteurs sont donc obligatoirement associés aux formes. Telle forme est caractéristique de tel style de karst qui possède ces facteurs. Ces facteurs sont de différents ordres. Des facteurs d'ampleur régionale comme les facteurs tectoniques ou structuraux, les facteurs lithographiques, les facteurs climatiques, les facteurs biologiques. Des facteurs plus locaux comme une faille, une diaclase, un joint de stratification, une certain style de fissuration, une certaine altération locale de la roche. Comme le système karstique est un système à rétroaction, le karst lui-même est un facteur (Choppy). Un facteur peut donc être un peu n'importe quoi. On constatera plus loin qu'un mécanisme peut être un facteur et qu'une forme aussi peut être un facteur pour une autre forme.

c) Les mécanismes

Ce sont des phénomènes physiques qui font évoluer une forme karstique et donc le karst tout entier. Certains mécanismes sont faciles à individualiser mais d'autres sont terriblement compliqués. Donnons un exemple édifiant de cette complication. On trouvera, plus loin, ce mécanisme en action dans le karst profond. Le flux géothermique chauffe les parties basses des aquifères karstiques (loi de Fourier de conduction). La température de ces eaux stagnantes est un peu plus élevée que celle des eaux courantes (phénomènes de convection-diffusion). Au moment des crues, l'augmentation des débits provoquent des mises en charge (phénomènes hydrodynamiques dépendant de la géométrie des conduits), donc créant des augmentations de pression. Ces mises en pression agissent sur les eaux stagnantes et peuvent les mettre en circulation (écoulements dans les systèmes maillés excités d'une manière différentielle). C'est ce qu'on constate au début des grandes crues où systématiquement la température augmente. Cette mise en route d'eau plus chaude fait apparaître des différences de température dans certaines parties, par exemple dans des coupoles isolées du reste de la cavité par la mise en charge. La différence de température engendre un transfert de vapeur (loi et analogie de Lewis) qui se condense sur des voûtes et provoque une corrosion sensible grâce à l'augmentation de la pression partielle de CO_2 (loi de Henry de diffusion, loi des gaz parfaits, équations de cinétiques chimiques). De cette longue chaîne d'événements, quels sont les mécanismes ? quels sont les facteurs ? Clairement, les mécanismes amènent du changement, la mise en charge en est un. Mais dans la coupole, pour qu'il y ait isolement d'une bulle d'air, il faut qu'il y ait mise en charge. Cette mise en charge apparaît comme un facteur pour que ce mécanisme de corrosion puisse agir. On voit qu'un mécanisme peut être un facteur pour un autre mécanisme qui fait évoluer une forme.

Conclusion. Il apparaît ainsi que la forme est un être assez bien individualisé, de même qu'un mécanisme ou une chaîne de mécanismes. En revanche, un facteur est un qualificatif qui s'attache à n'importe quoi impliqué dans le fonctionnement d'un mécanisme à l'œuvre. Il ne qualifie pas un être mais simplement le rôle que peut jouer un être ou un mécanisme en certaines occasions.

4.1.5. Les bilans globaux

Les principaux résultats de la physique concernent la découverte d'invariants dans la nature. Le système karstique vérifie donc un certain nombre d'invariants.

L'étude du karst comme système ouvert instationnaire nécessite de pouvoir faire des bilans instantanés locaux (dans la masse du karst ou à sa surface). Ces bilans permettent en chaque point du karst de préciser l'évolution des caractéristiques du karst (température, composition, masse, contraintes …).

L'étude globale des relations avec l'extérieur revient principalement à détailler les deux bilans : masse et énergie. On pourra omettre le bilan de quantité de mouvement (sauf aux moments des séismes).

a) Bilans de masse

Bilan de masse instantanée. Pour la masse, c'est simple. Si la masse M évolue au cours du temps, c'est que les entrées de matière ne sont pas égales, à un instant donné, aux sorties de matière. Plus techniquement, on pourra écrire, qu'à chaque instant, la dérivée temporelle de la masse M est égale aux débits entrants de matière moins les débits sortants.

Si on veut faire des bilans partiels de masse (par exemple le CO_2 , le calcaire, l'air…) l'équation précédente doit être complétée par un terme source et un terme puits. Le terme source représentera le débit masse éventuel de CO_2 apporté au système par les réactions chimiques et le terme puits représentera le débit masse emporté par d'autres réactions chimiques éventuelles.

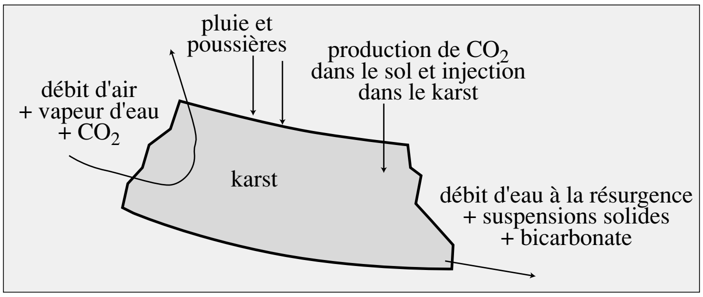


Fig. 4-7- Les entrées et sorties de masse.
Le système comprend la roche et les évidements plein d'air ou d'eau

Input and output of matter (water, damp, CO_2, limestone)

Le bilan porte sur tout le domaine spatial du karst. On aura souvent intérêt à l'intégrer aussi sur un temps significatif, par exemple une année. Le bilan sera alors le bilan global moyen sur un an.

Exemple de la Dent de Crolles. Les débits entrants d'eau sont principalement les pluies. Ce débit est très fluctuant puisque le débit d'eau entrant peut varier de 0 (temps sec) à 20 000 kg/s et plus pour de grandes averses. Le débit d'eau sortant a des fluctuations nettement moins grandes, de 10 kg/s à l'étiage à 2000 kg/s en crue. Pour l'air, les débits entrant et sortant sont assez équilibrés. En période de pression barométrique stable, ce débit entrant et sortant peut dépasser 50 kg/s. Quand la pression atmosphérique change rapidement (à l'approche d'un orage par exemple), le débit d'air sortant peut dépasser nettement le débit d'air entrant, par exemple pour une variation de pression de 0,1 Pa/s, le débit sortant supplémentaire est environ de 1 kg/s (en prenant un volume total d'air de 10^6 m^3).

b) Bilan d'énergie

Pour l'énergie, le bilan se conduit de la même manière. Si l'énergie du système évolue au cours du temps, c'est que les apports d'énergie n'équilibrent pas les pertes. Plus techniquement, la dérivée temporelle de l'énergie totale du système karstique est égale à la puissance apportée par les débits entrants, moins la puissance emportée par les débits sortants, plus la puissance des forces extérieures au système, plus la puissance thermique (comptée algébriquement, positive si elle est apportée, négative si elle est emportée) de conduction thermique à travers la surface S. Ce bilan a souvent été fait dans la littérature sans tenir compte du travail des forces de pesanteur (cf. Andrieux 1971 et Choppy, 1994, p. 14).

Détaillons tous ces termes. La dérivée temporelle d'une énergie s'exprime comme une puissance (en Watt). Les débits de matière entrant et sortant véhiculent avec eux l'énergie interne (thermique et chimique) et l'énergie cinétique. Un débit masse multiplié par une énergie massique donne une puissance (en Watt).

Les forces extérieures sont les forces de pesanteur sur le massif. Elles ne pourront travailler que si le massif subit une montée ou une descente. En revanche, les fluides qui circulent dans le massif ont une vitesse, et la puissance des forces de pesanteur est égale à la somme des puissances de chaque masse élémentaire d'eau, c'est-à-dire, la somme de chaque masse élémentaire multipliée par g et par la vitesse locale de descente V_z (g accélération de la pesanteur).

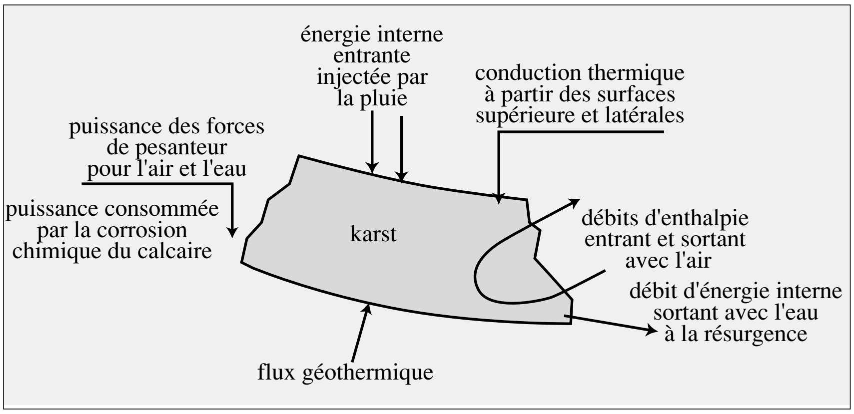


Fig. 4-8- Les entrées-sorties d'énergies thermiques.
Le karst est constitué par le calcaire ou les sédiments d'une part, l'eau et l'air contenus dans les vides intérieurs, d'autre part

Input and output of energy
chemical energy by limestone corrosion, potential gravitational energy of water and air, internal energy convected by rain, thermal conduction energy, enthalpie flux by air convection, geothermal flux from the depths of earth

De même, les forces de pression travaillent un peu au niveau des entrées et sorties de fluide, mais on pourra omettre cet aspect en considérant l'enthalpie à la place de l'énergie interne. La puissance de conduction à travers la roche dépend principalement de la température de la surface du karst. Cette température résulte d'un bilan thermique (apport solaire, échanges avec l'air…).

Le karst se creuse et l'attaque d'un kilogramme de calcaire demande une énergie thermique $h_{calcite} = 3.10^6$ J/kg (Badino, 1995 p. 71). Cette énergie est importante mais la corrosion est lente. Calculons les puissances thermiques mises en jeu par ce processus. Pour cela, supposons connue la fraction massique de calcite $w_{calcite}$ égale à la masse de calcite corrodée par l'eau et rapportée à la masse d'eau. La puissance thermique prélevée à l'eau pour assurer la corrosion vaut donc ($\dot{m}_e$ est le débit masse d'eau) :

$$P_{calcite} = \dot{m}_e \, w_{calcite} \, h_{calcite} \tag{4.2}$$

Par exemple, pour une pression partielle relative de CO_2 de 1% , la capacité maximale de corrosion $w_{calcite} = 0{,}2.10^{-3}$ (= 200 mg/kg d'eau). Pour un débit de sortie d'eau $\dot{m}_e$, cela représente une puissance thermique prélevée à l'eau de :

$$\dot{m}_e \, w_{calcite} \, h_{calcite} = 0{,}2.10^{-3}.3.10^6 \, \dot{m}_e = 600 \, \dot{m}_e \tag{4.3}$$

Cette puissance abaisserait la température de l'eau de $\Delta T = 600/C_e = 0{,}14°C$. Cette valeur est petite mais du même ordre que celle engendrée par le travail des forces de pesanteur. Cette puissance est prélevée principalement près des entrées du karst (qui doit donc présenter un déficit de température dans sa partie supérieure). En posant H_{eau} la hauteur de descente moyenne totale de l'eau dans le karst, le bilan complet instantané s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_{ee} \, c_e \, T_e - \dot{m}_{es} \, c_e \, T_s + \dot{m}_e \, g \, H_{eau} - \dot{m}_{es} \, w_{calcite} \, h_{calcite} + q_{me} \, h_e - q_{ms} \, h_s + q_m \, g \, H_{air} + \Phi_{géotherm} + \Phi_{cond} \tag{4.4}$$

Le premier terme est la dérivée temporelle (algébrique) de l'énergie totale dans le karst. Dans le membre de droite, les trois premiers termes concernent l'eau (énergie interne advectée et puissance des forces de pesanteur), les trois termes suivants concernent l'air (on écrit l'enthalpie pour ne pas omettre la chaleur latente de la vapeur d'eau et la puissance des forces de pression), les deux derniers termes correspondent à des flux de conduction, le flux géothermique provenant du bas et les flux de conduction sur les surfaces latérales. On a négligé l'énergie cinétique dans l'équation.

La notion de dissipation d'énergie est une notion de mécanique. Elle traduit le transfert d'énergie mécanique en énergie thermique. Ce transfert est dû aux frottements visqueux dans l'eau ou l'air. L'énergie potentielle du fluide diminue tout le long du trajet alors que son énergie interne augmente. Le terme de dissipation n'apparaît pas dans le bilan puisqu'il s'agit d'un transfert intérieur.

Bilan moyenné sur un an. Dans le cas d'une moyenne sur cette durée, la variation d'énergie du système est peu importante. Les débits masse d'eau et d'air qui entrent sont à peu près les mêmes que ceux qui sortent et l'équation se simplifie :

$$\overline{\dot{m}_e}\left(w_{calcite}\, h_{calcite} + c_e\, \overline{\Delta T} - g\, H_{eau}\right) + \overline{q_m}\, \overline{\Delta h} = \Phi_{géotherm} + \overline{\Phi_{cond}} \quad (4.5)$$

Le débit masse moyen d'eau $\overline{\dot{m}_e}$ est facile à définir, il suffit de le comptabiliser à la résurgence.

Le débit masse d'air $\overline{q_m}$ est le débit masse d'air entrant (ou sortant) moyen. Il faudrait surveiller toutes les entrées et ne retenir que les débits entrants. Il est donc assez difficile à déterminer. Le flux moyen de conduction est voisin de zéro puisque l'apport estival est contrebalancé par la perte hivernale. Le travail des forces de pesanteur pour l'air a été omis puisque le courant d'air change de sens et le travail moyen s'annule à peu près. Finalement, le bilan annuel nous indique que la température de sortie de l'eau est plus élevée que la température d'entrée à cause du travail des forces de pesanteur et à cause du flux géothermique :

$$\overline{\Delta T} \approx \frac{g\, H_{eau} - w_{calcite}\, h_{calcite}}{c_e} + \frac{\Phi_{géotherm}}{\overline{\dot{m}_e}\, c_e} = \frac{g\, H_{eau} - w_{calcite}\, h_{calcite}}{c_e} + \frac{\varphi_{géo}}{q_s\, c_e} \quad (4.6)$$

$$\text{avec } q_s = \frac{\overline{q_m}}{S} \qquad \text{et} \qquad \varphi_{géotherm} = \frac{\Phi_{géotherm}}{S} \quad (4.7)$$

Pour un débit spécifique q_s de 35 kg/s d'eau par km^2 de surface, cela donne par exemple (avec $w_{calcite} = 0{,}2.10^{-3}$) :

$$\overline{\Delta T} \approx 0{,}0023\, H_{eau} - 0{,}14 + \frac{0{,}06}{35.10^{-6}\,.\,4185} = 0{,}0023\, H_{eau} + 0{,}27 \quad (4.8)$$

Pour une dénivellation de 500 m sur le trajet moyen de l'eau, on en déduit un écart moyen de température de l'eau $\Delta T = 1{,}42$ °C.

Cette valeur serait assez différente si l'on considérait le rôle de l'air. En mesurant les températures d'entrée et de sortie de l'eau, on pourrait estimer le rôle des courants d'air et de la conduction. Mais ce genre de bilan demande beaucoup de mesures et on n'en a peu d'exemples sur des karsts développés (cf. bilan sur la bassin du Baget).

Examinons le cas de la Dent de Crolles. Le débit entrant d'énergie interne de l'eau varie avec son débit masse et sa température. On a vu que ce débit est très variable dans le temps. Une grande averse injecte dans le karst une puissance (en énergie thermique) qui vaut (avec une température de l'averse de 15°C environ à comparer aux 4,8°C de la température profonde qu'on peut prendre pour origine) 200 MW. Cet apport instantané est considérable, l'équivalent de la puissance d'une centrale thermique. Mais cet apport ne dure guère. La puissance perdue est nulle puisque l'eau sort à la température profonde du réseau. Cette puissance sert donc à augmenter l'énergie interne du karst. L'eau de fonte de la neige au printemps apporte en revanche une forte puissance négative. En moyenne, la puissance annuelle amenée par l'eau est à peu près nulle.

La puissance injectée par l'air, à la canicule par exemple, est de l'ordre de 8.10^5 W. Là encore, la puissance perdue est voisine de zéro. Cette puissance sert donc à augmenter l'énergie interne du karst. On peut aussi examiner le rôle de chacun des fluides en prenant les débits moyens. Le débit moyen de l'eau est d'environ 120 kg/s. L'écart moyen de température avec le karst est assez faible, de l'ordre de 10°C en été et seulement 4°C au printemps. On peut adopter un écart moyen de 7°C. La puissance positive moyenne injectée est donc de l'ordre de 120.4185.7 = 3,5 MW. Pour l'air, l'écart de température est plus important, de l'ordre de 15°C. La puissance moyenne injectée (en plus ou en moins) est de l'ordre de 0,4 MW. On retrouve la moindre importance de l'air, 8 fois moins importante que l'eau. On peut aussi évaluer le débit d'eau de condensation apporté par l'air. Ce débit se limite aux mois d'été. Pour une condensation de 6 g/kg, il est de l'ordre de 0,1 kg/s. La puissance associée est 0,25 MW.

L'énergie potentielle de l'eau se transforme en énergie cinétique, puis en énergie thermique. La puissance de cette dissipation d'énergie mécanique en chaleur est en moyenne de l'ordre de 0,44 MW, mais elle varie au gré des crues d'une valeur de quasiment 0 à 20 MW. On voit que la puissance injectée sous forme potentielle est 7 fois plus petite que la puissance thermique. Les puissances thermiques injectées dans le karst par conduction thermique à la surface se cantonnent dans une épaisseur de roche qui ne dépasse guère 15 mètres. Les puissances mises en œuvre sont assez importantes mais jouent un rôle modeste.

c) Les réactions chimiques en présence d'air

Les réactions chimiques jouent un rôle central dans toute étude du karst, puisqu'elle conditionnent sa formation. L'air a une grande importance par sa capacité à transporter du dioxyde de carbone dans les zones profondes. On examinera cette question en détail dans le § 4.5.

4.2. Réseau et atmosphère souterrains

4.2.1. Le réseau souterrain et la modélisation

a) Le réseau souterrain des spéléos

Le spéléologue qui fréquente assidûment un réseau souterrain, finit par le connaître en détail. Il connaît la succession des salles, des galeries, les interconnexions et les anastomoses entre les galeries, la hiérarchie des conduits, conduits majeurs comme les collecteurs fossiles, petites galeries secondaires vite oubliées par le creusement. Il sait faire la distinction entre les tubes et les méandres. Notre spéléo a plongé les siphons pour explorer les galeries noyées et les réseaux qui sont derrière. Il a escaladé les cheminées et connaît son gouffre dans les trois dimensions. Il a levé la topographie ; il sait donc l'emplacement qu'occupe le réseau au sein de la masse calcaire.

Mieux, ses réflexions sur la genèse du creusement lui permettent d'imaginer l'existence de galeries qu'il n'a pas réussi encore à atteindre. Ses observations sur le courant d'air lui font deviner des communications avec d'autres réseaux ou avec la surface.

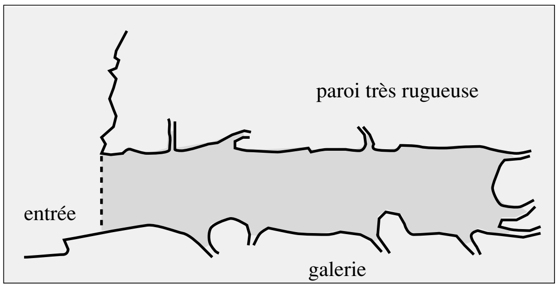


Fig. 4-9- Une cavité spéléo en tant que volume limité par une surface trouée (comme un filet de pêche de mailles plus petites qu'un spéléo)

A cave is a fishing-net with meshes smaller than a caver

Le réseau spéléo, une partie du réseau karstique. Pour un spéléo, et d'un point de vue purement géométrique, un réseau souterrain est le volume globalement fermé dans lequel il peut se déplacer au sein d'un milieu rocheux.

Ce volume exploré par le spéléo est un volume qui communique d'une manière naturelle ou artificielle avec l'atmosphère extérieure. Il est rempli de fluide, par exemple l'air ou l'eau. Il est défini, en tant que volume par la réunion de la surface de l'entrée, avec la surface des parois. Cet ensemble semble former une surface fermée qui délimite donc la cavité et suffit à caractériser la forme d'un réseau souterrain.

b) Effarante complexité d'un réseau souterrain

Mais on se heurte immédiatement au problème de la finesse de la description (bien connu en analyse fractale, cf. Martin 2000). La surface qui limite la cavité n'est pas forcément une surface simple. Au contraire, elle peut se présenter avec une apparence tourmentée, trouée de recoins, canaux, départs réels ou colmatés. Pour un spéléo, un trou de dimension inférieure à 25 cm est provisoirement impénétrable. Un tel trou dans une paroi de grotte ne modifie pas le réseau spéléo.

Ainsi, il est plus commode de se représenter la surface limitant le réseau spéléo comme un filet de pêche (cf. Lismonde 1999). Le spéléo est le poisson. Ce filet empêche le spéléo d'aller plus loin sans désobstruction.

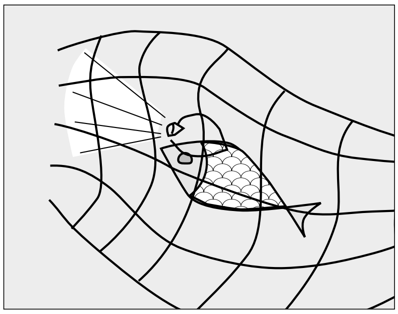


Fig. 4-10- La grotte du spéléo est un filet de pêche

The caver is a fish, the cave of the caver is a fishing-net

Le réseau du spéléo est limité par un filet dont les mailles sont plus petites que 25 cm (ordre de grandeur). Le réseau souterrain des insectes cavernicoles est bien sûr limité par un filet dont les mailles sont de l'ordre du millimètre. Ce réseau-là est beaucoup plus étendu que celui du spéléo mais totalement inaccessible en exploration directe. Ce réseau des insectes est quelquefois appelé réseau de fentes. Mais il faut bien voir que le réseau de fentes n'a pas plus de réalité que le réseau des spéléos car il y a autant de réseaux que de moyens de le définir. Les bactéries conduisent à un autre réseau ! Le domaine souterrain concerné n'est pas le même que celui des insectes (Curl, 1986). Les phénomènes d'adsorption des gaz à la surface des solides montrent que ces surfaces solides sont en réalité très poreuses à l'échelle moléculaire !

Le spéléo connaît donc une partie du réseau souterrain. La partie qu'il ne connaît pas se décompose elle-même en deux. D'une part, il y a les galeries pénétrables mais dont le spéléo n'a pas réussi à ouvrir un accès et d'autre part, il y a le réseau des «fentes». Le réseau praticable mais inconnu est bien sûr l'objet des recherches des spéléos et dieu sait combien ils sont acharnés à le découvrir ! Le réseau des fentes ne les intéresse pas *a priori*.

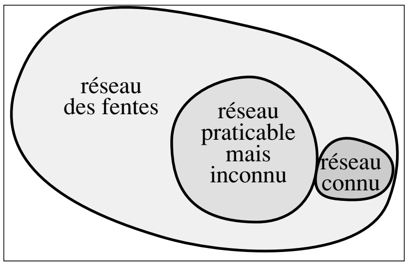


Fig. 4-11- Diagramme de Venn montrant le réseau des spéléos, le réseau praticable inconnu et le réseau des fentes

Venn diagramm showing the known-cave, the unknown-cave and the insects-cave

c) Le réseau des fentes joue-t-il un rôle important dans les courants d'air ?

La réponse sera détaillée au § 4.2.2.d. On peut indiquer qu'un réseau des fentes en parallèle avec le réseau spéléo ne jouera pas un grand rôle. C'est seulement si le réseau des fentes se trouve placé en série entre deux réseaux spéléos ou entre un réseau spéléo et l'air atmosphérique qu'il jouera un rôle important.

d) Le réseau souterrain et ses différentes facettes

La vision du spéléo est une vision multiple. Elle est topologique (cheminement, connexions), faite d'images séparées de sites, et enrichie de la mémoire des efforts employés à progresser. Mais la vision diffère sensiblement d'un spéléo à l'autre, suivant les buts poursuivis. Par exemple, le spéléo qui cherche à faire de la première ne s'intéressera qu'aux points d'interrogation de la topographie ou bien aux diverticules ventilés. L'esthète qui est sensible à l'élégance de l'architecture sera amené à décrire le réseau en terme d'agencement de volumes, alors que le touriste dans la même cavité cherchera à rattacher plutôt les formes des concrétions à des figures anthropomorphes connues. L'hydrologue qui envisage le captage d'un siphon par forage se contentera d'une topographie de l'accès le plus court, et encore réduite à la simple polygonale, pour peu qu'elle soit précise. L'hydrogéologue qui étudie le rôle d'un réseau dans l'amortissement des crues pourra par exemple se contenter de la donnée du diamètre minimal et de la distribution des sections du réservoir (que constituent les volumes souterrains), en fonction de l'altitude. L'archéologue se limitera souvent à la description détaillée des entrées de la cavité. Le météorologue ramènera le réseau qui interconnecte deux versants à un simple tube à vent entre deux entrées d'altitudes différentes et muni d'un rétrécissement. Ce modèle simple de cavité lui suffira pour prévoir grossièrement le débit du courant d'air dans la galerie principale.

Modèles utilisables d'un réseau souterrain. On voit à l'aide de ces quelques exemples, que modéliser un réseau, c'est en schématiser la géométrie en fonction du phénomène ou de la caractéristique que l'on étudie. La règle est de simplifier au maximum le réseau mais pas trop, afin que les paramètres qui influent sur le phénomène observé soient respectés. Il est bien évident que plus l'analyse d'un phénomène sera poussée, plus le réseau devra être décrit avec détails. Mais il est inutile de compliquer la représentation d'un réseau, si les paramètres nouveaux qu'on introduit, n'entrent pas dans la description du phénomène étudié.

Modéliser un réseau c'est le réduire à une facette, celle qui influe sur le phénomène que l'on étudie. Le réseau lui-même est sans aucun doute plus complexe que l'ensemble des facettes auxquelles on peut le réduire. Mais cette opération de schématisation est nécessaire, car l'entendement humain ne peut manier que des objets peu nombreux.

Nous avons vu plus haut que la représentation d'un réseau pour les courants d'air quasi permanents se ramène à une succession de rétrécissements, et qu'un réseau pour l'étude des transitoires se ramène à une succession de rétrécissements et de salles. Mais il faut être bien conscient du fait que schématiser un réseau nous empêche de trouver de nouveaux phénomènes, de la même façon qu'un modèle informatique numérique ne peut jamais remplacer l'expérience directe toujours plus riche (plus complexe ?).

e) Structure des évidements du karst

Aussi bien pour la circulation de l'eau que pour celle de l'air, il est important de connaître la structure des évidements qui font l'originalité du karst par rapport aux autres terrains. Ce sont les spéléos qui ont permis de comprendre la complexité géométrique des réseaux souterrains. Ils ont observé des structures ramifiées et hiérarchisées comme celles des cours d'eau aériens. Mais ils ont aussi décrit des structures labyrinthiques ou spongiformes.

Les hydrologues se sont intéressés à la porosité d'un karst vis-à-vis des écoulements d'eau. Cette notion n'est pas tout à fait la même que celle qui nous intéresse pour les courants d'air, mais les propriétés d'ensemble demeurent. Kiraly (1975) indique que la porosité d'un karst dépend de l'échelle considérée. La conductivité hydraulique est définie à partir de la capacité d'un terrain à laisser passer l'eau pour un gradient de pression donné. Dans un karst, à l'échelle de 10 cm, la conductivité hydraulique est de 2.10^{-7} m/s, à l'échelle de 30 m la conductivité devient de l'ordre de 10^{-5} m/s et à l'échelle globale d'un karst (10 km) elle devient de l'ordre de 3.10^{-3} m/s. On en déduit que la distribution des circulations d'eau est très inhomogène dans le karst. Ce résultat est vrai aussi pour l'air. La différence porte sur les petites échelles pour lesquelles on a tendance à penser que les petits conduits sont souvent bouchés pour les circulations d'air et moins pour les circulations d'eau. On pourra donc se tourner vers l'énorme effort qui est entrepris actuellement pour déduire, à partir des données sur les débits et les propriétés chimiques et thermiques de l'eau aux résurgences, des renseignements sur l'étagement et la hiérarchie des vides karstiques (Jeannin, Sauter 1998, Kiraly 1998, Teutsch, Sauter 1998, Liedl, Renner, Sauter 1998, Liedl, Sauter 1998). Pour l'étude des courants d'air, nous n'aborderons pas cette grande difficulté qui est liée à l'emmagasinement et à la restitution différée de l'eau. Ce problème y est en effet bien moins important.

Nous renvoyons aussi le lecteur à l'énorme littérature consacrée à l'hétérogénéité du karst et à la morphologie des réseaux souterrains (Ford et Williams 1989, p. 134).

Une voie à la simplification descriptive d'un réseau a été entrevue dans la théorie fractale. Est-ce que la structure d'un karst bien développé est invariante d'échelle ? C'est-à-dire, est-ce que les évidements d'un karst présentent le même aspect pour une certaine gamme de grossissements ? La topographie de certains méandres rappelle étrangement des tracés de «vol de Lévy» bien connus en analyse fractale (Mandelbrot, 1984, Jeannin, 1996). Il est évident que dans ce cas, il existe, sur une certaine plage des longueurs, une invariance d'échelle. Bien entendu, et contrairement à ce que pourraient laisser entendre certains raccourcis publiés (Martin 2000), le karst n'est pas une structure fractale. On peut simplement dire qu'il est «tangent» à une telle structure. Le mot *tangent* a un sens mathématique précis qu'il faudrait expliciter. Nous ne le ferons pas ici. Certains auteurs ont essayé aussi de montrer l'invariance d'échelle de réseaux maillés complexes. Nous examinerons plus loin les conséquences que l'on peut prévoir pour les courants d'air (§ 4.2.2.d). Cette voie est très prometteuse.

Conclusions. Il est illusoire de vouloir décrire géométriquement les interfaces entre les sous-systèmes d'un karst. En revanche, pour chaque discipline, il est possible de proposer du karst une vision géométrique suffisante pour une modélisation approchée.

4.2.2. L'atmosphère d'une grotte en tant que sous-système

a) Le sous-système

Le sous-système de l'atmosphère souterraine est l'ensemble des vides de la roche, connectés entre eux et connectés à l'extérieur par un ou plusieurs orifices, auxquels il faut enlever l'eau. Cet ensemble a donc un volume variable en fonction du temps. L'air qui le compose possède des caractéristiques thermodynamiques qui sont, en chaque point et à chaque instant, P_i, ρ, T, V , respectivement les pressions partielles des constituants, la masse volumique, la température et le vecteur vitesse. À partir de ces caractéristiques, on en déduit les grandeurs extensives qui interviennent dans les bilans : masse, quantité de mouvement et énergie (l'enthalpie est ici plus pratique).

L'atmosphère souterraine est un système ouvert (au sens de la thermodynamique) car des débits (de masse, quantité de mouvement, énergie) transitent par les orifices de communication avec l'atmosphère extérieure. Il est ouvert aussi car des débits d'eau peuvent s'adjoindre ou se retrancher sous forme de vapeur, brouillard, glace, à l'air du système.

On peut, bien entendu, limiter l'étude à une partie seulement de l'atmosphère d'un karst.

b) L'étude du sous-système air

L'étude des courants d'air montre que l'état en un point de l'air dépend des conditions sur les surfaces limitant le système, appelées conditions aux limites, et qui sont de deux types : les conditions aux limites de l'atmosphère extérieure qui influent sur le système au niveau des orifices, et les conditions aux limites intérieures correspondant aux températures et à l'humidité de la roche et de l'eau au contact de l'air intérieur.

Ces deux sortes de conditions aux limites influencent directement l'état du sous-système air. On pourrait penser que pour un ensemble donné de conditions aux limites extérieures et intérieures, il existe un état et un seul du système. Cette propriété n'est pas vérifiée. La respiration des cavernes nous en fournit un exemple. Le système est un système dynamique ayant ses propres équations d'évolution. Ce qui est vrai, c'est qu'un ensemble donné de conditions aux limites (externes et internes) associé à un état initial donné du système, conduit à une évolution à peu près déterministe de ce système, si on excepte les aspects propres aux fluctuations turbulentes du courant d'air, aux instabilité aérodynamiques et aux bifurcations imposées par l'eau.

Mais la roche et l'eau, qui fournissent les conditions aux limites intérieures, sont influencées elles-mêmes, par l'air. Heureusement, cette rétroaction du courant d'air sur l'état thermique des conduits est un phénomène lent, ce qui permet de considérer ces conditions aux limites internes comme constantes durant le temps d'établissement d'un régime dynamique donné du courant d'air.

temps très courts variations en fraction de s	temps moyens variations en heures	temps longs variations annuelles	temps très longs variations séculaires
cond. externes constantes cond. internes constantes	cond. externes variables cond. internes constantes-	cond. externes variables cond. internes variables	cond. externes variables cond. internes variables
le système est une partie de l'air	le système est l'air en entier	le système englobe la roche voisine	le système englobe la roche toute entière

Tableau 4.1- Les quatre études sur les courants d'air et les systèmes à considérer.
Cette distinction correspond aux quatre parties adoptées dans cet ouvrage.

On a donc été amené à construire cet ouvrage à partir de la distinction suivant les échelles de temps et les variations ou non des deux familles de conditions aux limites (cf. tableau 4.1). Pour les temps les plus longs, on n'a pas pu se limiter à la seule atmosphère souterraine, mais on a dû lui adjoindre la roche environnante et même le karst tout entier.

On peut aussi classer les différentes études sur l'atmosphère souterraine à partir des causes, causes thermiques ou causes mécaniques. Là encore, l'échelle spatiale s'impose comme paramètre supplémentaire de la classification. C'est ce que nous avons reporté au tableau 4.2.

Causes thermiques	Action locale	convection dans une salle cavité à une entrée piège à air chaud piège à air froid
	Action plus globale	cavités à deux entrées : tube à vent cavités à plusieurs entrées variations dans le temps
Causes mécaniques	Action locale	entraînement par une cascade tourbillon de recirculation oscillation de relaxation action du vent extérieur
	Action plus globale	respiration des cavernes oscillations de Helmholtz

Tableau 4. 2- Les différentes causes à l'œuvre dans les courants d'air souterrains
et quelques phénomènes associés

c) Le courant d'air au travers d'un microscope-macroscope

Nous avons vu dans la première partie que le courant d'air souterrain était dû à des causes locales qui sont le gradient de pression motrice et l'entraînement turbulent ou visqueux. Puis nous avons vu dans la deuxième partie qu'il était dû à un gradient de pression motrice engendré par les différences des températures entre l'air extérieur et l'air intérieur. Enfin dans la troisième partie, nous avons constaté que ces différences de température provenaient d'une interaction entre le courant d'air lui-même et la roche entourant les galeries. Il résultait donc d'un effet de stockage de la chaleur, à la manière des échangeurs à régénération de l'industrie.

Mais on peut encore éloigner le point de vue et passer d'une échelle macroscopique à une échelle mésoscopique, voire cosmique. Les variations de température de l'atmosphère résultent principalement des apports de chaleur en provenance du soleil et non régulièrement répartis à la surface de la terre, et qui constituent le moteur du climat terrestre.

Les courants d'air souterrains ne sont donc qu'un micro-phénomène replacé dans les circulations générales de l'atmosphère. Les énergies cinétique et thermique de ce courant d'air proviennent donc du flux solaire, c'est-à-dire de réactions nucléaires. Le moteur de l'atmosphère est un moteur à deux sources (l'une très chaude : le soleil dont la surface est à 5600 K, l'autre très froide : le rayonnement du fond du ciel à 3 K). Le soleil est une source à bas niveau d'entropie, ce qui en fait tout l'intérêt.

Comme pour tout phénomène naturel, l'étude du courant d'air doit toujours s'accompagner de l'indication du grossissement adopté pour l'observer.

d) Prévision ?

Peut-on espérer aboutir à une connaissance des mécanismes de l'atmosphère souterraine qui permette la prévision ?

Le rôle de l'atmosphère extérieure dans la prévision. On pense qu'une méconnaissance petite de l'état de l'atmosphère peut se transformer en une prévision totalement erronée au bout d'un temps fini. C'est-à-dire que le système atmosphère est imprédicible (imprévisible) dans le détail au-delà d'un temps fini (de l'ordre de 15 à 20 jours). Cela provoque une intrusion de l'aléatoire dans les conditions aux limites de notre système d'atmosphère souterraine. On ne peut donc espérer prévoir le comportement souterrain qu'en moyenne, en considérant les grandeurs moyennes de l'atmosphère qui restent assez stables.

Phénomènes non-linéaires. Par exemple, on a vu que les perturbations thermiques dans un sol imperméable (conduction thermique) s'amortissent progressivement et qu'à une certaine profondeur, on ne trouve plus que les variations de très faibles fréquences correspondant aux variations séculaires. Dans ce cas bien précis, on s'affranchit donc des fluctuations aléatoires de l'atmosphère. L'atmosphère souterraine ne dépend-elle que des basses fréquences des fluctuations thermiques ? L'examen de la question montre qu'un phénomène dont la réponse est linéaire par rapport à l'excitation possède bien cette propriété, car la moyenne d'une somme est égale à la somme des moyennes. En revanche un phénomène dont la réponse est quadratique, comme par exemple la vitesse du courant d'air, ne possède plus cette propriété. La moyenne de la grandeur fera intervenir la moyenne de l'excitation mais aussi l'écart quadratique moyen. On a vu que la rétroaction, c'est-à-dire l'influence de la température des galeries sur la vitesse du courant d'air rendait les phénomènes thermiques très compliqués. Un modèle prévisionnel statistique précis ne pourrait se construire qu'à partir, non seulement de la moyenne des températures (des précipitations…), qui constitue le moment d'ordre 1 de la distribution, mais encore de la donnée de plusieurs moments d'ordre supérieur.

Les bifurcations aléatoires. Cette complication due à la non-linéarité des phénomènes n'est pas complètement rédhibitoire et on pourrait s'en accommoder. Mais il y a des interactions que nous n'avons que peu abordées, ce sont des interactions violentes et aléatoires dont un bon exemple pourrait être celui de bouchons aquatiques pour le courant d'air. Le fonctionnement hydrologique du système karstique conduit au désamorçage plus ou moins fréquent de siphons temporaires. Ce phénomène est un phénomène aléatoire pour le sous-système air. Il deviendra un phénomène déterministe quand on aura un modèle de fonctionnement hydrologique du karst (on rejoint là une idée chère à Mangin, 1988). Il s'agit là d'une interaction fondamentale entre les deux sous-systèmes. Cette interaction conduit à une véritable bifurcation du sous-système air souterrain.

On pourrait considérer comme négligeable ce phénomène d'interaction. Il me suffit de donner deux exemples de karsts importants et pour lesquels ce phénomène joue un grand rôle. Dans le système de la Dent de Crolles, la grotte du Guiers Mort possède un siphon temporaire (siphon du chanoine Bandet). Suivant que ce siphon est amorcé ou non, la résistance aéraulique du bas du réseau de la Dent de Crolles est divisée par deux (Lismonde 2000 b). Ce n'est pas négligeable et doit être absolument pris en compte dans un modèle un tant soit peu précis de l'aérologie de ce massif.

Un deuxième exemple pris toujours dans la région grenobloise est celui du Trou qui Souffle. La voûte basse en dessous de la salle Hydrokarst se désamorce quand la hauteur au limnigraphe de la résurgence, la goule Noire, descend en dessous de 23 cm. C'est assez simple à énoncer, mais tant qu'on n'aura pas un modèle prévisionnel précis du sous-système hydrologique (débit en fonction de la distribution passée des pluies), on sera incapable de prendre en compte cette vanne intempestive, sinon comme un événement aléatoire. Certaines années, la vanne reste obstinément fermée, mais d'autres années, elle reste ouverte pendant des mois.

Malheureusement là encore, le phénomène n'est pas anodin. Lorsque le siphon est ouvert c'est plus d'un mètre cube par seconde de courant d'air qui s'engouffre par là. La bifurcation n'est pas seulement dans les paramètres physiques du courant d'air, elle s'imprime profondément dans le cheminement de ce dernier. Tout le schéma aérologique du réseau en est modifié, entraînant une modification des températures et des concentrations en dioxyde de carbone dans le réseau.

On voit bien par là la difficulté qui attend la modélisation fine du karst. On a déjà ajouté la roche, il faudra ajouter l'eau ! Les grands traits seront faciles à trouver, mais toute amélioration de la précision s'accompagnera presque certainement d'une grande augmentation de la complexité du modèle. Mais cela, c'est un phénomène général en physique. Il suffit de voir les armadas de capteurs qui accompagnent de nos jours les études sérieuses d'un phénomène. On peut penser que le volume des calculs nécessaires à un modèle croît exponentiellement avec l'accroissement de la précision. Cela ne doit pas forcément faire peur car la puissance de calcul des ordinateurs croît régulièrement, elle aussi.

e) Courant d'air dans un karst à invariance d'échelle sur la plage des longueurs de 0 à L_M

Arrêtons maintenant les généralités et montrons un exemple de propriété qu'on peut démontrer sur les courants d'air d'un système karstique à répartition fractale des galeries.

Imaginons un réseau souterrain présentant l'invariance d'échelle, c'est-à-dire tel que son aspect sous tous les grossissements reste identique (en se limitant à une longueur maximale L_M). Pour simplifier l'étude, nous supposerons tous les conduits à peu près parallèles entre eux. Comme il y a un courant d'air, le massif est donc troué. Le seuil de percolation pour les courants d'air est dépassé. Pour une échelle d'observation L, il doit donc exister des conduits de longueur L et beaucoup d'autres de longueurs inférieures.

L'invariance d'échelle exige plusieurs propriétés globales. Le rapport du diamètre d'une branche sur sa longueur doit rester constant en moyenne, on le notera a, ($D = a\,L$). Le pourcentage de vide b doit rester le même à toutes les échelles comprises entre 0 et L_K (avec $L_K < L_M$). Cela implique une certaine loi de distribution pour le nombre dn des conduits de longueurs comprises entre L et $L+dL$ dans un volume L_K^3, pour que b reste constant :

$$b = \frac{1}{L_K^3}\int_0^{L_K} \frac{\pi\, D^2}{4}\, L\, \frac{dn}{dL}\, dL = \frac{\pi\, a^2}{4\, L_K^3}\int_0^{L_K} L^3\, \frac{dn}{dL}\, dL \qquad (4.9)$$

Pour que b soit indépendant de L_K, il est nécessaire que la distribution du nombre de galeries de longueur L obéisse à la relation :

$$\frac{dn}{dL} = \frac{n_0}{L} \qquad (4.10)$$

dans laquelle n_0 est une pure constante. Cela signifie que le nombre de conduits dans un volume donné doit être d'autant plus grand que leur taille est plus petite. Ce résultat semble assez intuitif. La distribution n est la distribution volumique des conduits. Ce qui fournit la relation entre n_0, a et b :

$$b = \frac{\pi\, a^2\, n_0}{4\, L_M^3}\int_0^{L_M} L^2\, dL \quad \Rightarrow \quad \boxed{b = \frac{\pi\, a^2\, n_0}{12}} \qquad (4.11)$$

Soit L, l'échelle de longueur considérée. Le gradient de pression motrice est un invariant. Examinons les débits dans une branche de longueur L et de diamètre $a\,L$. Les débits devraient se calculer de deux manières, suivant que l'écoulement est laminaire ou turbulent. À grande échelle, les écoulements sont toujours turbulents. Nous nous limiterons à ce cas (le résultat du calcul ne serait pas très différent si on adoptait l'hypothèse laminaire partout). Le débit se calcule par la propriété du gradient de pression d'être constant. On obtient (cf. partie 1) :

$$\Delta p = \frac{1}{2}\,\rho\, V^2\, \frac{\Lambda\, L}{D} = \frac{8}{\pi^2}\,\rho\,\Lambda\,\frac{q_v^2}{D^5} \quad \Rightarrow \quad q_v = \sqrt{\frac{\pi^2}{8}\,\frac{\Delta p}{L}\,\frac{(a\,L)^5}{\rho\,\Lambda}} \qquad (4.12)$$

Dans l'expression du débit volume q_v, $\Delta p/L = \mathrm{grad}\,p$ est le gradient de pression, il est indépendant de L. L'expression 4.12 montre que le débit d'un conduit varie comme la longueur L à la puissance 5/2.

Quel sera le courant d'air dans un tel réseau ? On coupe par la pensée, et parallèlement à une face, un cube de côté L_K. La surface est donc L_K^2 et on examine la distribution surfacique des sections de galeries pour pouvoir faire la somme des débits d'air. Les galeries de longueur L plus petite que L_K sont d'autant plus nombreuses que L est plus petit, mais en coupant, on a moins de chance d'en rencontrer. La probabilité d'en couper une est L/L_K. Il est facile de voir que la distribution surfacique des galeries de longueur L est uniforme, puisque leur nombre, dans le cube de côté L_K, croît comme $1/L$ et que la probabilité d'en couper une au niveau de la section d'étude est L/L_K. On en déduit que le nombre de galeries de longueur comprise entre L et L+dL (qu'on peut noter dn_s/dL) et que la section recoupe, vaut n_0/L_K.

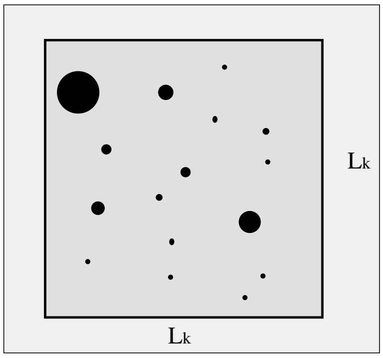


Fig. 4-12- Coupe des galeries sur une section de côté L_K

Sections of galleries in a fractal pattern of karst

Calculons la section totale de passage des conduits, divisée par la section L_K^2. Elle vaut :

$$\frac{S}{L_K^2} = \frac{1}{L_K^2}\int_0^{L_K} \frac{\pi\, D^2}{4}\,\frac{n_0}{L_K}\,dL = \frac{\pi\, a^2\, n_0}{12} = b \qquad (4.13)$$

Ainsi, le rapport des surfaces (surface ouverte divisée par surface totale) est égal au rapport des volumes noté b (b est le volume des conduits divisé par le volume total). La constante b caractérise aussi bien le rapport des volumes que celui des sections. C'est une propriété remarquable des distributions de galeries à invariance d'échelle.

Le débit de courant d'air à travers le cube de côté L_K sera la somme des courants d'air dans chacun des conduits :

$$q_v = \int_0^{L_K} \sqrt{\frac{\pi^2}{8}\,\mathrm{gradp}\,\frac{(a\,L)^5}{\rho\,\Lambda}}\;\frac{n_0}{L_K}\,dL = n_0\sqrt{\frac{\pi^2\, a^5}{8\,\rho\,\Lambda}\,\mathrm{gradp}}\int_0^{L_K}\frac{L^{2,5}}{L_K}\,dL = \frac{\pi}{7}\,n_0\sqrt{\frac{a^5}{2\,\rho\,\Lambda}\,\mathrm{gradp}}\;\;L_K^{2,5} \qquad (4.14)$$

La relation 4.14 montre que la longueur L_K intervient. Il y a un effet d'échelle pour les débits. La contribution des petits conduits est négligeable par rapport à celle des gros conduits, bien que leur nombre permette de compenser leur faible volume.

Par exemple, si on appelle D_M le plus grand diamètre, la contribution, au débit de courant d'air, des galeries de diamètre inférieure à 0,4 D_M sera de 10%, et la contribution des galeries de diamètre inférieur à 0,16 D_M sera de 1%.

Conclusion : une cavité dont la distribution des galeries est invariante d'échelle depuis l'échelle 0 jusqu'à une échelle maximale L_M donnée, est parcourue par un courant d'air qui se calculera en prenant en compte simplement les plus grands diamètres, ceux qui ont un diamètre supérieur à 1/5 du diamètre maximal. Le réseau des fentes, en particulier, joue un rôle négligeable devant le réseau des spéléos (quand il existe) en ce qui concerne les courants d'air.

Les cavités naturelles sont-elles invariantes d'échelle ? Sur une plage limitée des longueurs, elles peuvent, en effet, présenter un tel aspect. L'invariance d'échelle, pour qu'elle ait un sens, doit être une propriété indépendante du temps. On en déduit que cela implique aussi une loi d'échelle sur la vitesse de creusement. Le diamètre d'une galerie doit croître proportionnellement au diamètre. Dans l'hypothèse d'écoulements turbulents partout, on a vu que le débit est proportionnel à la puissance 2,5 de la longueur, donc du diamètre. Le débit de calcaire corrodé pour un débit d'eau donné doit donc varier comme le diamètre à la puissance -0,5 ou comme le débit à la puissance -0,2 . En effet (cta, ctb, ctc sont des constantes) :

$$\frac{q_{calc}}{q_{eau}} = \frac{\rho_c\,\pi\,D\,dD/dt}{q_e} = \mathrm{cta}\,\frac{D^2}{q_e} = \mathrm{ctb}\;D^{-0,5} = \mathrm{ctc}\;q^{-0,2} \qquad (4.14b)$$

Cette propriété ne semble pas être vraie pour la vitesse de creusement. Ce qui peut donner l'impression d'invariance d'échelle dans les phénomènes naturels est la propriété que des phénomènes aléatoires conduisent souvent à des lois de Laplace-Gauss (théorème central limite) dont le caractère universel se retrouve à toutes les échelles.

4.3. Champ thermique dans le karst, renouvellement et modification de l'air

La répartition des températures dans le karst dépend beaucoup des caractéristiques de l'atmosphère extérieure (qui joue le rôle meneur). Il nous faut donc aborder pour commencer les propriétés de l'atmosphère terrestre qui complètent celles qu'on avait rencontrées aux § 1.2.3 et 1.2.6. Puis, nous examinerons la distribution des températures au sein du karst. Ensuite, sera abordée la question du renouvellement de l'air. Ce renouvellement est en relation avec celui des transferts de dioxyde de carbone vers l'intérieur du karst, que nous verrons plus loin (§ 4.5). Enfin, nous passerons en revue quelques mécanismes qui expliquent les variations de la composition de l'air souterrain et nous en déduirons des relations sur la teneur des principaux gaz.

4.3.1. L'atmosphère terrestre du point de vue thermique

a) La température extérieure

La température, en un point donné, varie en fonction de l'altitude de ce point, de sa localisation à la surface du globe (latitude et longitude), de l'heure de la journée et de la date dans l'année.

La température au niveau du sol, en un lieu donné, résulte d'un bilan thermique dont les principaux acteurs sont le flux solaire direct (modulé par l'albédo du sol), le flux de rayonnement provenant de l'atmosphère, les échanges du sol et de l'air, le rayonnement infrarouge du sol, le flux thermique apporté par les précipitations, les flux liés à la condensation ou l'évaporation au niveau du sol et les réactions chimiques exo ou endothermique liées à la végétation. En revanche, dans un massif karstique, le gradient géothermique ne joue aucun rôle sur la température de surface car l'eau récupère en profondeur le flux.

Dans le monde, le record des hautes températures a été relevé en Libye de 58 °C et le record de froid est de -78 °C en Sibérie et -88°C à Vostok dans l'Antarctique.

Variations journalières et saisonnières. La température de l'air se maintient principalement à cause des apports solaires. La hauteur du soleil sur l'horizon, qui varie en fonction des saisons et en fonction de l'heure, joue le rôle principal dans ce phénomène. Dans les climats tropicaux, les fluctuations sont très faibles. La température reste constante tout le long de l'année à quelques degrés près. Ainsi à Djakarta, en Indonésie, l'amplitude totale (crête à crête) de la température est de l'ordre de 2°C. Dans les régions de climat continental, l'amplitude des températures est nettement plus grande comme on le voit sur le tableau ci-après.

villes	climats	2 ΔT
Djakarta	tropical	2°C
Paris	tempéré	18 °C
Omsk	continental	40 °C

Tableau 4: 3- Amplitude totale des variations annuelles des températures

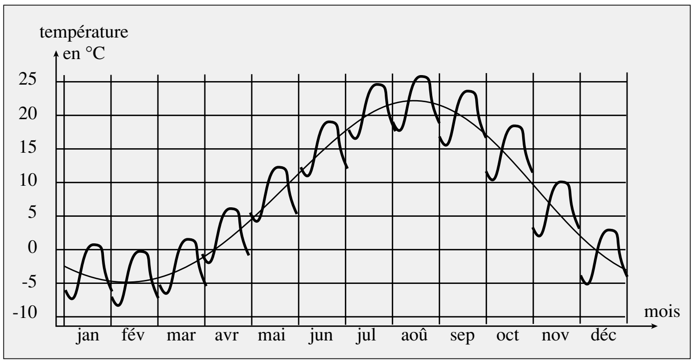


Fig. 4-13- Températures journalières moyennées sur le mois, pour chaque mois en climat tempéré.
Les amplitudes jounalières sont en général plus petites que les amplitudes des variations annuelles.

Monthly mean temperatures and daily mean temperatures for each month, versus time

Le courant d'air dans les cavités naturelles est dû à l'interaction entre les fluctuations de la température extérieure et l'inertie thermique du système karstique. Il est bien évident que sans fluctuations des températures extérieures, il n'y a guère de courants d'air, sauf ceux qui sont liés aux variations de la pression atmosphérique. On en déduit la presque absence de courant d'air dans les cavités des régions tropicales et, au contraire, l'existence de forts courants d'air dans les régions continentales, toutes choses étant égales par ailleurs.

Dans nos régions, les variations (2 ΔT) journalières des températures sont de l'ordre de 10°C . Le minimum a lieu juste avant le lever du soleil. Le maximum a lieu en début d'après midi. Les variations annuelles sont plus importantes et atteignent 20°C.

Fluctuations aléatoires. Mais en un point donné et une date donnée, les températures possèdent une composante aléatoire. Ce sont les perturbations océaniques et les grandes structures atmosphériques organisées mais d'apparition aléatoire (zone de hautes pressions, zone de basses pressions), qui sont à l'origine de ces fluctuations. Bien que les équations d'évolution de l'atmosphère soient connues, on ne peut pas calculer à moyen terme le climat avec précision, et les fluctuations correspondantes ne sont pas prévisibles. Cette opacité des équations de la mécanique des fluides vient de ce que de petites fluctuations peuvent devenir importantes au bout d'un temps fini (cf. § 4.2.2.d).

Le gradient vertical. L'air extérieur présente un gradient thermique moyen, c'est-à-dire que la température moyenne varie en fonction de l'altitude. Suivant les saisons, le gradient thermique instantané peut avoir un signe ou un autre. On dira que le gradient est normal si la température diminue avec l'altitude et qu'il y a inversion si la température augmente avec l'altitude. En moyenne annuelle, la température diminue de 6,5°C par km environ (cf. atmosphère AOIC, § 1.2.4.b). Ce gradient est voisin du gradient adiabatique humide. L'eau qui tombe sur le sol a une température variable en fonction de l'altitude du sol et des saisons. On peut admettre, qu'en moyenne, la température de l'eau diminue de 6°C par km comme celle de l'air.

Glaciations. Elles correspondent à des variations séculaires de la température. Ces grands bouleversements climatiques sont dus aux variations de l'éclairement solaire du fait de la précession des équinoxes (théorie astronomique de Milankovitch, 1920) associées à la rétroaction positive liée à l'augmentation de l'albédo terrestre. En effet, la neige réfléchit mieux la lumière solaire que le sol. La faiblesse de l'absorption de la neige accentue le refroidissement.

b) La classification climatique des karsts

Vus de la surface, les systèmes karstiques offrent une étonnante diversité (karst montagnard à lapiaz dénudé, karst méditerranéen aux fissures colmatées, karst ruiné, karst couvert boisé, karst tropical …). Les formes de surface sont, d'une manière évidente, tributaires des conditions climatiques (températures, fluctuations des températures, précipitations, glace, activité biologique des sols …). Vue de l'intérieur, cette diversité diminue nettement, et les conditions climatiques ne sont plus qu'un des éléments qui contribue à l'évolution du système.

Certaines formes de surface (karst à tourelles par exemple) se trouvent dans tel type de climat plutôt que dans tel autre. Mais cette constatation ne répond pas au problème qui demeure : par quels processus les caractéristiques de tel climat produisent-elles tel type de surface karstique (Ford et Williams, 1989 p. 466) ? Les processus à l'œuvre sont encore bien mal élucidés.

Pour ce qui concerne l'atmosphère souterraine, les facteurs excitateurs, les termes de «forçage», sont bien entendu la température moyenne et l'ampleur de ses fluctuations, l'existence et la qualité des sols qui dominent le karst, et les entrées de dioxyde de carbone. Il existe des corrélations entre ces différents paramètres. La karstologie française (Corbel, 1957, Jenning 1971 p. 179-195) a beaucoup étudié le rôle du climat sur l'aspect superficiel des karsts. Ces travaux montrent la grande complexité des interactions. On pourra se tourner vers l'excellente synthèse offerte par l'ouvrage *Karst et évolutions climatiques* aux Presses Universitaires de Bordeaux (1992). Dans cet ouvrage, Michel Bakalowicz présente une très bonne revue des valeurs de la dissolution spécifique pour différentes régions (cf. § 4.5.1). Nous ne nous étendrons pas davantage sur cette question. Contentons-nous de signaler que la dissolution spécifique (exprimée en mètre cube de calcaire par kilomètre carré de karst et par an) varie suivant les régions de 15 pour les régions désertiques à 400 pour les climats équatoriaux comme la nouvelle Bretagne. En France, les valeurs sont comprises entre 25 et 100 mètres cubes de calcaire par kilomètre carré de karst et par an.

4.3.2. Température d'un massif calcaire

On trouve déjà dans Kyrle (1923) un certain nombre des considérations qui seront examinées ci-après. On consultera aussi avec profit l'excellente analyse de G. Badino (1995) dans son ouvrage sur la physique du climat souterrain. Il y démontre la propriété que dans un karst, c'est la roche qui constitue la plus grande partie de la capacité thermique totale, comme on pouvait s'y attendre. Les spéléos Suisses (Jeannin, 1997) ont remis l'accent sur ces questions passionnantes.

a) Rôle de l’altitude et de la latitude

La surface d’un karst est au contact avec l’atmosphère extérieure. La plupart des grottes pénétrables sont peu profondes et ce sont elles qui ont fait l’objet du plus de mesures. Il est normal que la température de ces grottes soit le reflet de la température extérieure. Différents auteurs (Jeannel, Choppy…) ont proposé des relations entre température, altitude de l’entrée de la caverne et latitude ou région considérée.

Contentons-nous de donner la relation de Choppy (1980) :

$$T(°C) = 54{,}3 - 0{,}9\ L - 0{,}006\ h \qquad (4.15)$$

Dans cette relation L est la latitude du lieu exprimée en degré et h est l’altitude exprimée en mètre. Par exemple pour le Trou qui Souffle de Méaudre à l’altitude 1070 m et à la latitude 45 ° nord, la formule donne 7,38 °C température nettement plus grande que la température mesurée à l’entrée (4°C) et révèle l’anomalie thermique de cette entrée basse (cf. § 3.3.5.h). En revanche, à la profondeur de -200 m, la température mesurée est à peu près 7,2°C, plus conforme à la formule de Choppy.

Cette température est une température moyenne, réellement observée seulement si la mesure est faite à quelque distance de la surface, de sorte que les fluctuations de la température extérieure soient amorties. Ce sera à une vingtaine de mètres dans les régions tempérées, et encore moins dans les climats tropicaux à faible amplitude des variations de température. Mais on connaît de bonnes raisons pour expliquer le désaccord entre la température observée et la température fournie par la relation de Choppy : piège à air chaud ou à air froid, entrée de réseau avec fort courant d’air …

b) Différentes zones thermiques, température moyenne

La répartition verticale des températures dans un karst est un bon exemple des interactions entre les différents sous-systèmes. Sur la face supérieure, il y a les entrées d’eau. Sur la face inférieure, il y a le flux géothermique. La température de la surface extérieure est imposée, c’est à peu près la température extérieure.

Il est traditionnel de distinguer dans un karst trois zones thermiques (Jeannin, 1997). La zone superficielle (ou hétérotherme) qui est fortement influencée par les variations de la température extérieure. L’épaisseur de cette zone varie beaucoup, mais on peut adopter une valeur moyenne de 50 m. La zone intermédiaire (ou homotherme) dans laquelle les variations de température extérieure, advectées par les écoulements d’eau ou les courants d’air, sont fortement atténuées. Jeannin la définit par des fluctuations inférieures à 1°C, mais il est évident qu’il vaudrait mieux adopter comme définition un certain rapport entre les fluctuations de cette température et les fluctuations extérieures. La troisième zone est la zone profonde (ou vadose). Cette zone, parcourue par l’eau, récupère le flux géothermique. Il y a donc un gradient de température en direction de l’émergence.

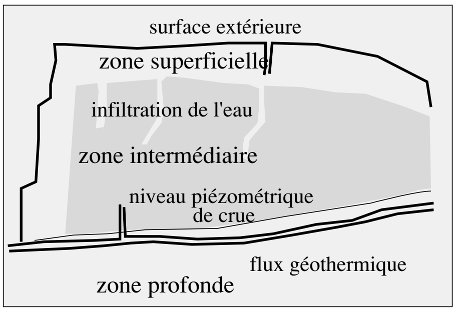


Fig. 4-13- Les trois zones thermiques d’un karst : la zone superficielle, la zone intermédiaire et la zone profonde.

Three thermic zones of a Karst

La surface qui sépare par exemple la zone superficielle de la zone intermédiaire est une surface dont la complexité est la même que celle de l’infiltration de l’eau ou de l’air. C’est donc une zone tourmentée qui présente des sortes d’invaginations ou de doigts, un peu plus gros que les conduits eux-mêmes et pointés vers le bas ou parallèlement aux conduits.

Quand on s’enfonce un peu dans la roche (de l’ordre de 1 m), la température devient indépendante des fluctuations journalières. Quand on s’enfonce plus (de l’ordre de 15 m), elle devient à peu près indépendante des fluctuations saisonnières. Ces valeurs sont celles qu’on trouverait en dehors des fissures parcourues par l’eau.

La température moyenne dans une cavité, à une altitude donnée, est une grandeur facile à mesurer s’il n’y a pas de courant d’air et si la cavité est importante. Cette grandeur est facile à interpréter d’une façon grossière, mais difficile à prévoir d’une manière précise.

On constate que **la température profonde d'un karst, à une altitude donnée, est la température moyenne de l'air extérieur à la même altitude**.

Ainsi Jeannin (1889) propose-t-il à partir de nombreuses mesures de température dans les gouffres suisses les corrélations suivantes pour l'air et l'eau :

$$\theta_{air} = 11{,}072 - 0{,}005\ z \quad \text{(z étant l'altitude du lieu dans le gouffre)}$$
$$\theta_{eau} = 10{,}915 - 0{,}005\ z \qquad (4.16)$$

Cette relation est à peu près celle de la température moyenne au sol fournie par les données météo régionales. Le gradient altitudinal proposé ici est un peu plus faible, en valeur absolue, que celui de Choppy (cf. page précédente).

Dans le détail, certains secteurs sont, pour des raisons locales (brouillard, exposition), en déficit ou en excédent de température. Par ailleurs, l'existence de pièges thermiques sur les plateaux calcaires montre que l'effet de moyenne ne s'applique pas toujours. Et les zones d'entrées des tubes à vent ne respectent pas non plus ces relations.

Différence de température air-eau. On observe souvent une différence de température de quelques dixièmes de degrés entre l'air et l'eau. Certains ont même proposé une loi : la loi du degré, qui ferait que l'eau serait plus froide d'un degré que l'air (Choppy 1990, température de l'air p. 62). On peut invoquer l'évaporation de l'eau ou la différence des gradients adiabatiques entre les deux corps. Mais cet effet est dû simplement au non-équilibre thermique de l'air et l'eau en mouvement. Jeannin trouve un écart moyen de 0,16 °C entre l'air et l'eau, ce qui reste modeste.

Le fait que la température profonde soit égale à une température moyenne dans le temps, est facile à comprendre si l'on considère la roche comme un accumulateur d'énergie thermique. Chaque fois qu'un corps possède une certaine inertie thermique, chaque fois il filtre les hautes fréquences dans les fluctuations de température. Si l'épaisseur concernée est suffisamment grande, toutes les fréquences, y compris les fréquences annuelles, seront éliminées par ce filtre. La température profonde restera constante et égale à la température moyenne excitatrice.

Mais la justification que cette température est la moyenne de la température extérieure est plus compliquée qu'il n'y paraît. L'eau de percolation joue un rôle thermique important (cela sera démontré au § suivant). Différentes sources de chaleur qu'on examinera plus loin (travail de la pesanteur, flux géothermique, énergie thermique associée à la corrosion…) ont tendance à augmenter différemment la température de l'air et de l'eau. Les processus qui expliquent la température extérieure, ne sont pas tous les mêmes que ceux qui interviennent dans le karst. Nous allons nous pencher en détail sur ces problèmes qui ne sont pas complètement résolus.

c) Rôle de l'eau

Ce rôle a été bien mis en évidence par Claude Andrieux (Mangin et Andrieux, 1988). En un lieu donné, il tombe une certaine lame d'eau par an que nous notons H ($H = 1$ m par exemple). Cherchons quel est le débit de courant d'air qui permettrait d'apporter à la roche la même énergie. En écrivant l'égalité des puissances mises en oeuvre, on obtient :

$$H\ S\ \rho_e\ c_e\ \Delta T = q_v\ \rho_a\ c_a\ Pé\ \Delta T \quad \text{d'où} \quad q_v = \frac{H\ S}{Pé}\frac{\rho_e\ c_a}{\rho_a\ c_e} \qquad (4.17)$$

Dans cette relation, q_v est le débit volume d'air traversant la surface de sol S, ρ est la masse volumique de l'air, ρ_e est la masse volumique de l'eau, et c_p la capacité thermique massique à pression constante de l'air, et c_e la capacité thermique massique de l'eau. $Pé$ est la durée de l'année en secondes.

On trouve qu'il faudrait un courant d'air $q_v = 15$ l/s tous les 100 m^2 de surface de terrain pour véhiculer la même énergie qu'un mètre d'eau (par an). Ce débit d'air ne se trouve pas habituellement dans les réseaux profonds, mais peut se rencontrer au voisinage d'une surface de lapiaz bien ouverte. On en déduit que dans les zones profondes des karsts, le rôle thermique de l'eau est plus grand que celui de l'air. Mais près de la surface, cela pourrait être inversé.

d) Rôle de la pesanteur

L'eau, en descendant dans la roche, s'échauffe par conversion de l'énergie gravitationnelle en chaleur. Cet échauffement est de 0,234 °C pour 100 m de descente :

$$\rho_e\ g\ H = \rho_e\ c_e\ \Delta T \quad \text{d'où} \quad \Delta T = \frac{g\ H}{c_e} = \frac{9{,}81 \times 1000}{4185} = 0{,}234\ °C/\ 100m \qquad (4.18)$$

Le gradient thermique résultant est donc -0,234 °C/100 m. La transformation physique est la suivante : les forces de pesanteur engendrent le mouvement de l'eau, d'où création d'énergie cinétique ; mais le freinage des parois transforme cette énergie cinétique en chaleur.

L'air, quand il monte ou descend dans une galerie, bénéficie lui aussi du travail des forces de pesanteur. Si cet air était sec, on trouverait comme variation de température de l'air, le gradient adiabatique sec (-1 °C/100m). Mais l'air des cavités naturelles est le plus souvent saturé. Les phénomènes d'évaporation et de condensation diminuent ce gradient qui devient le gradient adiabatique humide (cf. § 1.2.3.b). La valeur de ce gradient dépend de la température et de la pression. Par exemple, pour un réseau compris entre les altitudes 500 m et 1500 m et dont la température au point haut est de 3°C, le gradient adiabatique humide est -0,45 °C/100m en haut et -0,48 °C/100m en bas.

Gradient de température des écoulements diphasiques. Dans certaines cavités, la descente de l'eau à l'occasion des pluies s'accompagne de l'entrée d'une masse d'air (Mangin, Andrieux, 1988). Cet apport d'air joue un rôle thermique intéressant puisque dans sa descente, il subira un gradient thermique de -0,45 °C/100 m alors que l'eau subira -0,234 °C/100 m. Les capacités thermiques massiques différentes de l'air et de l'eau font que le gradient résultant sera voisin de -0,3°C/100 m, si les débits masse d'air et d'eau sont comparables. Calculons l'augmentation de température du mélange diphasique en remarquant que l'air reste constamment saturé en vapeur d'eau. On néglige les échanges de chaleur à la paroi des conduits et on écrit le bilan d'énergie :

$$\left(\dot{m}_{eau}\, c_{eau} + \dot{m}_{air}\, c_{air}\right) T + \left(\dot{m}_{eau} + \dot{m}_{air}\right) g\, dH \approx \left(\dot{m}_{eau}\, c_{eau} + \dot{m}_{air}\, c_{air}\right)\left(T + dT\right) + d\dot{m}_{vapeur}\, L \qquad (4.19)$$

Dans cette relation dH est la dénivellation (comptée positive vers le bas), L la chaleur latente de la vapeur d'eau. On écrit maintenant le maintien à saturation de l'air :

$$d\dot{m}_{vapeur} = \frac{dw_s}{dT}\, \dot{m}_{air}\, dT \qquad (4.20)$$

Dans cette relation, w_s est l'humidité spécifique de l'air à saturation. On a calculé la dérivée à l'occasion de l'étude sur le gradient adiabatique humide (cf. § 1.2.3.b). L'expression de dw/dT est un peu compliquée. Si on néglige l'influence des variations de la pression et qu'on adopte l'expression simplifiée parabolique (cf. § 1.1.4.c), on obtient plus simplement :

$$\frac{dw_s}{dT} = \left(12{,}92 + 4{,}04\ T\right) .\ 10^{-5} \qquad (4.21)$$

On en déduit l'expression générale du gradient adiabatique du mélange diphasique air-eau (on pose α le rapport entre le débit d'air et le débit d'eau) :

$$\frac{dT}{dH} = \frac{g}{c_{eau}}\, \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha \left(\frac{c_{air}}{c_{eau}} + \frac{L}{c_{eau}}\frac{dw_s}{dT}\right)} \qquad (4.22)$$

Dans cette relation, $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$, $c_{eau} = 4180\ J.kg^{-1}.K^{-1}$, $c_{air} = 1000\ J.kg^{-1}.K^{-1}$, $L = 2{,}5.10^{6}\ J.kg^{-1}$ et T est en °C. D'où l'expression approchée du gradient thermique diphasique :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{dT}{dH} = -\,0{,}235.\ 10^{-3}\ \frac{\left(1 + \alpha\right)}{1 + 0{,}316\ \alpha \left(1 + 0{,}0767\ T\right)} \qquad (4.23)$$

On remarque que l'influence de la chaleur latente de production de vapeur est faible. À basse température, on aurait pu l'ignorer.

Considérons l'exemple numérique de débits masse égaux, $\alpha = 1$, et une température T = 10°C, on trouve un gradient thermique égal à -0,3 °C/100 m. Ainsi, l'augmentation de la température de l'eau est-elle plus grande que si elle était seule. Au lieu de -0,235 °C/100 m, on peut retenir la valeur -0,3°C/100 m.

e) Rôle du flux géothermique

Flux géothermique. Dans l'écorce terrestre se trouvent des roches radioactives (uranium principalement) dont la désintégration lente produit de la chaleur. Cette puissance thermique s'oppose au refroidissement de l'intérieur de la terre et s'échappe vers l'extérieur. Ce flux de conduction thermique entraîne l'existence d'un gradient de température. C'est le degré géothermique. Il est très variable d'une région à l'autre. On peut donner la valeur moyenne du flux à la surface de la terre (Bureaux des longitudes, 1977). Il vaut 0,06 $W.m^{-2}$. Badino (1995) indique une fourchette des valeurs du flux en Europe $\varphi \in [0{,}025 ; 0{,}140]$ en $W.m^{-2}$.

Cette variation du flux provient, en partie, du caractère totalement instationnaire du champ thermique profond. Les distances à parcourir pour la conduction thermique sont associées (cf. § 1.4.2.f) à des temps très grands. Des modifications millénaires des températures de surface (épisodes plus ou moins périodiques des glaciations) se répercutent en profondeur par des modifications des températures et des flux. On peut dire d'une manière équivalente que dans le problème de flux géothermique, on n'est jamais en régime permanent.

Gradient géothermique des températures. Pour la conductivité du calcaire $\lambda_c = 2{,}2$ W.m^{-1} K^{-1} , la valeur 0,06 W.m^{-2} donnerait un gradient géothermique de -2,7 °C pour 100 mètres.

Absence de gradient géothermique dans les zones irriguées du karst. Mais on sait que ce n'est pas la conduction thermique dans le calcaire qui transporte les flux de chaleur mais principalement l'eau et l'air qui circulent dans la roche. La convection, quand elle existe, est en effet beaucoup plus efficace que la conduction. Le propre d'un karst est d'être parcouru par l'eau et l'air. Les phénomènes conductifs existent, mais ils sont cantonnés dans les parties sans circulation.

Ces domaines sont de dimensions beaucoup plus petites que celles du karst en entier. La conduction pour ces volumes petits est alors efficace et assure l'uniformisation relative des températures. Comme globalement l'eau descend, elle maintient le flux géothermique confiné au niveau de la zone noyée qu'il contribue à échauffer.

En pratique, on ne voit pas tellement l'effet du gradient géothermique dans les cavités souterraines mais seulement au niveau des collecteurs, des zones noyées et des résurgences.

Chauffage de l'eau aux émergences. Avec le flux géothermique et la lame d'eau H (en m) qui tombe sur une région en une année, il est facile de calculer l'augmentation de température des résurgences en écrivant que la puissance sur une surface d'un mètre carré est récupérée par le débit moyen par seconde de l'eau qui tombe sur le karst. On trouve :

$$\Delta\theta = \frac{31{,}56.10^6}{\rho_{eau}\, c_{eau}} \frac{\varphi}{H} = 7{,}54\, \frac{\varphi}{H} = \frac{0{,}45}{H} \quad \text{soit} \quad 0{,}45°C \quad \text{pour une lame d'eau d'un mètre par an} \tag{4.24}$$

Ces 0,45°C d'augmentation pour un mètre de précipitation annuelle ne sont pas négligeables. En région désertique, l'effet doit être spectaculaire. En revanche, dans les régions à très fortes précipitations, l'effet peut passer inaperçu.

C'est dans les grands réseaux de plaine que cet effet est le plus grand. Car l'augmentation de température est indépendant de la dénivellation de sorte que le gradient vertical de température peut être fortement majoré par ce terme. Par exemple, considérons un réseau de 200 m de dénivellation avec une hauteur d'eau annuelle H de 0,5 m (après évapotranspiration), le gradient fourni par la gravité sur l'écoulement d'eau sera de -0,234 °C/100 m, éventuellement monté à -0,3 °C/100 m par l'air entraîné par l'eau. Cela représente 0,6°C d'augmentation au niveau de la nappe. Mais le flux géothermique fournira une valeur supplémentaire de 0,9 °C qui ajoutée aux 0,6°C, donne un gradient apparent qui vaut -0,75 °C/100 m. Le gradient a plus que doublé.

Pour un réseau de montagne avec une dénivellation de 500 m et une hauteur d'eau infiltrée d'un mètre, avec un gradient réel de -0,3°C/100 m, l'augmentation de température de l'eau et l'air serait de 1,5°C et le flux géothermique rajouterait 0,45 °C soit un gradient apparent de presque -0,4°C/100 m.

Pointe thermique lors des crues. On constate souvent, au début des crues, une montée de la température de l'eau des résurgences suivie ensuite d'une diminution. Ce phénomène semble bien à mettre en relation avec le flux géothermique. Les masses d'eau chaudes et stagnantes dans les fonds du réseau de drainage, sont mises en circuit et comme chassées par la crue. À ce moment-là, la température de l'eau courante est plus élevée que celle de la roche environnante.

f) Rôle de l'air aux entrées

On a vu au § 3.3.5.h, l'anomalie de température induite par les circulations d'air dans les tubes à vent. Cette influence concerne une distance variable qui peut atteindre quelques centaines de mètres (exemple du Trou qui Souffle).

g) Le gradient thermique de l'air dû à des causes mécaniques

Supposons un courant d'air installé dans une galerie horizontale et supposons aussi qu'il n'y a pas d'échange de chaleur et d'humidité entre l'air et les parois des conduits. On pourrait penser que la température de l'air reste alors constante tout le long du trajet. Il n'en est rien pour la raison mécanique suivante : les pertes de charges de l'écoulement d'air correspondent à une transformation d'énergie mécanique en chaleur. Il y a donc échauffement vers l'aval à cause de ce phénomène. Pour estimer cet effet, donnons-nous un réseau à deux entrées, de pente régulière et de pertes de charge uniformément réparties. La différence de pression motrice a pour ordre de grandeur :

$$\Delta p_m = \frac{\Delta T}{T} \rho \, g \, H \qquad (4.25)$$

La puissance se calcule en multipliant la charge (en Pa) par le débit volume :

$$\Rightarrow \quad P = q_v \, \Delta p_m = q_v \frac{\Delta T}{T} \rho \, g \, H \qquad (4.26)$$

Cette puissance mécanique est transformée en chaleur par l'intermédiaire des frottements visqueux. Cela conduit à un accroissement $\Delta T'$ de la température de l'air après sa traversée de la cavité (ou à un certain gradient de température) :

$$\rho \, q_v \, c_p \, \Delta T' = P = q_v \frac{\Delta T}{T} \rho \, g \, H \qquad (4.27)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial T'}{\partial z} \approx \frac{\Delta T'}{H} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial T'}{\partial z} \approx \frac{g}{c_p} \frac{\Delta T}{T}} \qquad (4.28)$$

On peut estimer la valeur numérique : $\frac{\partial T'}{\partial z} \approx \frac{10 \, \Delta T}{1000.280} = 3{,}6.10^{-5} \, \Delta T$ (4.29)

Pour un écart des températures ($\Delta T = T_{extérieure} - T_{intérieure}$) de 10°C, cela conduit à un gradient moyen de température de 0,036°C/100 m. Ce gradient est petit par rapport au module des autres gradients (0,5°C/100 m). Si le courant d'air est montant par exemple en régime hivernal, le gradient est positif, la température augmente, s'il est descendant par exemple en régime estival, le gradient est négatif. Dans les deux cas, l'évolution tend à diminuer l'écart de température entre l'intérieur et l'extérieur. La valeur calculée est une moyenne spatiale. Dans le détail, le gradient réel est dans le sens du courant d'air. Comme les courants d'air sont la plupart du temps alternatifs au cours de l'année, on en déduit que l'apport aux parois est à peu près nul en moyenne. Nous pourrons donc négliger ce terme en général.

h) Les gradients de température observés dans le karst, et discussion

Zone superficielle. Les gouffres directement connectés avec la surface, c'est-à-dire sans conduits horizontaux qui casseraient les mouvements de convection naturelle, sont des pièges à air froid. En été, la température décroît en descendant. et l'atmosphère est stratifiée. En hiver au contraire, si les dimensions transversales sont suffisantes, l'air froid envahit le gouffre qui présente alors une température plus uniforme. On peut considérer que ces gouffres font partie de la zone superficielle. De même, les entrées de tubes à vent sont perturbées thermiquement par le courant d'air comme on l'a vu au § 3.3.5.h. Les entrées supérieures présentent une anomalie positive alors que les entrées inférieures présentent une anomalie négative. On connaît peu de valeurs, moyennées sur l'année, des gradients de température dans cette zone. En effet, les mesures sont faites généralement en été. Ces valeurs instantanées ne peuvent renseigner sur le gradient moyen dans la zone superficielle.

Zone intermédiaire. Dans cette zone, l'eau qui percole ne s'est pas tout à fait mise en équilibre thermique avec la roche environnante. Au printemps, cette eau est plus froide que la roche, alors qu'à l'automne, c'est le contraire. En moyenne annuelle, on a sensiblement la même température entre l'eau et la roche car c'est principalement l'eau qui impose sa température à la roche. Comme l'eau gagne par le travail des forces de pesanteur environ 0,23°C par 100 m ou encore 0,3°C par 100 m s'il y a entraînement diphasique (cf. § 4.3.2.d), c'est ce gradient de température qu'on penserait rencontrer dans les gouffres.

Comme on l'a vu au § 4.3.2.b, Jeannin (1989, 1997) propose, à partir de mesures nombreuses une valeur plutôt voisine de 5°C par km. L'examen de son mémoire (1989) montre que ce gradient varie d'un gouffre à l'autre dans d'assez grandes proportions. Ce n'est pas très étonnant quand on réfléchit qu'un courant d'air peut perturber la température d'une galerie sur 1 km de long et que les dimensions des karsts ne sont pas beaucoup plus grandes. Prenons quelques exemples extraits de son mémoire. Le gouffre A2 est isolé de la surface par une couche de grès qui surmonte les galeries profondes. Le gradient de température est voisin de -0,2°C/100 m. Le Bärenschacht mesuré sur 800 mètres de dénivellation possède un gradient de -0,4°C/100, mais cette valeur tient compte des températures des résurgences. Si on limite aux 560 premiers mètres de dénivellation, c'est plutôt un gradient de -0,3°C/100 m qui apparaît. Le gouffre Kijahe Xontjoa au Mexique fait 970 mètres de profondeur. La température de l'air à 595 m de profondeur vaut 14,1°C et à 973 m de profondeur 15,3°C , ce qui représente un gradient moyen à cette profondeur de -0,32°C/100 m. Les exemples de gradient entre -0,5°C et -1°C sont intéressants à analyser. Le gouffre Innerbergli dont le gradient est -0,5°C/100 m reste très près de la surface (Jeannin 1989). La glacière de Druchaux qui fait 400 m de profondeur est remarquable avec son gradient de -1,22°C/100 m. Mais sa topographie révèle qu'il s'agit d'un magnifique et énorme piège à air froid. Cet exemple montre que l'influence thermique d'un piège à air froid peut s'étendre en profondeur.

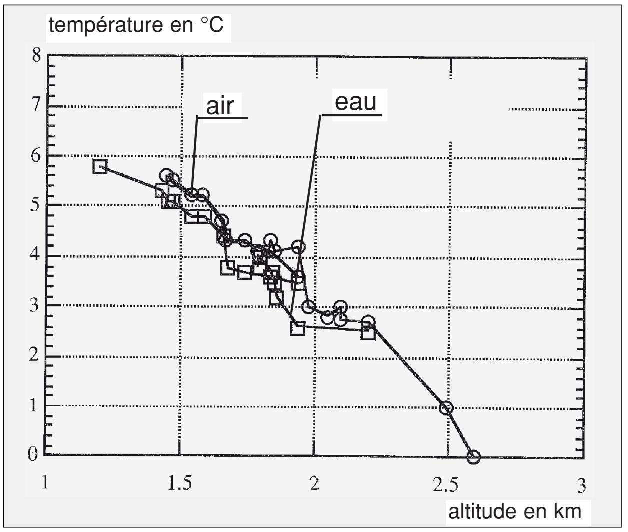


Fig. 4-15- Températures de l'air et de l'eau dans Piaggia-Bella
(D'après G. Badino 1995, p. 45).
En abscisse, l'altitude du point de mesure en km,
en ordonnée, la température en °C.
Les mesures dans l'eau sont marquées d'un carré,
dans l'air, d'un rond.
La diminution de température est plus forte
dans la partie supérieure qu'au fond.

Air and water temperatures in Piaggia-Bella cave versus altitude (after Badino, 1995)

On peut citer les valeurs proposées par Badino (Badino 1995, p. 55) d'un gradient compris entre -0,28 à - 0,5°C/100 m. Sur l'exemple du réseau de Piagga-Bella (figure ci-dessus), on voit que la température varie plus, près de l'entrée supérieure que vers le fond. Les gradients sont voisins de - 0,5°C/100 m en haut du réseau et seulement de - 0,28°C/100 m vers le bas. Richard Maire (1980, p. 25) indique -0,25°C/100 m à la Spluga della Preta.

Ainsi cette zone intermédiaire n'est pas à gradient uniforme. On peut considérer que la zone d'influence thermique de la surface descend à 200 ou 300 mètres de profondeur. Les grandes profondeurs montrent plutôt un gradient de l'ordre de -0,3°C/100 m.

On peut trouver trois explications aux valeurs absolues moyennes élevées du gradient. Certains de ces gouffres ne sont pas vraiment verticaux mais descendent en suivant le pendage des couches géologiques. La surface extérieure reste voisine du réseau et peut jouer un rôle thermique, ne serait-ce que par le gradient de température qui règne à l'extérieur et qui vaut -0,5 à -0,6 °C/100 m. La deuxième raison est dans le rôle de l'air. Les réseaux explorés par les spéléos sont aussi les plus ventilés car c'est le courant d'air qui permet les découvertes. Enfin, les mesures sont faites en général en été ce qui favorise les valeurs élevées du gradient.

Quel est le rôle de l'air dans la température ? Un courant d'air qui descend se charge rapidement en humidité et reste ensuite saturé. Cette transformation s'accompagne d'un refroidissement de l'air qui sera d'autant plus marqué que l'air intervient seul thermiquement. En descendant, la pression augmente, c'est une compression adiabatique avec évaporation. L'augmentation de température est donc freinée par ce phénomène et ne vaut que 4,5°C par km. Le courant d'air qui monte, se refroidit et cède donc de la vapeur d'eau sur les parois. Cette transformation libère la chaleur latente qui retarde le refroidissement, le gradient adiabatique est donc encore le gradient adiabatique humide de 4,5°C par km. Dans un réseau bien ventilé et sans circulation importante d'eau, cet air pourrait imposer sa loi. Mais il est facile par une analyse quantitative de montrer que cela est peu probable. Le rôle thermique de l'air semble toujours de l'ordre de 10 fois plus faible que celui de l'eau, sauf dans les régions arides, et on voit mal pourquoi c'est l'air qui imposerait le gradient. Ce point reste obscur et mériterait une étude plus attentive.

Zone profonde. C'est la zone au voisinage et au-dessous de la surface piézométrique moyenne (la surface libre de l'eau s'il y en avait). Dans cette zone, les dénivellations sont souvent assez modestes. La température de l'eau augmente toujours de 2,3 °C par km, mais elle augmente aussi grâce aux apports du flux géothermique. Ces apports ne sont pas réguliers dans le temps. L'eau des fissures profondes récupère cette énergie et la stocke jusqu'à ce qu'une crue mette en œuvre cette eau et la pousse à l'émergence où on constate une montée de la température.

Roche au-dessous des circulations karstiques. On n'est plus dans le karst. Les températures restent constantes dans le temps, aux échelles séculaires. Le gradient de température est le gradient géothermique dont la valeur dépend de la conductivité thermique des roches concernées et du flux géothermique.

Temps de réaction thermique d'un karst. Quel est le temps de réaction à une variation des températures moyennes extérieures (comme par exemple, les périodes glaciaires) ? Dans les réseaux karstiques, l'eau circule de manière dispersée près de la surface et a ensuite tendance à se concentrer pour aboutir à une nappe ou à une exsurgence. La capacité thermique massique du calcaire étant 5 fois plus petite que celle de l'eau, l'équivalent thermique de 1,5 m d'épaisseur d'eau (ce qui tombe annuellement) représente 8 m d'épaisseur de calcaire.

L'eau ne peut donc pas influencer en une année une épaisseur de calcaire de 200 ou 300 mètres, mais il suffit de quelques dizaines d'années pour que l'influence de l'eau soit complète. En d'autres termes, la mémoire de la roche karstifiée est de quelques dizaines d'années (quant aux températures extérieures). Localement, des portions de massifs mieux isolés de l'influence de l'eau pourraient présenter des déphasages par rapport aux variations thermiques extérieures qui seraient plus importants et pourraient atteindre quelques centaines d'années. Mais par exemple, il serait vain de chercher dans la température d'un terrain calcaire l'influence de périodes glaciaires anciennes (10 000 à 20 000 ans).

4.3.3. Structure du champ thermique

a) Aspect spatial

Ainsi, nous voyons se dessiner le champ thermique d'un massif karstique. Dans la roche, la température devient de plus en plus uniforme au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la surface, des chemins de l'eau et des chemins de l'air. On peut se représenter la température un peu comme un plateau qui aurait été érodé par l'eau après une montée rapide de son altitude. Il est sculpté par l'érosion des vallées, et les pentes sont d'autant plus grandes qu'on est près des talwegs des écoulements. Ici la figure est à deux dimensions, alors que dans le massif karstique la sculpture est à trois dimensions.

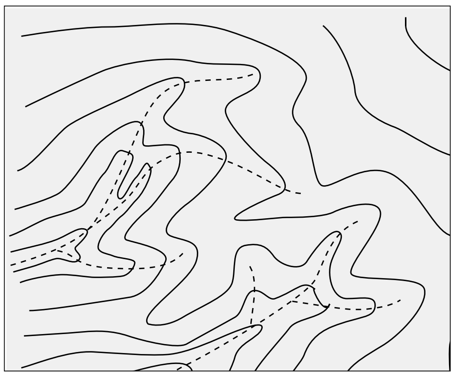


Fig. 4-16- Le champ de température dans un karst est, à 3 dimensions, ce qu'est un champ de lignes de niveau sur un plateau entaillé par l'érosion. Ce champ de température est aussi non permanent. Des sortes de gants à grand nombre de doigts semblent l'image adaptée pour se représenter les surfaces isothermes.

The thermic field is a 3-D field

Dans un massif calcaire, les zones à forts gradients thermiques, sont les mêmes que les zones à fortes variations temporelles de cette température.

Du fait que les températures ne changent pas beaucoup d'une année sur l'autre, les zones influencées thermiquement sont des sortes de fourreau enrobant les conduits parcourus par l'eau ou par l'air. Ces fourreaux ont une épaisseur à peu près constante d'une vingtaine de mètres.

Mais le drainage d'une masse calcaire n'a rien à voir avec les circulations d'air. La pesanteur impose à l'eau une direction privilégiée qui est la verticale, quand il n'y a pas d'obstacle, ou la ligne de plus grande pente quand il y en a un. Nous avons représenté sur la figure ci-contre, l'allure d'une figure de drainage d'un massif par l'eau dans le cas d'un réseau aérien du style de la Dent de Crolles. Les zones influencées thermiquement par l'eau constituent un volume qui se déduit des lignes d'écoulement en les entourant d'un cylindre de diamètre d'une vingtaine de mètres.

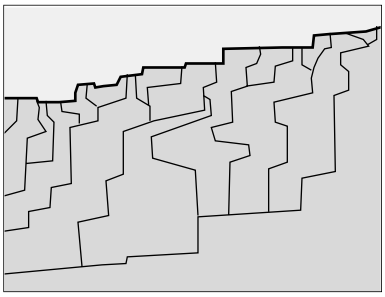


Fig. 4-17- Figure de drainage d'un massif karstique

Sketch of hydrological draining pattern

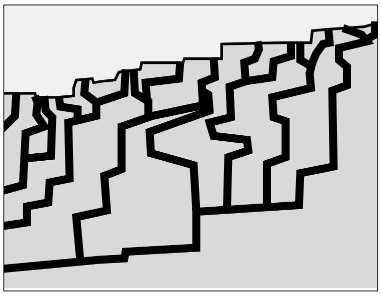


Fig. 4-18- Volume de calcaire thermiquement influencé par le drainage de l'eau

Thermal limestone volume associated with drainage

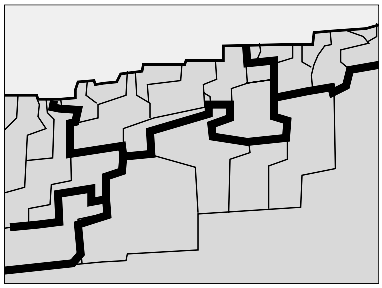


Fig. 4-19- Les zone influencées thermiquement par l'air ne sont pas les mêmes que celles par l'eau

Water thermic zones are different than air thermic zones

Mais la représentation, par des tubes, des zones influencées n'a rien à voir avec la représentation des surfaces isothermes car l'eau et l'air, en pénétrant dans le karst, voient leurs variations de température fortement atténuées. Cette atténuation est à peu près exponentielle, de sorte que les fameux fourreaux, si on les représentait comme des surfaces isothermes, aurait une base bien développée près des entrées mais aurait une pointe qui fondrait à une assez courte distance de la surface.

b) Des flux et des rythmes

Une propriété intéressante des transferts de chaleur dans la nature est la suivante. Ces transferts se font à l'occasion d'apparition de différences de températures qui suivent les fluctuations de la température extérieure. Le rythme de ces variations, les fréquences, pour reprendre un terme plus physique, sont très variables. On trouve des variations quasi instantanées comme celles par exemple dues à la formation rapide d'un nuage avec changement d'état et chute de température rapide, des variations plus lentes comme les fluctuations saisonnières, et des variations séculaires liées aux glaciations et aux configurations astronomiques de la terre.

Puissance : Dans le cas d'un courant d'air pénétrant dans un réseau profond (grande inertie thermique), la puissance injectée dans le réseau est proportionnelle à la puissance 3/2 de l'écart de température (cf. 3.5.5.g). En effet, la puissance résulte du produit de deux termes. L'un est l'écart de température entre l'air extérieur et la température profonde du massif, et l'autre est le débit masse qui varie en général comme la racine carrée de l'écart de température, d'où la relation en puissance 3/2. Les grands écarts de température jouent donc un rôle prépondérant. Cette puissance est la puissance qui pénètre sous terre.

Mais le courant d'air échange la chaleur sur la surface latérale d'un tronçon de conduit plus ou moins long. Les rythmes rapides conduisent aux longueurs de conduits les plus courtes comme on l'a établi plus haut. De ce fait, les rythmes rapides conduisent aux densités de puissances échangées aux parois les plus grandes, alors que les rythmes les plus lents, séculaires, ne se traduisent que par des densités de puissances quasi nulles car c'est tout le massif qui réagit et les surfaces d'échanges deviennent très grandes.

Énergie injectée dans un massif. L'énergie injectée pendant une demi-période d'une oscillation de la température extérieure augmente quand la période augmente (cf. § 1.4.2.f). Pour calculer la relation entre cette énergie et la période et l'amplitude des températures, il faut distinguer suivant la valeur des périodes. On peut dire que pour les périodes courtes d'un karst à température profonde annuelle constante, l'énergie liée à une demi-période de l'oscillation thermique croît proportionnellement à la puissance 3/2 de l'écart de température et proportionnellement à la période.

Dans le transfert thermique entre un air et une surface, l'énergie surfacique transmise pendant une demi-période augmente avec la durée du cycle. Pour les rythmes lents, les puissances sont faibles mais le temps compense ce défaut. Ce sont les rythmes lents qui mettent en œuvre les plus grandes énergies. Réciproquement, les rythmes rapides ne font qu'effleurer l'inertie thermique des massifs, les énergies correspondantes restent faibles.

4.3.4. Glacières naturelles et glaciations

a) Glacières naturelles

Les glacières constituent une sorte de curiosité à l'échelle du karst et leur étude peut sembler facile, plutôt du domaine de l'histoire ou de l'économie (Gauchon 1997 p. 41-43), et sans grand intérêt pour le système karstique. En réalité, elles résultent d'une interaction entre les trois constituants minéraux du karst. La roche amène sa géométrie propice : piège à air froid (glacière à glace de regel ou à neige transformée), tube à vent avec ou sans piège à air froid près de l'entrée inférieure. On a vu dans le § 3.1.2 un modèle thermique simplifié de la glacière de Corrençon qui est une glacière à glace de regel. On a vu aussi, dans l'étude des tubes à vent, l'anomalie thermique négative des entrées inférieures.

Mais l'existence de glace permanente, à des altitudes où la température moyenne des lieux est supérieure de 6 ou 7°C à celle de la glace fondante, offre un challenge qui intéresse les chercheurs. Quelles sont les conditions géométriques d'alimentation en eau, d'exposition des entrées, de la végétation de surface, qui permettent ce maintien de glace pérenne ? On a déjà rencontré ces questions à l'occasion de l'étude de la glacière de Corrençon. Et d'ailleurs, quel est le record en la matière ? Il suffit de se tourner vers l'histoire et la construction de glacière artificielle pour comprendre que les glacières naturelles sont loin des records possibles. Ainsi, à Paris (quartier la Glacière) au 19e siècle, était-il possible de maintenir de la glace en plein été en des lieux de températures moyennes annuelles supérieures à 10 °C.

Dans le même ordre d'idée, Kunsky (1950, p. 76) signale une expérience curieuse en 1936 dans la grotte Belska à l'altitude de 800 m (Belska Tatra, Tchécoslovaquie) où E. Paloncy a fait fonctionner un tube à vent en glacière en ouvrant pendant l'hiver les deux entrées (de dénivelé 80 m), et en les refermant dès que la température augmentait. Au bout de quelques années, la température s'est stabilisée l'été à -3°C.

Nous ne reprendrons pas les discussions sur les glacières stato-dynamiques (= pièges à air froid = à courant d'air hivernal), dynamiques (simple poches de neige) ou autres (Maire 1980). Dans tous les cas, l'alimentation en glace provient de la transformation de la neige, ou du gel de l'eau de percolation par une paroi ou un courant d'air froids.

Une glacière suppose un volume minimum de glace. En effet, l'inertie thermique de la glace est proportionnelle au cube de sa dimension linéaire alors que le réchauffement par la surface est proportionnel au carré de cette dimension linéaire. La percolation de l'eau dans les glacières à glace de regel est la principale alimentation en glace. Les possibilités de production de froid étant en général limitées, il doit exister un taux de percolation optimal pour chaque glacière. Ce taux étant défini comme le rapport entre l'eau tombée à la surface du sol (sur la surface projetée par la glacière) et l'eau qui passe effectivement dans la glacière sous forme de gouttes au plafond). Ce paramètre, nous l'avons appelé effet entonnoir dans l'étude de la glacière de Corrençon.

La température de l'atmosphère ne se contente pas d'osciller avec des périodes journalières ou annuelles. Des cycles de plus grandes périodes apparaissent. En ce moment, la terre se trouve dans une phase de croissance analogue à celle qu'on a pu rencontrer déjà au 10e siècle. On sait aussi que le 17e siècle (petit âge glaciaire) correspond à un minimum des températures. Certains ont reconnu une période de 1500 ans environ (Broeker, 2001). Le karst garde-t-il une mémoire thermique de ces épisodes climatiques ? Sans doute pas, mais ce sont sûrement les grands dépôts de glace qui assurent la mémoire la plus longue.

Inertie thermique d'une glacière. En combien de temps une masse de glace importante peut-elle fondre ? La réponse n'est pas évidente et dépend beaucoup des configurations géométriques et climatiques de la glacière. Considérons par exemple une masse cubique de glace de côté a = 20 m, reliée à la surface par un orifice de 20x20 m de côté et un puits d'une trentaine de mètres de profondeur. Cela représente pour la fusion de la glace une chaleur de changement d'état d'environ ($a^3.\rho_g.L = 20^3$x900x330000 =) $2{,}37.10^{12}$ J. Cette énergie est importante. En montagne, pour une température moyenne annuelle de 5°C par exemple, et pour une hauteur de précipitation H = 1,5 m, on peut calculer en combien d'années la glace fondra grâce à l'apport d'eau de la surface d'entrée, de température moyenne par exemple 5°C. La chaleur récupérable sur l'eau est de ($a^2.H.\rho_e.c_e.\Delta T = 20^2$x1,5x1000 x4180x5 =) $1{,}25.10^{10}$ J/an. On voit que la fonte surviendra seulement au bout de 190 ans. Cette durée pourrait être allongée si l'eau de pluie évitait la glacière.

Dans ce calcul rudimentaire, l'inertie thermique est la masse de glace multipliée par la chaleur latente L. On n'a pas pris en compte l'apport thermique provenant de la surface. Il n'est pas du tout négligeable. Mais on peut supposer que s'il s'agit d'une glacière naturelle, l'effet de refroidissement, dû à la configuration de piège à air froid, équilibre cet effet.

Les périodes séculaires de refroidissement peuvent donc se retrouver sous forme de glacières qui subsistent de quelques dizaines à quelques centaines d'années après le changement climatique.

Réciproquement, un refroidissement climatique se traduisant par une baisse des températures moyennes de l'air sera atténué dans le système karstique, s'il peut se produire près de la surface une accumulation de glace dont la formation libérera une énergie s'opposant à un refroidissement plus grand. Cela concerne, bien entendu, les karsts montagnards ou de hautes latitudes.

Dans le domaine montagnard, on peut très bien envisager un karst d'altitude, à température moyenne négative, drainé par une résurgence débouchant dans une atmosphère à température moyenne positive. Ce drainage s'effectue, bien sûr, au moment de la fonte estivale. Dans ce cas (que Ford et Williams 1989 appellent karst de type pyrénéen), le drainage du karst pourra se maintenir puisque l'eau ne parcourra le karst qu'avec une température positive, ce qui maintiendra le karst hors gel.

b) Les glaciations

On admet actuellement que les glaciations se sont succédées pendant tout le Quaternaire avec un rythme commandé par des paramètres astronomiques d'environ 100 000 ans. Les mesures isotopiques sur des sédiments confortent les calculs astronomiques qui indiquent des fluctuations de l'ensoleillement dues aux paramètres de l'orbite terrestre et aux diverses oscillations de l'axe de la terre (précession, nutation…). Ces glaciations ont concerné l'Amérique du nord, l'Europe du Nord et la Russie. L'accumulation de glace sur les continents a provoqué des baisses du niveau des océans (jusqu'à 150 m). La dernière glaciation s'est achevée il y a une dizaine de milliers d'années. En période glaciaire, l'épaisseur de glace varie couramment entre 500 et 5000 m. En présence d'une pente, même faible, la glace se met en mouvement d'autant plus vite que la pente est plus forte et que la température de la glace est plus grande.

c) Karsts et périodes glaciaires

Étanchéification possible d'un karst. Comme l'indique Ciry (1962 p. 31) la température 0°C joue un rôle énorme dans les karsts. En effet, une température plus basse de la roche transformera l'eau en glace et empêchera la circulation de l'eau plus profondément. Une épaisseur de roche à une température négative (permafrost ou pergélisol) constitue donc un bouchon hydraulique. Si la tranche est située à une certaine profondeur, l'eau pourra parvenir jusqu'à elle mais sera alors bloquée en profondeur. Cette eau ne pourra trouver d'exutoire qu'en restant à niveau. Ce bouchon à température négative jouera donc le rôle d'un niveau de base local. Ford (1992) donne l'exemple de la grotte de Castleguard dans l'Alberta au Canada dont les extrémités amont sont colmatées par des bouchons de glace (cf. aussi Andrieux, 1979).

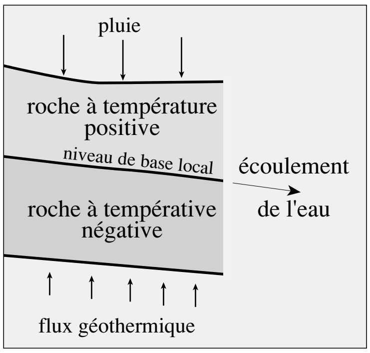


Fig. 4-20- Couche de roche gelée arrêtant la progression de l'eau vers le bas

Layer of rock, with negative temperature, stopping the descent of water

Cette couche à température négative ne peut se maintenir en régime permanent que si la moyenne des températures de surface est négative. La configuration sur la figure ci-contre correspond à une fonte estivale. L'eau de fonte ne peut pénétrer profondément. Le karst ainsi formé reste superficiel. La couche froide peut correspondre aussi à un régime transitoire. Par exemple, une période glaciaire qui débute.

Limitation de l'épaisseur du pergélisol. Une couche de roche à température négative ne peut pas s'étendre très bas en profondeur pour la raison suivante : la roche gelée ne laisse pas passer d'eau et le refroidissement ne peut plus se faire que par conduction (sauf existence d'un courant d'air). Le flux géothermique reprend donc du service et une surface inférieure à 0°C se maintient dans l'épaisseur du karst. Cette idée se trouve déjà dans l'article de Ciry (1962). Pulina (1992 p. 267) parle de fenêtres chaudes qui se forment sous les glaciers de forte épaisseur.

On a vu (au § 1.4.2.e) qu'en régime transitoire, le flux qui apparaît à la surface de l'ancien niveau de base est à peu près la moitié du flux géothermique (l'autre moitié sert à augmenter la température profonde du massif). Ce flux moitié va se maintenir pendant une durée très grande correspondant à la modification du champ thermique en profondeur (dans l'écorce terrestre).

L'épaisseur de roche à température négative s'obtient facilement en régime permanent en écrivant que le flux de conduction est égal à la moitié du flux géothermique profond. La température moyenne annuelle de la surface est notée T_s .

$$\frac{\varphi_{géothermique}}{2} = -\lambda_c \frac{T_s}{e} \quad \Rightarrow \quad e = \frac{-2\,\lambda_c\,T_s}{\varphi_{géothermique}} \qquad (4.30)$$

Par exemple, pour une température extérieure moyenne T_s = -5°C , l'épaisseur de roche calcaire gelée en régime permanent est e = 380 m. Cette épaisseur est valable pour un flux, avant glaciation, de 0,06 $W.m^{-2}$. Cette épaisseur varie, bien entendu, suivant les endroits puisque le flux géothermique n'est pas uniforme à la surface de la terre.

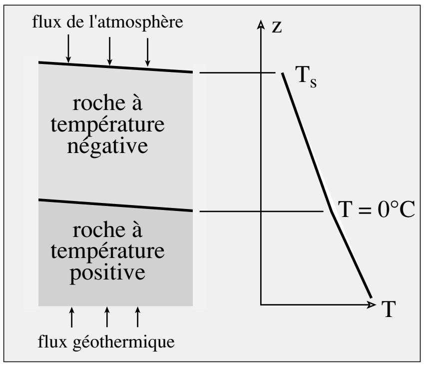


Fig. 4-21- Épaisseur d'un pergélisol. Près de la surface, il existe une couche d'une vingtaine de mètres d'épaisseur sensible aux variations saisonnières de la température

Permafrost layer and positive temperature layer

Entrée en période glaciaire. Examinons le processus de formation d'un pergélisol de région karstique, suite au refroidissement de l'atmosphère. La température extérieure devient négative en moyenne annuelle. Le sol commence à geler et l'isotherme 0°C commence à s'enfoncer dans le karst. Si les conditions font que l'eau ne peut plus passer (très grand froid sur plusieurs années), alors le karst sous-jacent n'est plus alimenté en eau. Il se dessèche complètement. En surface, l'eau qui s'infiltre l'été se heurte à un bouchon glacé. Bientôt, le karst est rendu à peu près étanche à l'air (sauf si un courant d'air provenant d'une altitude plus basse et de température positive maintient ouverte une entrée dans la neige et la glace). La surface voit la quantité de glace augmenter lentement du fait des précipitations de neige et un inlandsis, ou glacier, se développe et s'épaissit. Mais la glace joue le rôle d'isolant thermique et l'isotherme 0°C peut remonter au fur et à mesure que l'épaisseur de la glace augmente. Il peut arriver un moment où l'épaisseur de glace est telle que l'isotherme 0°C rejoint la surface de la roche. L'épaisseur de glace nécessaire pour que ce phénomène se produise, est donnée par la relation 4.30 dans laquelle on remplace la conductivité du calcaire par celle de la glace.

Toujours pour une température extérieure moyenne de -5°C, l'épaisseur e' de glace qui engendre une remontée de l'isotherme 0°C à la surface de la roche est :

$$\frac{\varphi_{géothermique}}{2} = -\lambda_g \frac{T_s}{e'} \quad \Rightarrow \quad e' = \frac{-2\,\lambda_g\,T_s}{\varphi_{géothermique}} = \frac{2.1,88.\ 5}{0,06} = 314 \text{ m} \qquad (4.31)$$

Pour que le flux géothermique puisse jouer son rôle, il faut que la conduction thermique restaure un gradient géothermique qui est normalement supprimé dans le karst par les circulations d'eau. Comme on est en régime transitoire, le flux géothermique est moitié du flux en régime permanent.

On a vu dans la partie 1 que l'épaisseur équivalente de roche pour un choc thermique sur un mur semi-infini est donnée par $e_{équiv} = 1,13\sqrt{a_c\,t}$. Le temps pour installer un régime à peu près permanent s'en déduit :

$$t = \frac{1}{a_c}\left(\frac{H}{1,13}\right)^2 = 3,5.10^5\ H^2 \qquad (4.32)$$

Dans cette relation H est l'épaisseur du karst (épaisseur de la couche non influencée par le gradient géothermique en dehors des glaciations). Pour H = 500 m, on trouve t = $8,8.10^{10}$ s soit 2800 ans environ. Les vides karstiques sont bien ouverts du fait de l'absence d'eau. L'air du karst est piégé par le bouchon de glace et ne peut s'échapper.

Mais le gradient géothermique rend l'atmosphère souterraine thermiquement instable, ce qui déclenche des mouvements internes de convection naturelle entre les différents étages de galeries. Ce processus accélère la mise en température positive du karst. Ce temps de remontée de la température semble supérieur à l'établissement de la couche de glace et peut être considéré comme la durée d'entrée en glaciation du karst. On peut retenir l'ordre de grandeur de 1000 ans.

À partir de ce moment, l'isotherme 0°C est piégée et reste fixée à la surface du calcaire. En effet, une remontée de cette isotherme fondrait la glace et l'eau s'échapperait par le karst.

En réalité, la température de fusion de la glace n'est pas tout à fait de 0°C. Elle diminue quand la pression augmente. Par exemple, une épaisseur de 100 m de glace correspond à $\rho_g\, g\, H = 9.10^5$ Pa de surpression et la température de fusion de la glace devient -0,07°C (Bruhat, 1968). Cet effet est petit, et on peut le négliger sauf quand l'épaisseur atteint plusieurs kilomètres (-1,35°C pour 2 km).

La température du massif calcaire restant constante, le flux dans le karst passe progressivement de la moitié du flux géothermique à la valeur complète (en plusieurs milliers d'années).

L'épaisseur de l'inlandsis, déjà importante, continue d'augmenter et la différence entre le flux géothermique et le flux de conduction dans la glace permet à une petite quantité d'eau de fondre sous le glacier. Mais cette quantité est très petite car la chaleur latente pour fondre la glace est énorme : $L_g = 3{,}35.10^5$ J/kg. Le débit d'eau de fonte par unité de surface vaut au maximum :

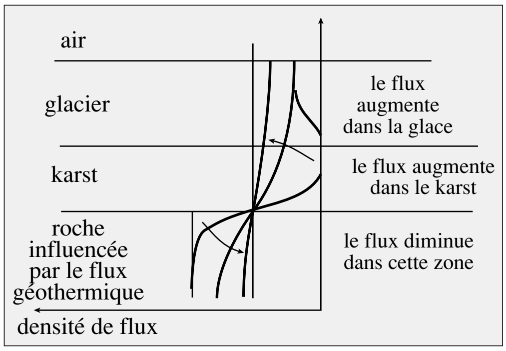


Fig. 4-22- Évolution des flux dans les différentes zones.
Le flux géothermique n'est jamais uniforme dans l'épaisseur de l'écorce terrestre, car le régime thermique est toujours un transitoire

Flux evolution in the different zones

$$q_m = \frac{\varphi_{géothermique}}{L_g} = \frac{0{,}06}{3{,}35.10^5} = 1{,}8.\ 10^{-7}\ \text{kg. m}^{-2}\text{s}^{-1} = 5{,}7\ \text{kg. m}^{-2}.\text{an}^{-1} \qquad (4.33)$$

En l'absence d'exutoire dégelé, cette eau va imbiber le karst et s'échappera sur le côté, s'il existe une pente. Cet écoulement correspondrait à une vitesse maximale de descente du glacier u :

$$u = \frac{q_m}{\rho_g} = \frac{5{,}7}{920} = 6{,}2.10^{-3} = 6{,}2\ \text{mm/an} \qquad (4.34)$$

Si l'eau parvenait à descendre dans le karst, ces écoulements diffus récupéreraient le flux géothermique qui, de ce fait, ne parviendrait plus en surface. Et la fonte sous-glaciaire, pourtant déjà bien faible, en serait fortement ralentie. Ainsi, malgré la température redevenue positive du calcaire, les écoulements dans le karst sont quasi nuls en période froide.

Cependant, si le froid n'est pas trop intense, avec une période estivale à température positive, des cours d'eau se forment et errent à la surface de l'inlandsis en suivant les lignes de plus grandes pentes. L'eau ne peut pas s'enfoncer car la glace est froide en profondeur. Les deux surfaces isothermes à 0°C restent associées aux deux surfaces de la glace, la surface supérieure et la surface au contact avec la roche. À un certain moment, la jonction peut s'opérer entre les deux surfaces isothermes à l'occasion de diaclases qui s'ouvrent dans la glace en mouvement.

On sait, par l'exploration de gouffres au Groenland, que ces diaclases peuvent traverser plusieurs centaines de mètres de glacier. Elles sont dues aux contraintes associées au mouvement du glacier sous l'action de la pesanteur. À grandes profondeurs, la glace est plastique et les fissures devraient se refermer toutes seules. Mais la pression de l'eau qui les remplit suffit pour maintenir les lèvres écartées. En effet, puisque la masse volumique de l'eau est plus grande que celle de la glace, la pression exercée par l'eau est plus grande que celle exercée par la glace, et suffit à maintenir les fissures écartées (du moins pour une hauteur d'eau suffisante). Au début de l'hiver, l'arrêt de l'écoulement s'accompagne du resserrement des passages.

Ainsi, les crevasses peuvent faire communiquer l'eau qui erre en surface l'été avec le calcaire qui est à 0°C (cf. aussi Ford 1992 p. 261). Il se forme donc des bédières et des moulins. Une bédière est un cours d'eau sur la glace, et un moulin est une perte glaciaire. Cette eau peut circuler sous le glacier et éventuellement s'enfoncer dans le karst qui n'est pas gelé, s'il existe un exutoire protégé du gel (fin de glaciation par exemple). Le creusement est alors purement sous-glaciaire. Le pouvoir de corrosion est faible car l'absence de sol maintient le dioxyde de carbone à un taux très bas. Mais les forts débits de certains moulins peuvent compenser ce handicap.

Grâce à ce processus lié à l'intervention du flux géothermique, l'interruption totale de l'écoulement dans un karst n'a lieu que pendant le temps d'accroissement de la couche de glace (1000 à 3000 ans). La couche de glace de surface joue le rôle de surface partiellement imperméable pour l'eau (et rend le karst binaire). Dans la période la plus froide de la glaciation, la fonte sous-glaciaire reste très réduite. Pour les glaciations peu prononcées, ou les sorties de glaciations, de gros débits d'eau bien localisés peuvent expliquer l'existence de conduits de bonnes tailles, dès l'entrée des réseaux.

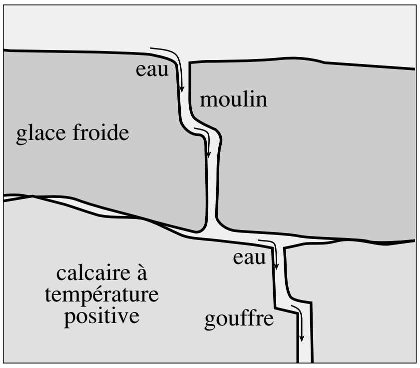


Fig. 4-23- Pertes sous-glaciaires

Under glacier water-loss

Sortie de la glaciation. Elle se fait d'une façon symétrique de l'entrée. La température annuelle de la surface devient positive. La glace qui fond l'été dépasse la quantité de neige apportée chaque année. Le glacier devient ainsi un glacier tempéré. Il n'est plus étanche à l'eau de fonte qui peut le traverser sans peine. Les écoulements dans le karst reprennent et sont plus vigoureux qu'avant la glaciation, puisqu'aux précipitations s'ajoute la fonte du glacier. Le glacier fond progressivement à raison de quelques décimètres à quelques mètres par an, puis disparaît totalement.

Pendant toute cette phase, le karst reste à température positive. L'érosion causée par le glacier peut avoir abaissé le niveau de l'émergence. Cette période de sortie de glaciation est ainsi l'occasion pour l'eau d'agrandir des chemins plus profonds (changement d'étage dans les réseaux).

4.3.5. Renouvellement de l'air dans une cavité

Le renouvellement de l'air dans une cavité est important pour estimer les possibilités de corrosion de l'eau par apport de dioxyde de carbone (distinction entre système à air renouvelé et système confiné, cf. plus loin § 4.5.2). Le renouvellement de l'air est toujours lié à un mouvement d'air. En effet, la diffusivité moléculaire est incapable d'assurer l'homogénéïsation de la masse d'air d'une cavité en un temps raisonnable.

Pour le mouvement de l'air, il faut bien distinguer deux sortes de mécanismes : d'une part, un mouvement régulier qui fait entrer l'air d'un côté et le fait sortir d'un autre côté, et d'autre part, un mouvement alternatif qui le fait simplement osciller de part et d'autre d'une valeur moyenne. La première catégorie correspond au fonctionnement en tube à vent, à deux ou plusieurs entrées et à l'injection d'air par l'eau dans la zone d'infiltration. La deuxième catégorie correspond aux courants d'air induits par les fluctuations de la pression atmosphérique, ou par les battements des surfaces piézométriques.

a) Cavités à plusieurs entrées

Le renouvellement de l'air dans les parties ventilées est assuré en un temps dont on calcule facilement l'ordre de grandeur. C'est le volume balayé divisé par le débit volume du courant d'air. Par exemple, au Trou qui Souffle de Méaudre, en considérant un volume de 1 million de m^3 et un courant d'air de 2 m^3/s, on arrive à un temps de renouvellement de l'air de 5 jours environ. Pour des cavités peu ventilées, comme le Trou souffleur de Saint-Christol dans le Vaucluse au courant d'air de l'ordre de 0,1 m^3/s, et en estimant le volume à 3 millions de m^3, on arrive à un temps beaucoup plus grand, d'un an environ.

Bien entendu, les zones en dehors du parcours principal du courant d'air ne bénéficient pas de ce renouvellement.

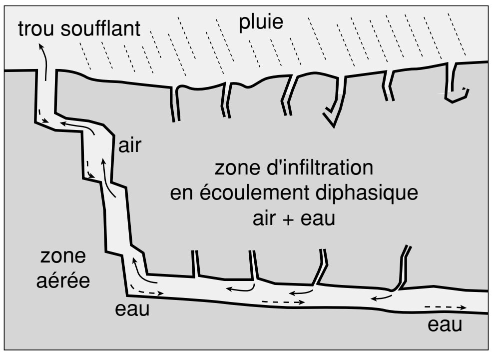


Fig. 4-24- Injection d'air dans le karst
au moment des pluies.
Elle se traduit par une sortie d'air

Air injection into the karst during the rain

b) Injection d'air par l'eau dans la zone d'infiltration

Au moment des étiages, les fissures de la zone d'infiltration ont tendance à se vider progressivement de leur eau, et c'est l'air qui la remplace.

À l'arrivée d'une averse, l'eau cherche à s'enfoncer dans les fissures. Si les conditions géométriques s'y prêtent, l'air repart vers le haut, mais d'autres configurations permettent à l'eau de jouer le rôle de piston sur le volume d'air (fissures petites). L'air est donc chassé par l'eau et injecté éventuellement dans le karst profond (Mangin, Andrieux, 1988). La détermination des débits est difficile.

Certaines observations laissent penser que le rôle est important dans certaines configurations. Par exemple, Andrieux invoque ce mécanisme à la grotte de Niaux, mais dans ce cas on peut imaginer aussi un fonctionnement avec entrée supérieure pénétrable inconnue (cf. tome 1, § 1.3.4).

L'air injecté augmente la pression à l'intérieur du karst. S'il n'y a pas de grandes sorties, l'air sortira par des fissures. Dans le cas d'une seule entrée importante, un courant d'air s'établira (qui s'ajoutera d'ailleurs à celui induit par la montée des surfaces piézométriques). Le temps de renouvellement se calcule là aussi en divisant le volume total de la cavité par le débit volume moyen d'air injecté. Des mesures dans les cavités non ventilées habituellement permettraient de chiffrer ce temps.

c) Renouvellement de l'air par fluctuations de la pression atmosphérique

Dans le cas d'une cavité ou d'une portion de cavité dont l'air ne peut être renouvelé par les mécanismes convectifs (§ 4.3.5 a et b), il existe d'autres mécanismes basés sur la diffusion par fluctuations. On croit souvent qu'il faut une advection permanente pour créer un transfert net de matière. En effet, les processus de diffusion moléculaire sont désespérément lents aux méso-échelles que nous considérons. Il semble donc nécessaire d'invoquer des phénomènes d'advection (convection) avec vitesse moyenne non nulle pour justifier de transferts numériquement significatifs. Mais il existe un processus de transfert intermédiaire. Il suffit d'un mouvement oscillant, en moyenne nul, mais avec un gradient de concentration d'un des composants de l'air, pour obtenir un transfert de masse significatif. L'advection moyenne d'air est nulle mais pas celle du constituant avec gradient. Le flux est beaucoup plus grand que celui résultant de la diffusion moléculaire pure, mais beaucoup plus petit que celui résultant de l'advection pure. Ce mécanisme a été ignoré jusqu'à maintenant en karstologie sauf dans quelques articles (Fourneaux 1994) qui se sont contentés d'un point de vue qualitatif. Il est en revanche bien connu dans l'étude des transferts dans la zone non saturée des sols.

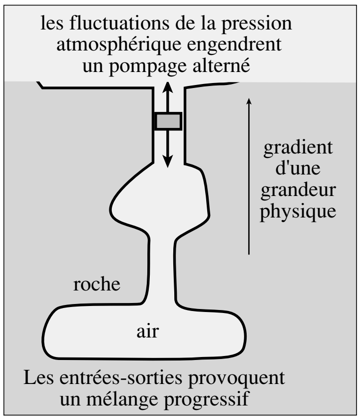


Fig. 4-25- Brassage et renouvellement de l'air des grottes par la respiration des cavernes

Breathing by atmospherical pressure fluctuations

Nous avons déjà rencontré ce phénomène dans l'étude des courants d'air. On a vu qu'un mouvement alternatif de l'air pouvait engendrer un transfert de chaleur depuis l'entrée basse vers l'entrée haute.

Ainsi, en l'absence de courant d'air permanent, une cavité (ou une galerie) reliée à l'atmosphère (ou à la partie ventilée de la cavité) par une seule entrée, voit tout de même son air renouvelé par le phénomène de pompage-respiration de la cavité sous l'effet des fluctuations de la pression atmosphérique. Ce phénomène de mélange est irréversible. Il traduit une pseudo-diffusion (Lismonde, 1993).

Si la pression extérieure se modifie brutalement, l'air souterrain se met progressivement en équilibre de pression. Cet équilibrage demande un certain temps t_0 pour s'effectuer. Ce temps augmente, bien sûr, avec le volume de la cavité et augmente en fonction du nombre de resserrements.

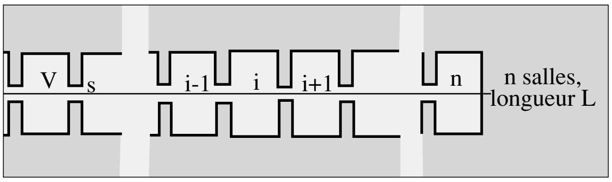
Modélisation simplifiée pour les fluctuations de pression de l'atmosphère. Nous considérerons des cavités telles que le temps t_0 est nettement plus petit que la période T des fluctuations de pression. Avec notre hypothèse, on peut considérer notre problème comme “quasi permanent”. Il faut bien voir que cette hypothèse est vraie pour 90% des cavités et seuls, certains réseaux géants (Jewel cave aux USA par exemple) y échappent.

Nous décrivons la pression extérieure par la relation : $$p = p_0\,[1 - a \cos(\omega t)] \quad (4.35)$$

Nous caractérisons la cavité par quatre grandeurs (longueur totale L, section moyenne des étroitures s, volume moyen des salles v et nombre de salles n).

Fig. 4-26- Réseau discrétisé et homogénéisé

Discretizing and homogenizing cave



Le débit dans une section d'abscisse x s'écrit à chaque instant (ρ_0 est la masse volumique de l'air) :

$$q_m = \rho_0 \, n \, v \, (1 - x/L) \, a \, \omega \sin(\omega t) \qquad (4.36)$$

Ce débit fluctue autour de la valeur 0. En chaque point (A) le débit moyen temporel est nul. Il n'y a donc apparemment pas de transport de matière, mais nous allons montrer que ces fluctuations engendrent une dispersion de la matière (par exemple le CO_2 ou un autre gaz) de la même façon que l'agitation moléculaire engendre la diffusion moléculaire.

Notre hypothèse de variation sinusoïdale pour la pression ne restreint pas la généralité du résultat. Des fluctuations quelconques de pression dont le spectre serait centré sur la même valeur et dont l'écart quadratique moyen serait le même, conduiraient à un résultat semblable.

Dans notre représentation simplifiée de caverne, appelons v_0 le volume d'air passant par le point A pendant une demi-période du phénomène de respiration. On montre facilement que :

$$v_0 = 2 \, n \, v \, a \, (1 - x/L) \qquad (4.37)$$

Supposons maintenant qu'il existe un gradient longitudinal de concentration d'un certain gaz le long de la cavité, et admettons que l'air sortant d'un resserrement se mélange au reste de l'air de la salle suivante. On pourrait modifier légèrement cette hypothèse importante, par exemple admettre qu'une partie seulement est mélangée. Une petite analyse mathématique du phénomène fournit la variation de la concentration au point A (de la salle i) en une période :

$$C_i' - C_i = \frac{v_0}{v} \left(C_{i+1} - 2\, C_i + C_{i-1} \right) \qquad (4.38)$$

Dans cette équation i-1, i, i+1 représentent des numéros de salles contiguës (cf. figure ci-dessus). Cette équation est l'équation discrétisée (au sens de l'analyse numérique) de l'équation continue :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{v_0 \, L^2}{v \, n^2 \, T} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \qquad (4.39)$$

C'est une équation bien connue de la physique mathématique. C'est l'équation de la chaleur trouvée par J.-B. Fourier dès 1812. Elle caractérise une diffusion ou une dispersion. Si on réserve le nom de diffusion aux processus moléculaires, on pourra appeler dispersivité (l'équivalent de la diffusivité) la grandeur :

$$D = \frac{v_0 \, L^2}{v \, n^2 \, T} = \frac{2 \, a \, L^2}{n \, T} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \quad \text{en m}^2 \, \text{s}^{-1} \qquad (4.40)$$

Discussion : cette équation de dispersion est analogue à celle commandant la diffusion moléculaire (due à l'agitation des atomes), mais nous allons calculer les valeurs numériques et montrer que la respiration des cavernes conduit à une diffusion 1000 fois plus grande que la diffusivité moléculaire.

Par exemple, prenons les valeurs : $L = 5000$ m , $n = 20$, $T = 86400$ s (un jour) , $a = 5.\ 10^{-3}$. Au milieu de la cavité, la dispersivité (diffusivité) vaut $D = 0{,}072$ m^2 s^{-1} , à comparer à la diffusivité de O_2 dans l'air, $D_{O2} = 15.\ 10^{-6}$ m^2 s^{-1} , soit près de 5000 fois plus. Le temps typique de renouvellement complet de l'air de cette cavité est, malgré tout, très grand. Il vaut :

$$t = L^2 / 4D = n \, T / 4a = 1000 \text{ jours} \qquad (4.41)$$

Conclusion : lorsqu'il existe une communication avec une partie ventilée, une galerie totalement borgne (colmatage) voit son air renouvelé lentement par le mécanisme de respiration des cavernes. Ce mécanisme est certes moins efficace qu'un courant d'air franc, mais il est bien supérieur à la simple diffusion moléculaire. Le taux de renouvellement de l'air est d'autant plus grand qu'on est plus proche de la galerie ventilée.

d) Renouvellement par battement du niveau piézométrique

Le même mécanisme de pompage se retrouve à l'occasion des fluctuations de l'interface air-eau dans la cavité. C'est le deuxième mécanisme basé sur des fluctuations.

Les fluctuations du niveau piézométrique permettent elles aussi, par brassage de proche en proche de renouveler l'air. La dispersivité induite est uniforme tout le long du réseau, et elle est à ajouter à la précédente. Dans la représentation approchée d'un réseau, on calcule la dispersivité à peu près de la même façon que l'autre. Le rapport entre le volume qui entre dans une salle pendant une demi-période et le volume d'une salle s'écrit :

$$\frac{v_0}{v} = \frac{S\ z_0}{v} \qquad (4.42)$$

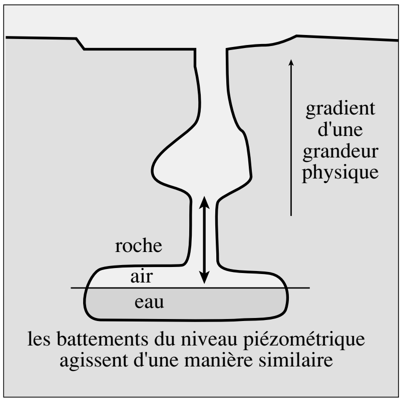


Fig. 27- Renouvellement de l'air par fluctuation des surfaces piézométriques

The air change by piezometric level fluctuations

Si on appelle z_0 l'amplitude de battement du niveau piézométrique, et S la surface de l'eau (supposée constante pendant le battement), par le même calcul que plus haut, on en déduit la dispersivité :

$$D = \frac{v_0}{v}\frac{L^2}{n^2\,T} = \frac{S\ z_0}{v}\frac{L^2}{n^2\,T} \qquad (4.43)$$

Prenons des valeurs numériques identiques au mécanisme vu en c. $L = 5000$ m , $n = 20$, $T = 86400$ s (un jour), $S = 50$ m^2, $z_0 = 1$ m, $v = 12500$ m^3, on trouve D :

$$D = \frac{50.1}{12500}\frac{5000^2}{20^2.86400} = 0{,}029\ m^2.s^{-1} \qquad (4.44)$$

Cette valeur n'est, bien sûr, qu'un ordre de grandeur. Elle est analogue à celle trouvée plus haut (0,072 m^2.s^{-1}).

Dissolution-dégazage. De même, la dissolution des gaz dans l'eau qui circule dans la cavité permet des transports de gaz, donc un renouvellement de l'air. Malheureusement, il est difficile de modéliser ce mécanisme dont l'action dépend de facteurs très variés. Seules, des estimations seraient possibles.

e) Transfert de masse par advection, diffusion et fluctuation advective

Dans les parties des cavités non concernées par les renouvellements que nous avons évoqués ci-dessus, il existe d'autres mécanismes qui permettent d'homogénéïser l'air. Mais ces mécanismes sont beaucoup moins efficaces et les temps seraient très grands si les zones concernées étaient de grandes dimensions. Pour des secteurs qui échappent aux mécanismes les plus efficaces, ces nouveaux mécanismes peuvent apporter leur contribution.

Advection par courant de gravité. En l'absence de courant d'air, quels peuvent être les mécanismes qui permettent de renouveler l'air ou de transporter le CO_2 nécessaire à la corrosion profonde ? On verra plus loin que le CO_2 a tendance à être consommé vers le bas (au niveau de l'eau) ce qui peut créer des gradients négatifs vers le bas. Mais alors, l'instabilité de l'air plus dense en haut permet des mouvements convectifs. L'air contenant plus de CO_2 , étant plus lourd, aura tendance à couler (courant de gravité) vers le bas. Il n'y a pas décantation du CO_2 mais simplement écoulement préférentiel. S'il y a mélange avec l'air, l'écoulement s'arrêtera, mais nous avons vu que les écoulements stratifiés ne se mélangent pas très bien (cf. § 1.3.9). Malheureusement, la mécanique des ces mouvements ne ressemble pas à celle des écoulements d'air, mais plutôt à celle des écoulements d'eau. Une contrepente dans une galerie suffit à créer un déversoir. Les teneurs en CO_2 peuvent donc varier énormément d'un point à l'autre d'une galerie ou d'un réseau pour de simples raisons géométriques. Il y a là tout un champ d'investigation dont les mesures (Renault 1981) ont commencé à préciser les contours.

Tout ce qu'on connaît des écoulements d'eau dans les cavités naturelles s'applique à l'écoulement de CO_2. Par exemple, il existe des siphons d'air à forte concentration de CO_2, des déversoirs, des cascades. La grande différence avec l'eau, c'est que l'eau n'est pas miscible avec l'air alors que le CO_2 l'est. On en déduit que pour un écoulement de gravité, les parties verticales signent la disparition de l'écoulement, car une «chute» d'air à CO_2 se mélangera avec l'air ambiant, ce qui supprimera le gradient. Une fois que le CO_2 est mélangé à l'air ambiant, il aura beaucoup de mal à être séparé. Sûrement pas par décantation mais, on le verra plus loin, par le mécanisme des mises en charge. C'est ce mécanisme que Choppy avait en tête dans son article de 1965 mais son appellation de décantation était mal choisie.

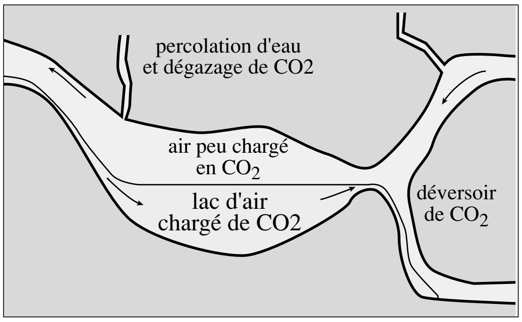


Fig. 4-28- Écoulements de gravité d'air à grande teneur en CO_2

Air gravity flow with high CO_2 concentration

f) Mesures et conclusions

Il serait possible dans les grottes à une entrée sans courant d'air permanent et situées près de massifs granitiques d'estimer le renouvellement de l'air de la grotte en suivant les concentrations d'un gaz radioactif naturel. Le radon ^{222}Rn qui est issu du Radium 226, serait intéressant mais sa concentration diminue de moitié en 3,82 jours, ce qui est trop peu car les mesures seront difficiles à interpréter. Sa masse volumique élevée fera qu'il aura tendance à stagner dans les points bas des réseaux. On pourra lire avec intérêt l'étude faite par Kies et Masson (1997) dans la grotte de Mœstroff au Luxembourg dans laquelle on trouvera une bonne bibliographie. Plus simplement, des mesures de dioxyde de carbone devraient permettre d'estimer les apports d'air et le renouvellement. Mais les mesures seront délicates à interpréter.

Conclusions. Un système karstique voit son air renouvelé principalement par les courants d'air qui le parcourent. Les temps de renouvellement sont très variables d'un karst à l'autre, de quelques heures à une année. Pour les parties des cavités dont le renouvellement ne peut être assuré par l'air circulant entre deux entrées ou par l'air injecté par l'eau dans la zone d'infiltration, il existe un mécanisme de transfert par fluctuations. Il possède deux moteurs : les fluctuations de la pression atmosphérique et les fluctuations des niveaux piézométriques du système karstique. Pour qu'il y ait transport, il faut qu'il existe aussi un gradient à l'échelle du massif d'une certaine grandeur physique.

Ce gradient peut concerner la température, mais on a vu plus haut que les transferts de chaleur advectifs de l'eau étaient plus importants. Le processus par fluctuations pourra concerner néanmoins les échanges thermiques à une échelle plus petite que celle du maillage hydrologique dans les zones échappant aux circulations d'eau. Mais ce gradient concerne surtout le dioxyde de carbone. On verra plus loin que les fluctuations du niveau piézométrique constitue un accélérateur pour incorporer le dioxyde de carbone dans l'eau (loi de Henry) et le faire migrer vers l'aval des réseaux (transport par advection). Il y a donc création d'un déficit de dioxyde de carbone au voisinage des collecteurs, déficit qui maintient un gradient de ce dioxyde de carbone à l'échelle du massif. C'est sur ce gradient qu'agit le processus de fluctuation de pression. On reviendra plus loin (§ 4.5.4) sur le pompage au niveau du collecteur car il explique la corrosion profonde.

On dispose ainsi de plusieurs mécanismes pour les transferts de masse ou de chaleur : le transfert par diffusion moléculaire en l'absence de mouvement, le transfert par la dispersion-advection en présence d'un mouvement oscillant dans le sens du transfert, la diffusion turbulente pour les transferts transversaux d'un écoulement turbulent et l'advection pour un transfert dans le sens du mouvement. Tous ces transferts supposent l'existence d'un gradient d'une grandeur physique (température, concentration…)

processus	direction du mouvement	nature du mouvement	vitesse moyenne
diffusion moléculaire	pas	pas	nulle
dispersion-advection	parallèle au gradient	oscillant, lam. ou turb.	nulle
diffusion turbulente	perpendiculaire au gradient	turbulent	non nulle
advection	parallèle au gradient	laminaire ou turbulent	non nulle

Tableau 4:4 - Les transferts de masse et chaleur
Le flux transféré est toujours parallèle au gradient
(la direction du gradient sert de référence de direction)

4.3.6. Modifications de l'atmosphère souterraine

Nous allons examiner dans ce chapitre les différents processus qui modifient la composition de l'air des cavités souterraines. En fonction de ces processus, nous déduirons certaines relations sur les teneurs des composants. Cette étude a un but secondaire, c'est de permettre, par l'examen des proportions des composants de l'air, de remonter aux processus qui ont présidé à cette composition. On lira avec profit l'excellent ouvrage de J. Choppy : Composition de l'air, 1988 2e édition, d'où je tire l'essentiel de ma documentation.

a) Origine de l'atmosphère et variation de la composition

La présence d'un corps aussi réactif que l'oxygène montre que l'atmosphère terrestre ne peut être originelle. On a finalement compris que l'atmosphère est une construction de la biosphère, c'est-à-dire résulte de l'activité des êtres vivants terrestres, en particulier des plantes grâce à la photosynthèse. Le pourcentage d'oxygène n'est pas dû au hasard. Il résulterait de l'équilibre suivant : si on augmente la teneur en oxygène, l'air devient trop oxydant, les forêts se mettent à brûler spontanément en produisant du dioxyde de carbone. La teneur en oxygène se met alors à diminuer. Le dioxyde de carbone est piégé par les océans et recyclé sous forme de carbonate. Si on diminuait la teneur en oxygène en augmentant la teneur en dioxyde de carbone, les plantes auraient une activité accélérée et rétabliraient la situation.

Les gaz qui constituent l'air sec de l'atmosphère extérieure sont en proportions constantes. On sait que la vapeur d'eau est en quantité variable. De sorte que les fractions massiques des composants de l'air humide atmosphérique (air sec + vapeur) sont un peu variables. Mais l'air souterrain possède une beaucoup plus grande variabilité. La cause principale, on l'a déjà vu, tient à la présence fréquente de dioxyde de carbone. Ainsi, les autres gaz de l'air peuvent voir leur pression partielle varier suivant les grottes.

Contentons-nous de donner quelques exemples (Choppy, 1988).

L'humidité relative varie de quelques pour cent à 100 %. L'humidité spécifique varie quant à elle de 0 à 30 g de vapeur par kg d'air sec (cette valeur correspondant à la saturation pour une température de 31°C). La fraction molaire du dioxyde de carbone est dans l'air extérieur de $3{,}5.10^{-4}$ (à peu près égale à la pression partielle exprimée en bar). On observe dans quelques grottes des teneurs assez variables.

	dans l'air sec extérieur	valeur mini observée dans les grottes	valeur maxi observée dans les grottes
azote	0,7809	0,75 (1)	0,82 (2)
oxygène	0,2095	0,092 (3)	0,22 (4)
CO_2	0,00035	0,00016 (5)	0,135 (6)
Argon	0,0093		
vapeur		0	0,05 (à 32 °C)

Tableau 4:5- Plages des fractions molaires des principaux gaz de l'air souterrain
(1) Dans la grotte de Plance (Ardèche), cité par Choppy (1988, p. 65).
(2) Mesurée dans une grotte de Crimée par Dubljanski, Sockova et en Suisse (Choppy 1988, p. 63).
(3) Mesurée à la Gaden cave at Wellington, cité par Choppy (1988, p. 63).
(4) Mesurée à la Gas pipe cave par Fraser (Australie) (Choppy, 1988, p. 66).
(5) Mesurée dans les Tatras à la fonte des neiges, cité par Choppy (1988, p. 46).
(6) Mesurée à la Gas pipe cave par Fraser (Australie) (Choppy, 1988, p. 66).
Mais les grottes volcaniques peuvent en contenir beaucoup plus (Choppy 1988, p. 44).

b) Différents processus justifiant les écarts de composition observés

Variation de l'humidité relative. Les courants d'air et les variations de la température de l'air que ces courants d'air induisent, suffisent en général à comprendre les variations de l'humidité spécifique de l'air.
Examinons maintenant les écarts pour l'air sec. Les différents composants vérifient la propriété sur les fractions molaires (pressions partielles relatives) :

$$\alpha_{N_2} + \alpha_{O_2} + \alpha_{CO_2} + \alpha_{Ar} \approx 1 \qquad (4.45)$$

Si dans un volume d'air donné, on ajoute un volume de gaz donné, il y aura changement de toutes les fractions molaires. Dans tous les mécanismes qui suivent, la grandeur $d\alpha$ représente la variation de α, cette variation n'étant pas forcément petite (pas de linéarisation dans les calculs).

b-1- Introduction d'un volume de CO_2. Ajoutons par exemple à un volume V d'air, un volume v de CO_2 (à pression constante), la fraction molaire du CO_2 devient :

$$\alpha_{CO_2} = \frac{V_{CO_2}}{V} \Rightarrow \alpha_{CO_2} + d\alpha_{CO_2} = \frac{V_{CO_2} + v}{V + v} \tag{4.46}$$

$$\Rightarrow \quad d\alpha_{CO_2} = \frac{\alpha_{CO_2} V + v}{V + v} - \alpha_{CO_2} = \frac{v}{V + v}\left(1 - \alpha_{CO_2}\right) \tag{4.47}$$

De même, les autres fractions molaires deviennent : $\alpha_{N_2} + \alpha_{O_2} + \alpha_{CO_2} + \alpha_{Ar} \approx 1$

$$\alpha_{N_2} + \alpha_{O_2} + \alpha_{CO_2} + \alpha_{Ar} \approx 1 d\alpha_{N_2} = - \frac{v}{V + v}\alpha_{N_2} \qquad d\alpha_{O_2} = - \frac{v}{V + v}\alpha_{O_2} \qquad d\alpha_{Ar} = - \frac{v}{V + v}\alpha_{Ar} \tag{4.48}$$

On vérifie que la somme des variations fait bien zéro.

Ce phénomène d'introduction de CO_2 peut être artificiel (cf. tome 1) ou bien apparaître naturellement, suite à une diminution de la pression atmosphérique. L'aspiration induite dans les réseaux souterrains fait sortir le dioxyde de carbone du réseau des fentes dans lequel sa teneur est plus élevée.

Exemple. Introduction d'un volume de CO_2 de 5% du volume total. La composition de l'air devient :

$$\alpha_{N_2} = 0{,}7437 \qquad \alpha_{O_2} = 0{,}1995 \qquad \alpha_{CO_2} = 0{,}0479 \qquad \alpha_{Ar} = 0{,}00886$$

b-2- Dégazage d'une eau en CO_2. Soit une augmentation de la fraction molaire de dioxyde de carbone de $d\alpha_{CO_2}$. Le calcul précédent conduit au résultat :

$$d\alpha_{N_2} = - \frac{\alpha_{N_2}}{1 - \alpha_{CO_2}} d\alpha_{CO_2} \qquad d\alpha_{O_2} = - \frac{\alpha_{O_2}}{1 - \alpha_{CO_2}} d\alpha_{CO_2} \qquad d\alpha_{Ar} = - \frac{\alpha_{Ar}}{1 - \alpha_{CO_2}} d\alpha_{CO_2} \tag{4.49}$$

Exemple d'un dégazage à 5 % de dioxyde de carbone. On suppose l'air de composition normale avant le dégazage. Les différentes variations des fractions molaires s'écrivent :

$$d\alpha_{N_2} = -0{,}039 \qquad d\alpha_{O_2} = - 0{,}01 \qquad d\alpha_{Ar} = - 0{,}00054$$

L'air possède alors la composition suivante :

$$\alpha_{N_2} = 0{,}742 \qquad \alpha_{O_2} = 0{,}20 \qquad \alpha_{CO_2} = 0{,}05 \qquad \alpha_{Ar} = 0{,}015$$

b-3- Oxydation de matière carbonée. Elle produit autant de mole de CO_2 qu'elle consomme de moles d'O_2. La somme des fractions molaires de ces deux gaz reste donc inchangée.

$$d\alpha_{N_2} = 0 \qquad d\alpha_{O_2} = - d\alpha_{CO_2} \qquad d\alpha_{Ar} = 0 \tag{4.50}$$

Une augmentation de la fraction molaire du dioxyde de carbone s'accompagne d'une diminution égale de celle de l'oxygène. Le volume d'air ne change pas.

Exemple d'une augmentation de CO_2 à 5%. La composition de l'air devient :

$$\alpha_{N_2} = 0{,}78 \qquad \alpha_{O_2} = 0{,}16 \qquad \alpha_{CO_2} = 0{,}05 \qquad \alpha_{Ar} = 0{,}01$$

Cet air est difficile à respirer, autant par la diminution de l'oxygène que par la forte teneur en CO_2.

b-4- Matière organique qui s'oxyde. Elle consomme de l'oxygène. Elle libère de l'eau et du dioxyde de carbone. La somme des fractions molaires de CO_2 et O_2 diminue. La fraction molaire de l'azote augmente. Par exemple, la combustion de l'acétylène (C_2H_2) fournit du dioxyde de carbone et de l'eau :

$$C_2H_2 + \frac{5}{2} O_2 \Rightarrow 2\ CO_2 + H_2O \qquad (4.51)$$

On voit que dans ce cas, le nombre total de moles de l'air (l'acétylène provient d'une réaction à partir du carbure solide) diminue d'une demi-mole pour chaque mole de CO_2 produite, augmentant la fraction molaire de l'azote et de l'argon.

Plus généralement, calculons les modifications de la composition de l'air pour l'oxydation d'un corps de formule chimique $C_\beta H_\gamma O_\delta$ supposé solide. La réaction chimique s'écrit :

$$C_\beta H_\gamma O_\delta + \left(\beta + \frac{\gamma}{4} - \frac{\delta}{2}\right) O_2 \Rightarrow \beta\ CO_2 + \frac{1}{2}\gamma\ H_2O \qquad (4.52)$$

Le calcul de la variation des fractions molaires en fonction de l'une d'entre elles, par exemple la variation de fraction molaire du CO_2 , est assez fastidieux. On s'intéresse à l'air sec seulement. Nous donnons le résultat sans démonstration :

$$\alpha_{CO_2} \Rightarrow \alpha_{CO_2} + d\alpha_{CO_2} \quad \text{On définit} \quad \lambda = \frac{1}{4}\frac{2\delta - \gamma}{\beta} \qquad (4.53)$$

$$\alpha_{O_2} \Rightarrow \alpha_{O_2} + d\alpha_{O_2} \quad \text{avec} \quad d\alpha_{O_2} = -\frac{1 - \lambda + \lambda\,\alpha_{O_2}}{1 - \lambda\,\alpha_{CO_2}}\, d\alpha_{CO_2} \qquad (4.54)$$

$$\alpha_{N_2} \Rightarrow \alpha_{N_2} + d\alpha_{N_2} \quad \text{avec} \quad d\alpha_{N_2} = -\frac{\lambda\,\alpha_{N_2}}{1 - \lambda\,\alpha_{CO_2}}\, d\alpha_{CO_2} \qquad (4.55)$$

$$\alpha_{Ar} \Rightarrow \alpha_{Ar} + d\alpha_{Ar} \quad \text{avec} \quad d\alpha_{Ar} = -\frac{\lambda\,\alpha_{Ar}}{1 - \lambda\,\alpha_{CO_2}}\, d\alpha_{CO_2} \qquad (4.56)$$

On vérifiera aisément que la somme totale des variations des fractions molaires est nulle.

Exemple d'application à l'acétylène. Si on applique ces relations à la combustion de l'acétylène, sous une couverture de survie par exemple, on a pour les paramètres :

$$\beta = 2 \qquad \gamma = 2 \qquad \delta = 0 \qquad \lambda = -0{,}25$$

Et on obtient pour une fraction molaire finale de CO_2 de 5% et une répartition normale initiale des gaz, les fractions molaires suivantes :

$$d\alpha_{N1} = 0{,}01 \qquad d\alpha_{O2} = -0{,}06 \qquad d\alpha_{Ar} = 0{,}00012$$

soit un air de composition : $\alpha_{N1} = 0{,}80$ $\quad \alpha_{O2} = 0{,}15$ $\quad \alpha_{CO2} = 0{,}05$

On constate que l'oxygène est descendu à 15 % et que l'azote est monté à 79 %. La gêne respiratoire est autant due, là encore, au manque d'oxygène (déplétion d'oxygène) qu'au dioxyde de carbone.

b-5- Consommation d'azote par les plantes. On sait que certaines plantes consomment de l'azote. Soit une variation (négative) de la fraction molaire de l'azote de $d\alpha_{N2}$, les autres fractions molaires deviennent :

$$d\alpha_{O_2} = -\frac{\alpha_{O_2}}{1 - \alpha_{N_2}}\, d\alpha_{N_2} \qquad d\alpha_{CO_2} = -\frac{\alpha_{CO_2}}{1 - \alpha_{N_2}}\, d\alpha_{N_2} \qquad d\alpha_{Ar} = -\frac{\alpha_{Ar}}{1 - \alpha_{N_2}}\, d\alpha_{N_2} \qquad (4.57)$$

Exemple de 5% de diminution de $d\alpha_{N2}$. L'air souterrain est porté à la nouvelle composition suivante :

$$\alpha_{N1} = 0{,}73 \qquad \alpha_{O2} = 0{,}257 \qquad \alpha_{Ar} = 0{,}011$$

b-6- Dissolution du CO_2 par l'eau. Un air qui a été modifié, suite à un des processus étudiés plus haut, se voit dépouillé de son dioxyde de carbone par de l'eau possédant une très faible pression de CO_2 équilibrante. On va regarder ce que deviennent les fractions molaires des différents gaz. Cette opération est juste l'inverse d'un apport de CO_2 par dégazage de l'eau (cf. b-2).

$$d\alpha_{N_2} = - \frac{\alpha_{N_2}}{1 - \alpha_{CO_2}} d\alpha_{CO_2} \qquad d\alpha_{O_2} = - \frac{\alpha_{O_2}}{1 - \alpha_{CO_2}} d\alpha_{CO_2} \qquad d\alpha_{Ar} = - \frac{\alpha_{Ar}}{1 - \alpha_{CO_2}} d\alpha_{CO_2} \qquad (4.58)$$

Exemple numérique. Reprenons notre air qui est monté à 5% de CO_2 par oxydation de l'acétylène, et calculons la nouvelle composition de l'air après extraction totale du dioxyde de carbone par l'eau courante :

$$d\alpha_{N_2} = \frac{0,79}{1 - 0,05} 0,05 = 0,042 \qquad d\alpha_{O_2} = \frac{0,15}{1 - 0,05} 0,05 = 0,008 \qquad d\alpha_{Ar} = \frac{0,01}{1 - 0,05} 0,05 = 0,0005$$

La composition volumétrique du nouvel air devient :

$$\alpha_{N1} = 0,833 \qquad \alpha_{O2} = 0,158 \qquad \alpha_{CO2} = 0,0 \qquad \alpha_{Ar} = 0,0099$$

On remarque la grande quantité d'azote et la faiblesse de l'oxygène. L'air est difficile à respirer malgré l'absence de dioxyde de carbone.

b-7- Résolution du problème inverse. En général, on mesure la composition volumétrique d'un air souterrain donné et on essaye de comprendre les mécanismes qui ont conduit à cette répartition. C'est typiquement un problème inverse. Il n'est donc pas simple. On voit que l'examen de la fraction molaire du dioxyde de carbone ne peut jamais suffire. Il faut au moins mesurer les trois gaz : dioxyde de carbone, oxygène et azote. Des mesures fines de la teneur en Argon seraient intéressantes aussi. Malheureusement, ces mesures ne sont pas souvent faites simultanément.

On vérifiera que les mécanismes étudiés suffisent à retrouver les variations relevées dans les grottes (au § précédent). Seul l'excédent d'oxygène pose problème. Il provient peut-être d'un prélèvement d'azote par les plantes au sol.

4.3.7. Le rôle du sol et autres interactions

a) Le sol comme fournisseur de CO_2 et de chaleur (Musy, Soutter, 1991)

Le sol est un milieu vivant très complexe, d'épaisseur plus ou moins importante. Pour ce qui nous intéresse, on peut se limiter à quelques aspects. D'une part, le sol retient l'eau de pluie qui percole lentement à travers lui. À chaque pluie, une lame d'eau descend progressivement dans le sol en chassant l'air qui s'échappe principalement vers le haut et un peu vers le bas. On a vu au § 4.3.5.d le rôle de l'eau dans le renouvellement de l'air des grottes.

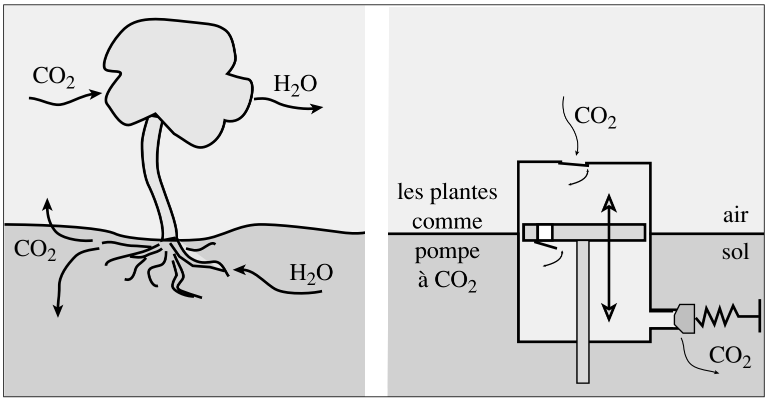


Fig. 4-29- Les plantes et le sol comme pompe à CO_2.
Le CO_2 est prélevé dans l'atmosphère à basse pression partielle et rejeté dans le sol à une plus grande pression partielle

The vegetation and the soil are CO_2 force-pumps.
On going out the pump, the partial pressure of CO_2 is increased

Mais le rôle principal d'un sol est d'être comme un compresseur à CO_2 . Le CO_2 de l'atmosphère a une fraction volumique de 0,035 % alors que l'air au voisinage des racines atteint couramment 1% mais peut monter jusqu'à 5% ou plus.

On peut représenter l'action du couvert végétal et du sol par le schéma présenté ci-contre.

Au point de vue chimique, la photosynthèse au niveau du feuillage peut *grosso modo* se résumer à l'équation suivante :

$$6\ CO_2 + 6\ H_2O\ + \text{photons solaires} \Rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2 \quad (4.59)$$

Alors que la respiration au niveau racinaire se ramène à la relation inverse :

$$C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2 \Rightarrow 6\ CO_2 + 6\ H_2O\ + 2825\ \text{kJ} \quad (4.60)$$

Mais la boucle ne se referme pas. Le végétal dans sa phase de croissance privilégie la première réaction (photosynthèse) ce qui lui permet d'augmenter sa masse. Les sucres produits servent à synthétiser une grande quantité de molécules. Au contraire à la mort du végétal, c'est la réaction d'oxydation qui est prépondérante, via l'action des bactéries du sol. Le bilan énergétique est un transfert de l'énergie solaire dans le sol, transfert qui se ferait directement si la végétation n'existait pas.

L'oxygène nécessaire à l'oxydation dans le sol est pris à l'atmosphère. Le bilan total de l'oxygène est nul. Le nombre de moles de CO_2 étant égal au nombre de moles d'oxygène, la fraction molaire du CO_2 augmente de la même quantité que diminue celle de l'oxygène (par exemple 20 % de O_2 pour 1 % de CO_2). On a déjà vu cette propriété au § 4.3.6.b-4.

La production de CO_2 d'un sol subit des variations journalières importantes (facteur 4 entre mini et maxi pour les zones tempérées) avec un maximum vers 14 h, et des variations saisonnières importantes aussi, par exemple de 50 à 450 $mgCO_2/(m^2.h)$ (Musy, 1991 p. 147).

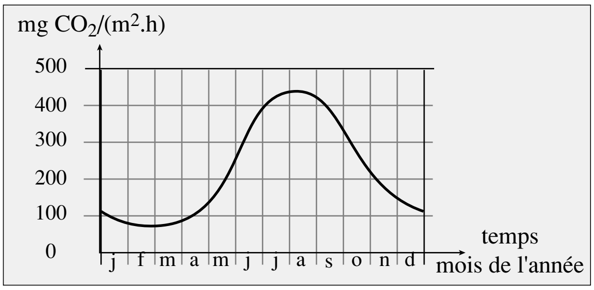


Fig. 4-30- La production de CO_2 d'un sol argileux au cours de l'année

CO_2 producted by soil versus time (after Musy, 1991)

Les plantes ont réussi à diminuer la teneur en CO_2 de l'atmosphère terrestre primordiale parce qu'une partie des matières organiques a été soustraite à l'oxydation. C'est le cycle du carbone qu'on examinera plus loin (§ 4.5.2.c).

b) Action mécanique de l'alternance gel-dégel près des entrées : cryoclastie (Ciry 1962)

Ces processus sont bien connus en montagne. Dans les cavités, le gel des suintements d'eau entre les joints de strate ou les fissures joue comme un coin mécanique et exerce une grande force de destruction. La roche est ainsi débitée en fragments d'allure anguleuse facilement reconnaissable. Ce processus peut s'étendre à quelques centaines de mètres des entrées. Bien entendu, il ne s'exerce qu'aux entrées aspirantes l'hiver (entrée basses).

c) Les dépôts d'origine éolienne

Le vent transporte des particules solides. Ce sont d'abord les cristaux de glace provenant de la solidification des gouttes d'eau. Ensuite, on trouve les cristaux de sel marin et de minuscules grains de sable provenant des grandes tempêtes dans les déserts (Sahara …) ou d'éruptions volcaniques. À certaines époques, les pluies sont rougies par ce sable (les fameuses pluies de sang du Moyen Âge, de sinistre présage). Les pare-brise des voitures sont alors colorés par ces limons sableux. La masse transportée est considérable mais la teneur est très variable au cours du temps. Les poussières qu'on trouve dans l'air, doivent être suffisamment ténues pour que leur vitesse de chute soit très inférieure à la vitesse moyenne du vent (loi de chute = loi de Stokes $v = 3.10^4\ \rho\ d^2$, ρ = masse volumique de la particule sphérique, d = diamètre). Cela conduit à des poussières en général de taille inférieure à 10 µm. La concentration tourne autour de 0,2 mg/m^3. La quantité de poussières dans l'air se mesure au moyen d'un aéroscope.

Le dépôt de poussières sur le sol est d'environ 10 $g/(m^2.mois)$. Cette quantité est considérable, puisqu'elle correspond au bout d'un million d'années à une masse de poussière de 120 tonnes par mètre carré, soit une épaisseur équivalente de 50 m. Bien entendu, cette poussière est entraînée par l'eau de percolation, et certains pensent que c'est cette poussière qu'on retrouve dans les dépôts souterrains. Les entrées de cavités avec courant d'air aspirant laissent entrer aussi ces poussières. Certaines galeries très anciennes présentent un aspect qui pourrait évoquer un tel dépôt. Mais c'est bien entendu, l'eau, le vecteur naturel de ces poussières et sables à l'intérieur du karst. Le rôle de l'air est ici secondaire.

4.4. Évaporation - condensation, compression et karstogenèse

L'atmosphère des grottes est en général proche de la saturation dans les climats tempérés ou tropicaux. Son humidité relative est alors voisine de 100 %. En revanche dans les zones désertiques, le taux d'humidité peut être plus faible. Les phénomènes, dont nous allons nous occuper, surviennent dans les zones du système karstique à air presque saturé.

La compréhension du creusement des cavernes, ou encore karstogenèse, repose sur un ensemble de mécanismes associés à des facteurs favorisants (conditions aux limites, caractéristiques structurales ou lithologiques, grandeurs de tension comme la pression, la température, la concentration en dioxyde de carbone, l'humidité spécifique). Nous présenterons, sans exhaustivité, plusieurs mécanismes assez compliqués qui jouent un rôle dans cette vaste question.

Mais tout d'abord : pourquoi l'air atmosphérique externe n'est-il pas saturé en vapeur d'eau alors qu'il est au contact des océans ? En effet, au contact de grandes surfaces d'eau, l'air devient naturellement saturé. S'il ne le reste pas, c'est essentiellement dû à l'instabilité de l'atmosphère, causée par le chauffage solaire. Le soleil chauffe de préférence le sol ou l'eau de mer car l'air atmosphérique est peu absorbant. Ce chauffage solaire crée donc naturellement un gradient de température négatif favorable à l'instabilité. Cette instabilité est à l'origine des mouvements ascendants de l'atmosphère. Les températures suivent alors l'adiabatique humide et la vapeur d'eau en excès se condense et retombe au sol sous forme de pluie. L'air a perdu une partie de sa vapeur et si un mouvement descendant le ramène au voisinage du sol (adiabatique sèche), son humidité pourra diminuer considérablement.

C'est encore le même phénomène qui se produit à l'occasion du Föhn. L'air humide poussé par le vent d'est de la plaine du Pô vers la France franchit la chaîne des Alpes. L'air en montant se débarrasse d'une partie de sa vapeur (adiabatique humide) et en redescendant le versant français, cet air suit une adiabatique sèche et se retrouve dans les vallées alpines avec une température plus élevée et une humidité basse. La différence de température sur les deux versants, pour une altitude égale, peut atteindre 5 °C, car sur 1000 m de montée la différence entre l'adiabatique sèche et l'adiabatique humide atteint cette valeur. Ce phénomène existe aussi, mais à échelle réduite, dans les circulations de l'air souterrain.

Le taux d'humidité est lui aussi très variable d'une région du globe à une autre. Dans le désert, le taux d'humidité est faible. L'effet thermique dû à l'évaporation de l'eau est très important (cf. § 1.5.1). En revanche, dans les zones équatoriales, la saturation est presque atteinte. L'air ne peut guère provoquer d'évaporation.

4.4.1. Les études antérieures (je remercie Philippe Audra qui m'a communiqué les références des § b et c)

a) Premières analyses qualitatives

Les phénomènes de condensation ont été décrits par différents auteurs. En particulier, la condensation occulte a longuement été évoquée pour expliquer la permanence des sources en été. L'application aux phénomènes de corrosion et à la spéléogenèse est plus récente. Félix Trombe (1952, p. 121-124) a discuté les conditions d'évaporation et de condensation, et a analysé les possibilités de corrosion de l'eau de condensation très agressive. Mais il n'a pas donné de débits ni de vitesse de corrosion. Bourgin a proposé un mécanisme très efficace de production d'eau (cf. 1.5.1.f).

Agressivité de l'eau de condensation. L'eau de condensation est agressive, prête à attaquer le calcaire en fonction de la teneur de l'air en dioxyde de carbone. Ce mécanisme existe aux entrées, mais nous verrons plus loin qu'il peut concerner la zone profonde du karst, via un mécanisme subtil lié au gradient géothermique et aux crues. L'évaporation en revanche conduit au résultat inverse, car elle concerne uniquement l'eau. Le bicarbonate éventuellement dissous dans l'eau reste dans la phase liquide, d'où un concrétionnement éventuel.

b) Le modèle de Szunyogh pour les karsts hydrothermaux (1982, 1989)

Müller en Hongrie s'est intéressé aux karsts hydrothermaux et a proposé un mécanisme de formation des coupoles et des niches de corrosion caractéristiques des grottes de ce type. Gabor Szunyogh (1982, 1989) a développé une théorie basée sur le modèle physique suivant. L'eau thermale est plus chaude que la roche encaissante. Il suppose un régime thermique établi et permanent dans lequel un flux de chaleur issu de l'eau se perd dans la roche au loin. Il y a donc un gradient de température constant et négatif à partir de l'eau. Les poches d'air, au-dessus de l'eau, contiennent du CO_2 et un courant de vapeur part de la surface de l'eau et vient se condenser dans le haut des fissures pouvant exister.

Comme la déformation des isothermes due à la présence de la fissure favorise un gradient de température plus grand, ces fissures sont donc plus corrodées que le reste, et la forme de la fissure a tendance à évoluer vers un sphéroïde. On néglige les variations de températures dans l'air. Szunyogh n'a jamais parlé de la circulation karstique au loin, mais on verra dans la discussion qu'elle est indispensable à la validité de son modèle.

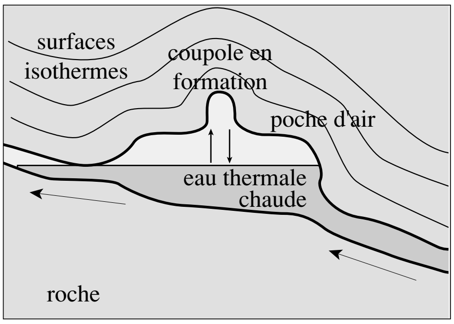


Fig. 4-31- Modèle conceptuel de Szunyogh

The Szunyogh conceptual model thermal hot water and temperature gradient

Deux équations (en plus d'équations purement géométriques) sont utilisées dans le modèle de Szunyogh. La première provenant de Ernst (1961) lie la masse corrodée à la masse condensée. Elle s'écrit (nous corrigeons au passage une petite erreur sur les unités) :

$$\dot{m}_{calcaire} = (k\ p)^{1/3}\ \dot{m}_{vap} \qquad (4.61)$$

$\dot{m}_{calcaire}$ est le débit masse de calcaire corrodé, et $\dot{m}_{vap}$ le débit masse de vapeur condensée.

$k = 7{,}48.10^{-10}$ à 20 °C, p est la pression partielle relative du CO_2 dans l'air.

Cette relation traduit la corrosion du calcaire à l'équilibre chimique pour un système à air renouvelé. Ici, l'air n'est pas renouvelé. Qu'est ce qui maintient alors la pression partielle du CO_2 ? L'eau thermale se refroidit en traversant les couches calcaires plus froides. Cette variation de température provoque un glissement de l'équilibre chimique. Cette eau reprend donc un peu d'agressivité et peut accueillir l'eau chargée de calcaire qui retombe après condensation dans la coupole sans provoquer un concrétionnement. On voit que la condensation provoque une corrosion, mais que l'eau passant dans les conduits les corrode aussi directement. L'intérêt de l'eau de condensation est qu'elle est parfaitement agressive (ne contenant pratiquement pas de bicarbonate dissous).

La seconde équation permet de calculer le débit de vapeur condensée par un simple argument énergétique en écrivant que le flux de chaleur convecté par la vapeur est évacué par conduction thermique dans la roche, soit la relation :

$$L\ \dot{m}_{vap} = -\ \lambda_c\ A\ \frac{\partial T}{\partial r} \qquad (4.62)$$

Dans cette relation L est la chaleur latente de condensation ($2{,}5.10^6$ J/kg), λ_c est la conductivité thermique du calcaire, A est la surface de condensation et $\partial T/\partial r$ est la gradient de température. Le phénomène est traité en régime permanent et à pression constante.

À partir de ce modèle, Szunyogh calcule l'évolution d'une fissure en coupole et fournit la vitesse de corrosion qui s'écrit (après correction d'une faute de frappe dans le terme quadratique) :

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{\lambda_c}{\rho_c\ L}(k\ p)^{1/3}\left[1 + \frac{1}{R^2}\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)^2\right]\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r\,=\,R} \qquad (4.63)$$

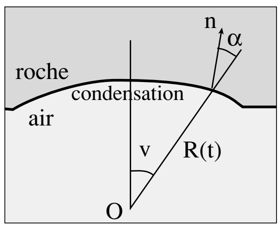


Fig. 4-32- Le schéma du calcul de la coupole

Cupola notations for the Szunyogh model

Il calcule le flux à la paroi en résolvant l'équation de conduction thermique dans la roche, en régime permanent :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{\sin v}\frac{\partial}{\partial v}\left(\sin v\ \frac{\partial T}{\partial v}\right)\right] = 0 \qquad (4.64)$$

Avec comme conditions aux limites :

$$\text{pour } r = R(v,\ t) \qquad T(r,\ v,\ t) = T_0$$

$$\text{pour } r \to \infty \qquad T(r,\ v,\ t) = T_k - (T_0 - T_k)\cos v.\ \frac{r}{H}$$

Et comme condition initiale :

$$\text{pour } t = 0 \qquad T(r,\ v,\ t) = f(r,\ v) \quad \text{et} \quad R(v,\ t) = R_0(v)$$

La forme initiale peut être quelconque. La condition initiale sur le champ thermique n'a guère d'importance car le système, après un transitoire assez bref, fonctionne en régime quasi permanent. L'auteur trouve que la forme sphérique est instable et que des excroissances botryoïdes en creux (en grains de raisins en creux) peuvent se greffer sur la forme initiale.

Discussion du modèle de Szunyogh. Le modèle est simple, et semble bien s'appliquer aux grottes hydrothermales. Le seul point faible de ce modèle est l'hypothèse qu'il existe à une certaine distance verticale de la coupole un gradient de température constant dont la valeur est fixée à $(T_0 - T_1) / H$.

On a vu au § 1.4.2.b, qu'un choc en température (ici T_0) ne présente pas de solution permanente à gradient constant. Au contraire, les gradients diminuent dans le temps et les flux aussi. On ne voit donc pas comment le processus pourrait se maintenir permanent sans la présence d'une circulation d'eau plus froide venant récupérer la chaleur de l'eau chaude. L'apport de chaleur provient du refroidissement de l'eau thermale dans sa remontée. En l'absence d'une eau froide se renouvelant, le refroidissement se ferait de moins en moins bien, au fur et à mesure que le gradient thermique dans la roche diminuerait. Cette eau froide est donc nécessaire dans le modèle de Szunyogh. Il est vrai qu'en son absence et au bout d'un temps très long, le gradient thermique diminuerait de valeur jusqu'à passer au-dessous du gradient géothermique, qui, lui, peut rester constant. Est-ce que Szunyogh utiliserait la valeur numérique du gradient géothermique ? Il ne donne pas d'indication à ce sujet. Mais le dessin dans l'article (figure 4, 1989 p. 767) permet de mesurer la vitesse de creusement qui vaut pour une pression partielle de 8 % de CO_2 :

$$\frac{\partial R}{\partial t} = 5{,}53.10^{-13}\ \text{m.s}^{-1} \qquad \text{soit} \qquad 17\ \text{mm/millier d'années} \tag{4.65}$$

et la formule de la vitesse de creusement (pour v = 0) nous fournit donc le gradient :

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{\lambda_c}{\rho_c L} (k\ p)^{1/3} \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{r = T \text{ et } v = 0} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial T}{\partial z} = 4{,}5\ °\text{C/m} \tag{4.66}$$

Cette valeur de 4,5 °C/m est 150 fois le gradient géothermique habituel (0,03 °C/m). On peut penser que dans les régions hydrothermales le gradient est plus élevé, donc le rapport moins grand. Néanmoins cette valeur élevée montre qu'il faut un mécanisme pour la maintenir. Nous en avons proposé un, l'eau froide. Mais la vitesse de corrosion est donc très variable suivant les conditions locales puisqu'elle est directement proportionnelle au gradient thermique. On remarque qu'un gradient géothermique de 0,03 °C/m fournirait seulement une vitesse de corrosion de 0,1 mètre par million d'années, soit encore 280 kg par million d'années et par m^2 de surface.

Le mécanisme de Szunyogh est donc intéressant. Il ne peut fournir une vitesse de corrosion à cause de l'inconnue que représente le gradient local de température, mais les aspects géométriques ne dépendent pas de cette vitesse de corrosion.

On remarque par ailleurs que les figures obtenues par Szunyogh ressemblent aux figures de coupoles obtenues par Lismonde (2000), bien que les processus ne soient pas du tout les mêmes. Ici un gradient thermique constant, là, une fluctuation aléatoire des mises en charge. La raison en est que, dans les deux modèles, la corrosion augmente avec l'altitude du point à la surface de la coupole.

c) Le modèle de Mucke, Viker, Wadewitz pour les pertes de ruisseaux (1983)

Mucke, Viker et Wadewitz (1983) proposent un modèle de corrosion dans des conditions différentes. Ils se placent près d'une entrée de réseau et étudient le creusement par condensation dans une cloche de plafond. Pendant l'été, une crue qui survient, peut mettre le réseau en charge, et la cloche sous pression. La différence de température permet une évaporation de l'eau et sa condensation sur la voûte. Suivant la relation entre la coupole et le courant sous-jacent, la forme obtenue peut être sphérique, anisotrope si le calcaire l'est, ou aplatie si la coupole est peu marquée et le courant important. Des études plus anciennes se rattachent à ce phénomène (Shaw, 1992, p. 169).

La compression de l'air dans la cloche permet une augmentation de la pression partielle du CO_2 et donc des possibilités de corrosion. La différence des températures entre l'eau et la roche favorise l'établissement d'une cellule de convection avec évaporation sur la surface de l'eau et condensation sur la voûte. Un film d'eau s'établit sur la roche et renvoie dans l'eau le bicarbonate de calcium issu de la corrosion.

Pour calculer le débit d'évaporation par unité de surface sur l'eau, ils proposent une relation empirique avec ou sans courant d'air :

$$\dot{m}_e = 6{,}94.10^{-3} \left(1 + 0{,}8\ v\right) \left(w_e - w_a\right) \qquad (4.67)$$

Dans cette relation, $\dot{m}_e$ est le débit masse d'eau évaporée par unité de surface en $kg.m^{-2}.s^{-1}$, v est la vitesse du courant d'air, w_e est l'humidité spécifique de l'air au contact de l'eau (saturation à la température de l'eau chaude), alors que w_a est l'humidité spécifique dans l'air de la cloche. On peut penser que cette humidité est intermédiaire entre les humidités de l'air au contact de l'eau, et de l'air au contact de la voûte, mais ce n'est pas précisé. Cette relation est empirique et résulte d'essais expérimentaux (cf. § 1.5.6).

En supposant le processus suffisamment lent pour que l'équilibre chimique soit atteint, ils en déduisent une vitesse de corrosion (qui est un maximum possible). Par exemple, pour une écart de température de 6°C entre eau et roche, soit 3°C entre eau et air, et pour une pression partielle relative de 0,03 %, celle de l'atmosphère, ils trouvent une épaisseur dissoute de 12 mm/mille ans. Mais cette vitesse est fort exagérée puisqu'il faut la multiplier par le taux de crue (durée des crues dans l'année divisée par la durée de l'année). Si on adoptait un taux de crue de 1/12, cela ramènerait la vitesse à 1 mm par mille ans.

Un autre facteur va dans le sens d'une augmentation de cette vitesse de corrosion, c'est l'augmentation de la pression partielle de CO_2 dans la cloche liée à la compression. Les auteurs n'ont pas pris en compte cet effet.

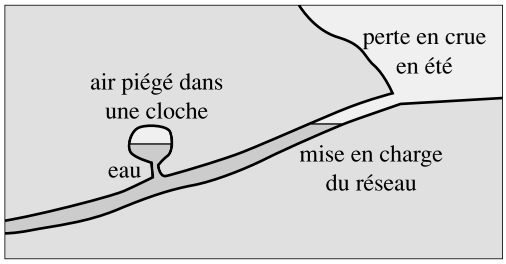


Fig. 4-33- Le modèle conceptuel de Mucke et al de fluctuation de la pression

The Mucke conceptual model based on the fluctuations of the pressure

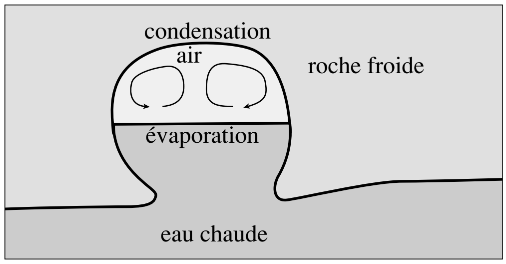


Fig. 4-34- La corrosion des coupoles dans le modèle de Mucke et al

The corrosion of the cell in the Mucke model

Discussion du modèle de Mucke. Le modèle physique est valable. Il suppose une différence de température entre l'eau et la roche. Il est basé sur des fluctuations de deux sortes. D'une part, fluctuations saisonnières de la température et d'autre part fluctuations irrégulières du niveau piézométrique.

La relation empirique adoptée par eux est très proche de celle proposée par Porcher (cf. § 1.5.6). Elle est empirique et ne repose pas sur des bases théoriques très solides. Nous proposons dans le chapitre suivant une étude détaillée de ces phénomènes.

4.4.2. Étude détaillée de l'évapo-condensation

La question de la condensation est intéressante non seulement pour la corrosion mais aussi pour l'étude des apports d'eau occultes. La relation fournie dans Mucke et al (1983) pour le débit masse d'évaporation est empirique et concerne les systèmes de climatisation des maisons. On trouve aussi des relations dans les ouvrages d'hydrogéologie (Llamas, 1993). On va essayer de trouver une relation plus adaptée au problème spécifique de l'évaporation souterraine.

On a déjà vu le phénomène de condensation qui survient quand de l'air chaud pénètre dans une cavité, ou encore le phénomène d'évaporation qui assèche les parois quand l'air est froid. Le modèle étudié ici est celui d'une cavité sans courant d'air avec un cours d'eau de température inférieure ou supérieure à la température profonde de la roche, et qui pénètre dans le réseau souterrain.

Nous analyserons d'abord les transferts de chaleur entre l'eau et la voûte par rayonnement et convection naturelle. Puis nous en déduirons par l'analogie de Lewis les transferts de vapeur d'eau. Ensuite, nous examinerons la modification du terme de poussée d'Archimède du fait de la vapeur d'eau. Enfin, à l'occasion d'un calcul numérique prenant en compte l'évolution de la température dans la roche par conduction, nous essayerons de quantifier la production totale d'eau de condensation à l'occasion d'un événement brutal (une crue par exemple) ou au cours d'oscillations annuelles. Décrivons les deux phénomènes qui peuvent se produire successivement (au cours de l'année par exemple).

a) Eau chaude et paroi froide (régime estival)

En régime estival, l'eau qui pénètre sous terre a une température supérieure à la température de la roche. L'air, qui est au contact de l'eau, se charge en vapeur d'eau car un air à saturation contient d'autant plus de vapeur qu'il est plus chaud. La pression de vapeur au contact de la surface de l'eau est égale à la pression de vapeur saturante. Cet air est à la fois moins dense du fait de sa température et moins dense du fait de sa composition (la vapeur d'eau est moins dense que l'air). Il amorce ainsi une cellule convective qui l'amène au voisinage de la voûte de la galerie. Cet air rencontre une voûte plus froide. Comme l'air est saturé, cette voûte joue le rôle de paroi froide de Watt et un peu d'eau se condense sur la voûte (l'air refroidi se retrouve en effet avec un excédent de vapeur d'eau).

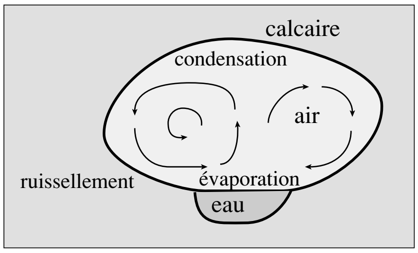


Fig. 4-35- Évaporation - condensation avec de l'eau chaude et paroi froide

Evapo-condensation with hot water and cold wall

b) Eau froide et paroi chaude (régime hivernal)

En régime hivernal, l'eau qui se perd dans une grotte à une température plus basse que celle de la voûte de la galerie. L'air au contact de cette eau a tendance à se refroidir et, s'il était saturé, perdrait de la vapeur par condensation sur l'eau. De ce fait il est plus dense que l'air au-dessus, à la fois à cause de sa température et à cause de son humidité absolue. Cette configuration est stable et en l'absence de courant d'air, il ne se produira aucune convection naturelle donc aucune évaporation importante.

c) Rôle du gradient géothermique

Nous avons estimé plus haut (cf. § 4.3.2.f) l'augmentation de température de l'eau dans les zones profondes du fait du gradient géothermique. Pour une eau d'infiltration correspondant à une hauteur d'un mètre annuel, l'eau voit, à cause du flux géothermique, une montée moyenne de température de 0,44 °C. Cet effet n'est pas uniforme tout au long de l'année. Les périodes de basses eaux correspondent à l'augmentation de température maximale. Les périodes de fonte de neige avec de gros débits correspondent à l'effet minimal. De même, les crues en mettant en charge les réseaux, font sortir l'eau du réseau de fentes (partie capacitive du réseau de drainage hydrologique). Il a souvent été observé qu'au début des crues, la température de l'eau des résurgences augmente tout d'abord, pour diminuer plus tard. Cet effet de chasse au moment des crues permet à la température de l'eau courante d'être momentanément plus élevée que celle de la roche environnante. On doit pouvoir observer des différences jusqu'à un degré ou plus, au moment des crues.

d) Conséquences pour le creusement des cavités

On en déduit que l'été et à proximité des entrées, une galerie sans courant d'air, mais parcourue par un écoulement d'eau, est soumise à un ruissellement sur ses parois alors que l'hiver les parois ne suintent pas, du moins à cause de la condensation. Cette eau de condensation ne contient pas d'ions calcium, elle est donc agressive pour la roche. Ainsi, la corrosion à l'air libre des parties supérieures non ennoyables des galeries dans les zones d'entrées des cavités, se fait principalement durant l'été (du moins avec ce mécanisme).

Dans les parties profondes des cavités situées dans la zone de battement du niveau piézométrique, les crues engendrent une augmentation de la température de l'eau et donc un phénomène de transfert par évaporation-condensation à cause de l'écart de température. Cela fournit un mécanisme de corrosion pour les zones profondes. Ce mécanisme de creusement dans la zone profonde peut jouer à n'importe quel moment de l'année, et pas seulement l'été.

4.4.3. Calcul des transferts de chaleur et de masse

Considérons un débit d'eau dont la température se trouve plus élevée que la température des parois. L'eau chaude qui arrive dans la galerie plus froide réchauffe immédiatement les parois mouillées (par convection-conduction). Le réchauffement des parois et de la voûte se fait par deux mécanismes : d'une part le rayonnement infrarouge émis par la roche au contact de l'eau et par l'eau elle-même, d'autre part la convection naturelle à partir de l'eau chaude. Le mécanisme de rayonnement n'intervient pas directement dans la production de vapeur. Il n'interviendra qu'indirectement en réchauffant les parois et en atténuant, de ce fait, les phénomènes de convection qui engendrent la condensation. C'est donc un mécanisme limitant.

a) Rôle du rayonnement

Calculons le flux échangé par rayonnement pour une différence de température ΔT entre la surface de l'eau (ou de la roche à son contact) et la surface de la voûte. Quand les écarts de température sont faibles et pour une émissivité égale à 1 (ce qui semble être le cas des parois des cavités naturelles), la densité de flux échangé est donnée par la relation issue de la loi de Stefan-Boltzmann linéarisée (cf. § 1.4.6) :

$$\varphi = 2{,}28.10^{-7}\,(273+T)^3\,\Delta T \quad \text{(en W.m}^{-2}\text{)} \tag{4.68}$$

T est ici donnée en °C. Pour une température moyenne des parois de 10°C, cela donne :

$$\varphi = 5{,}17.\Delta T \quad \text{(en W.m}^{-2}\text{)} \tag{4.69}$$

Pour un écart de température de $0{,}1°C$, la densité de flux est donc $0{,}5\ W/m^2$ à comparer à celle qu'on trouvera plus loin de $0{,}18\ W/m^2$ par convection. Et pour un écart de température de $1°C$, la densité de flux est de $5{,}2\ W/m^2$ à comparer à $2{,}5\ W/m^2$ pour la convection. Ce flux de rayonnement est donc en permanence supérieur au flux de convection.

La surface qui intervient dans le calcul du flux total est la surface plane de l'eau. Les autres surfaces sont plus grandes, mais il est facile de montrer que le facteur d'angle à prendre en compte dans le calcul, ramène cette surface de la voûte à une surface plane équivalente (cf. figure ci-contre). Ce flux étant déterminé, on calcule la densité réelle de flux au niveau de la voûte, en considérant la surface réelle de la voûte. La densité de flux de rayonnement net reçu par la voûte est donc inférieure à la densité émise par l'eau. Ce sont les flux et non les densités de flux qui sont les mêmes.

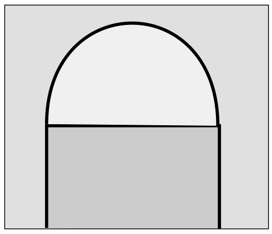


Fig. 4-36- Pour le transfert par rayonnement, les deux surfaces en vis-à-vis sont équivalentes. Le flux se calcule à partir de la surface de l'eau (cf. texte)

For the radiant transfer, the utile surface is the plane surface

b) Le transfert de chaleur (sensible)

La donnée de l'écart initial des températures et de la configuration géométrique permet de calculer le transfert de chaleur et de masse. Rappelons le principe du calcul (cf. § 1.4.4). L'écart des températures et la surface de l'interface eau-air caractérisée par un diamètre équivalent, conduisent au nombre de Rayleigh :

$$Ra = \frac{gD^3}{\nu\, a}\,\frac{\Delta T}{T} \tag{4.70}$$

Dans cette relation, g est l'accélération de la pesanteur ($g = 9{,}81\ m/s^2$), ΔT est l'écart de température entre l'eau et la roche (en °C comme T), D est le diamètre équivalent de l'interface eau-air, ν est la viscosité cinématique de l'air ($15.10^{-6}\ m^2/s$) et a est la diffusivité thermique de l'air (1,43 fois la viscosité cinématique). Dans le nombre de Prandtl, le groupement $\Delta T/T$ représente au signe près $\Delta\rho/\rho$ écart relatif des masses volumiques, responsable du mouvement de convection. L'ordre de grandeur de la vitesse de convection est donné par :

$$V \approx \sqrt{g\,D\,\frac{\Delta T}{T}} \tag{4.71}$$

Cette relation est analogue à la formule de Torricelli.

Pour les très faibles écarts des températures, deux phénomènes limitent la mise en mouvement du fluide. Le premier est la viscosité qui empêche tout mouvement pour un nombre de Rayleigh inférieur à 1700. Cela ne pourra arriver que pour des diamètres très petits. Le deuxième est la compressibilité de l'air. Le gradient limite, pour l'instabilité, est le gradient adiabatique humide qui vaut à peu près -0,005°C par mètre. Il faut donc que la température de l'eau dépasse celle de la voûte d'au moins 5/1000 °C par mètre de hauteur de voûte pour qu'un mouvement puisse s'amorcer.

L'examen de la valeur numérique de ce nombre de Rayleigh permet de savoir si le régime d'écoulement de l'air dans la cellule convective est laminaire ou turbulent. L'écoulement sera laminaire pour un nombre de Rayleigh compris entre 1700 et 300 000 et turbulent au-delà.

Pour des coupoles de l'ordre de 1 m de diamètre et plus, et pour des écarts de température supérieurs à 1/10 de degré, l'écoulement dans la cellule convective est turbulent. Essayons de trouver, parmi les résultats d'expériences publiées, une corrélation entre le nombre de Nusselt de l'échange moyen, et le nombre de Rayleigh, qui soit utilisable dans notre problème. Définissons d'abord le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{\Phi}{\lambda \; \Delta T/D \; S} \tag{4.72}$$

Φ est le flux échangé (en W), λ est la conductivité thermique de l'air (en W $m^{-1}K^{-1}$), ΔT est la différence des températures entre l'eau et la voûte (en K ou en °C), D est le diamètre équivalent de la surface d'échange S (en m^2). En milieu extérieur, une plaque chauffée par le dessus, échange de la chaleur avec le milieu extérieur d'après la relation sans dimension :

$$Nu = 0{,}15 \; Ra^{1/3} \tag{4.73}$$

En milieu confiné, un disque échange avec un autre disque placé plus haut, suivant la relation (fournie par Globe et Dropkin en 1959 et citée par Incropera p. 518) :

$$Nu = 0{,}069 \; Ra^{1/3} \qquad \text{si} \quad 3.10^5 < Ra < 7.10^9 \tag{4.74}$$

Dans notre cas, la paroi latérale participe à l'échange. Il faudrait trouver une corrélation adaptée, intermédiaire entre les deux précédentes. Mais il ne faut pas se faire d'illusions. La géométrie des cloches ou voûtes naturelles est forcément compliquée. Nous nous contenterons donc de la corrélation approchée : $Nu = 0{,}1 \; Ra^{1/3}$. On en déduit alors le flux de chaleur en Watt :

$$\Phi = 0{,}1\lambda \; S \left(\frac{g}{\nu \; a \; T}\right)^{1/3} \Delta T^{4/3} \tag{4.75}$$

Dans le cas d'un air à 10°C, la relation s'écrit : $\frac{\Phi}{S} = 1{,}24 \; \Delta T^{4/3}$ (4.76)

Les propriétés physiques de l'air varient avec la température. Quand on calcule la densité de flux pour différentes températures, on trouve qu'elle peut s'exprimer par la relation suivante (la température θ est exprimée ici en °C) :

$$\varphi = (1{,}271 - 0{,}0033 \; \theta) \; \Delta T^{4/3} \tag{4.77}$$

c) Le transfert de chaleur latente, analogie de Lewis

La puissance calculée au-dessus est celle qui est transférée de l'eau à l'air, puis à la voûte, sous forme de chaleur sensible (liée à l'augmentation de température). Or la chaleur latente liée à l'évaporation n'est pas négligeable. Ce deuxième transfert est lié à l'évaporation à la surface de l'eau, puis à la condensation sur la voûte (transfert de masse). On a déjà vu plus haut que les deux diffusivités, thermique et massique, de la vapeur d'eau dans l'air sont très voisines. On en déduit que la loi du transfert de masse est de la même forme que celle du transfert de chaleur (Sacadura 1988). Le nombre de Sherwood, qui est l'équivalent du nombre de Nusselt pour les transferts de masse, a même expression.

L'enthalpie spécifique de l'air humide s'écrit (cf. § 1.1.5.g) :

$$dh = c_p dT + L \; dw_s \quad \Rightarrow \quad \frac{dh}{c_p} = dT + \frac{L}{c_p} dw_s \tag{4.78}$$

Dans cette expression h est l'enthalpie spécifique de l'air humide (en J/kg d'air sec), c_p est la capacité thermique massique à pression constante de l'air (en J.kg^{-1}. °C^{-1}), L est la chaleur latente de vaporisation de l'eau (en J/kg) et w_s est l'humidité spécifique de l'air à saturation (en kg de vapeur par kg d'air sec). On a négligé l'enthalpie liée à la chaleur sensible de la vapeur d'eau.

L'analogie de Lewis traduit la propriété vue ci-dessus. Il suffit de remplacer l'écart de température par l'écart d'enthalpie divisé par c_p de l'air, pour obtenir la loi d'échange en terme d'enthalpie. Dans ce paragraphe on néglige d'abord le rôle de la vapeur d'eau dans la poussée d'Archimède, car ce rôle est en général modeste (cf. § e). On suppose que les variations d'enthalpie ou de température sont petites et on assimile les petites variations à des différentielles physiques (quantités petites).

$$\Phi_{sens} + \Phi_{lat} = 1{,}27\,(1\text{-}0{,}003\ T)\,\Delta T^{1/3}\,\frac{\Delta h}{c_p}\ S = 1{,}27\,(1\text{-}0{,}003\ T)\,\Delta T^{1/3}\left(\Delta T + \frac{\Delta w_s\, L}{c_p}\right) S \qquad (4.79)$$

D'où, en retranchant la puissance sensible, on obtient :

$$\Phi_{lat} = \dot{m}_v\, L = 1{,}27\,(1 - 0{,}003\ T)\,\Delta T^{1/3}\ \frac{L}{c_p}\frac{dw_s}{dT}\,\Delta T\ S \qquad (4.80)$$

$$\frac{\dot{m}_v}{S} = 1{,}27\ .\ 10^{-3}\,(1 - 0{,}003\ T)\,\frac{dw_s}{dT}\,\Delta T^{4/3} \qquad (4.81)$$

Ce qui donne pour une température T voisine de 10°C :

$$\frac{\dot{m}_v}{S} \approx 1{,}24\ .\ 10^{-3}\ \frac{dw_s}{dT}\,\Delta T^{4/3} \qquad (4.82)$$

Comparons cette expression avec celle proposée par Mucke, Viker, Wadewitz en 1983 :

$$\frac{\dot{m}_v}{S} = 6{,}94\ .10^{-3}\,\frac{dw_s}{dT}\,\Delta T \qquad (4.83)$$

Leur expression est linéaire en ΔT au lieu d'être en puissance 4/3 et leur coefficient est plus grand que celui que nous avons adopté d'un facteur 5,6. Malgré cette différence, nous garderons notre expression. Car l'expression de Mucke provient des traités de climatisation et concernent des surfaces d'eau sans mouvement moyen d'air au-dessus, comme l'eau des piscines, mais pas aussi calmes que des cloches souterraines. Des expériences seraient néanmoins souhaitables pour élucider ce point.

d) Calcul de dw_s/dT

On doit calculer la différence d'humidité spécifique à saturation w_s (en kg de vapeur par kg d'air sec) à partir de la pression de vapeur saturante p_{vs} . Cette dernière est fonction de la température et très faiblement de la pression. On a proposé (cf § 1.1.4.b) :

$$p_{vs} = (a + b\ p)\,\exp\left(\frac{e\ T}{T_1 + T}\right) \qquad (4.84)$$

avec $a = 611{,}64$ Pa $b = 2{,}115.10^{-5}$ $e = 17{,}502$ $T_1 = 240{,}9$ °C

p_{vs} et p sont exprimés en Pa , et T et T_1 en °C. Pour les températures ordinaires, la pression de vapeur saturante p_{vs} est petite par rapport à la pression atmosphérique :

$$w_s = 0{,}622\,\frac{p_{vs}}{p - p_{vs}} = 0{,}622\,\frac{1}{p/p_{vs} - 1} = 0{,}622\,\frac{a + b\ p}{p\,\exp\left(\frac{-\,e\ T}{T_1 + T}\right) - (a + b\ p)} \qquad (4.85)$$

Le coefficient 0,622 traduit le fait que la vapeur d'eau est un gaz moins dense que l'air (rapport des masses molaires). On calcule la dérivée dw_s/dT , qui fournira l'écart de l'humidité spécifique à saturation pour un écart de température dT donné, et on la simplifie dans le cas de températures assez faibles comme celles des grottes :

$$\frac{dw_s}{dT} \approx 0{,}622\,\frac{(a + b\ p)}{p}\ \frac{e\ T_1}{(T_1 + T)^2}\ \exp\left(\frac{e\ T}{T_1 + T}\right) \qquad (4.86)$$

Cela conduit immédiatement au flux de masse (ou débit) de vapeur, qui pour une pression atmosphérique de 10^5 Pa s'écrit (formule approchée) :

$$\frac{\dot{m}_v}{S} \approx \frac{0{,}02}{(241 + T)^2}\ \exp\left(\frac{17{,}5\ T}{241 + T}\right)\ \Delta T^{4/3} \qquad (4.87)$$

Pour une température de T = 10°C par exemple, on trouve : $\dot{m}_v/S = 0{,}633.10^{-6}\ \Delta T^{4/3}$
à comparer à $\dot{m}_v/S = 0{,}638.10^{-6}\ \Delta T^{4/3}$ donné par la formule approchée.

Pour un écart de température de 3°C, une température de 10°C et une durée de 3 heures, il se condense une masse d'eau de 30 g par unité de surface. Ce qui est considérable, mais l'écart de température est lui aussi considérable. Pour un écart de température de 0,1 °C, on ne trouve plus que 0,3 g, ce qui est beaucoup plus modeste et réaliste.

e) Variation de la poussée d'Archimède induite par la vapeur d'eau

On a supposé au paragraphe précédent que la poussée d'Archimède restait indépendante du phénomène d'évaporation. La convection naturelle est initiée par l'écart de température de l'air entre le bas et le haut de la coupole. Cet écart entraîne un écart de masse volumique et une instabilité dès que le nombre de Rayleigh est supérieur à 1700.

La variation relative de masse volumique est représentée par le terme $\Delta T/T$ (= $3{,}53.10^{-3}\ \Delta T$ pour la température de 10°C). Les variations d'humidité spécifique à la saturation pour un écart de température de 10°C autour de 10°C vaut (10,7 - 5,5) g/kg soit $5{,}2.10^{-3}$ (kg vap)/(kg air sec). Cette variation de composition entraîne une variation de masse volumique.

Un calcul un peu fastidieux permet de démontrer le rôle de la vapeur d'eau sur le flux échangé (chaleur sensible et chaleur latente). Contentons-nous de donner le résultat sous forme d'un graphe montrant le coefficient d'augmentation des flux.

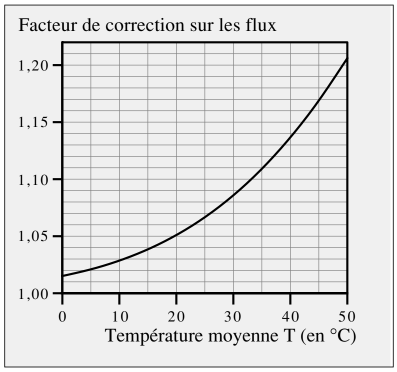


Fig. 4-37- Le facteur d'augmentation du flux ou des débits par l'augmentation de la poussée d'Archimède due à la vapeur d'eau

Flux increase coefficient (Archimedean force) versus temperature

f) Expression complète du débit de vapeur

On peut proposer une expression du débit de vapeur qui tient compte de cet effet. Il suffit de remplacer dans le nombre de Rayleigh $\Delta T/T$ par $\Delta T/T\ (1 + 1/\beta\ d\omega_s/dT)$, c'est-à-dire de remplacer le nombre de Rayleigh Ra par le nombre de Rayleigh modifié Ra' :

$$Ra' = Ra \left(1 + 9{,}8\ \frac{(273 + T)}{(241 + T)^2} \exp\left(\frac{17{,}5\ T}{241 + T}\right)\right) \qquad (4.88)$$

D'où on pourrait déduire la relation sur le débit surfacique de vapeur. Mais cette expression compliquée peut être simplifiée en :

$$\frac{\dot{m}_v}{S} \approx \frac{0{,}02}{(241 + T)^2} \exp\left(\frac{17{,}5\ T}{241 + T}\right) \Delta T^{4/3} \qquad (4.89)$$

Nous avons représenté sur les figures ci-contre, pour la solution complète, et pour différents écarts de température ΔT entre 0 et 20°C, le débit (en milligramme par seconde et par mètre carré de surface) qui se condense sur la voûte et les parois.

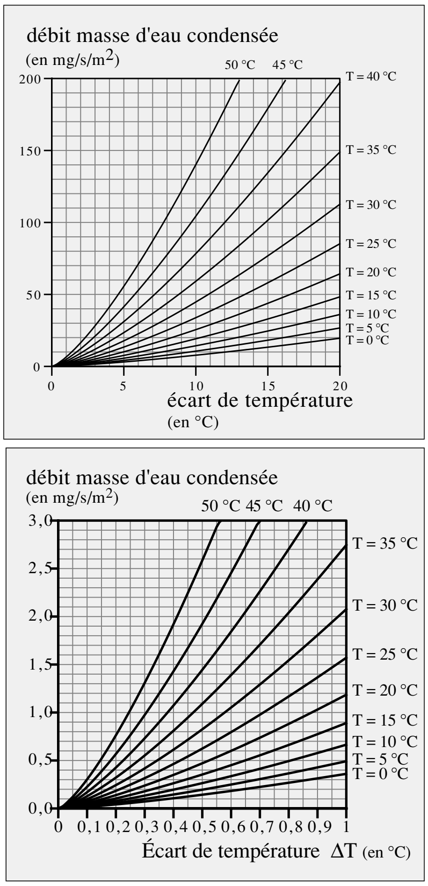


Fig. 4-38a (en haut) et 4-38b (en bas)- Le débit d'eau de condensation sur la voûte de la coupole.
ΔT est la différence des températures de l'eau et des parois,
T est la température moyenne de l'eau et des parois,
(la figure 4-38b constitue un zoom de la figure 4-38a pour les petites valeurs de ΔT)

Water condensation production versus temperature difference for different temperatures
fig 4-38b is a zooming of precedent view 4.38a for little temperature difference

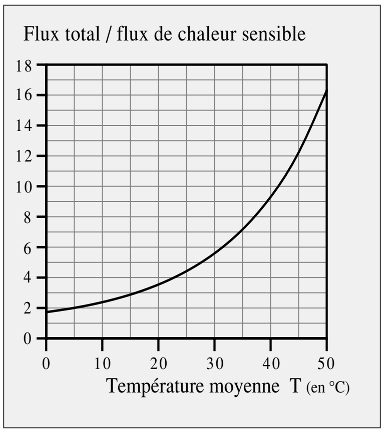


Fig. 4-39- Flux total / flux de chaleur sensible, en fonction de la température moyenne

Total flux / conduction flux, versus mean temperature

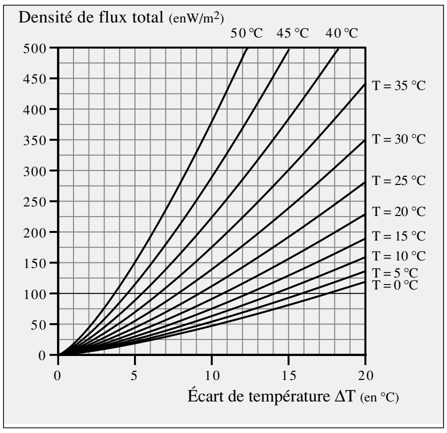


Fig. 4-40- Flux total (d'enthalpie) en Watt en fonction de l'écart de température

Total flux versus temperature difference

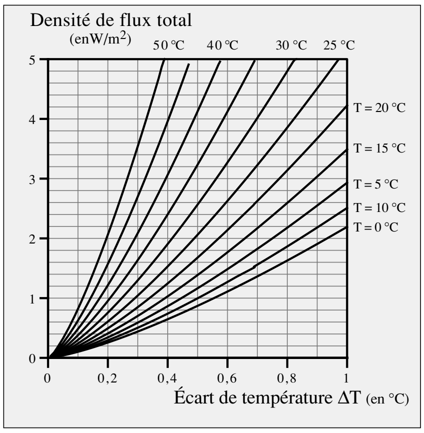


Fig. 4-41- Flux total (d'enthalpie) en Watt en fonction de l'écart de température pour différentes températures moyennes (simple grossissement de la figure précédente)

Zooming of precedent figure for little values

g) Expression du flux total échangé

Le flux total échangé est composé du flux de chaleur sensible et du flux de chaleur latente :

$$\frac{\Phi_{sens} + \Phi_{lat}}{S} = 1{,}24\ \Delta T^{1/3}\ \Delta T \left(1 + \frac{dw}{dT}\frac{L}{c_p}\right) \qquad (4.90)$$

Et en tenant compte de l'augmentation de la poussée d'Archimède, l'expression suivante (adaptée à une température de l'ordre de 15°C et numérotée 4.91) :

$$\frac{\Phi_{sens} + \Phi_{lat}}{S} \approx 1{,}24 \left(1 + \frac{45200}{(241 + T)^2}\exp\left(\frac{17{,}5\ T}{241 + T}\right)\right)\Delta T^{4/3}$$

On ne peut pas du tout négliger le transfert de chaleur latente qui représente en réalité la plus grande part du transfert convectif. Ce fait est bien connu des baigneurs qui sortent mouillés de l'eau et grelottent rapidement surtout s'il y a un peu de vent.

Nous avons représenté en haut à gauche le rapport entre le flux total convectif et le flux de chaleur sensible. On voit qu'il est nettement plus grand que 1. Ci-dessus, les figures du milieu et de droite, montrent la densité de flux total en fonction de l'écart de température pour différentes températures T.

Ci-contre, la figure montre l'importance du transport en chaleur latente, comparé à celui en chaleur sensible : l'effet de la température est spectaculaire. La correction de poussée d'Archimède est négligeable à basse température mais elle atteint 20 % à T = 50 °C. Ce que l'on avait déjà vu au § e.

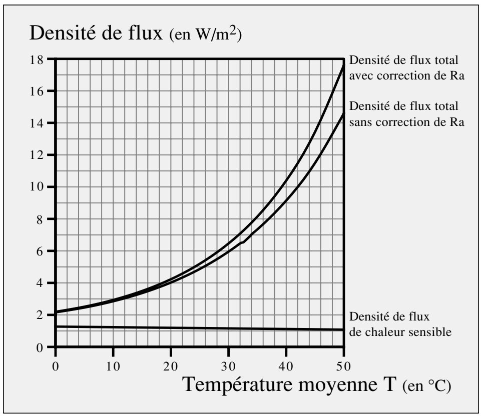


Fig. 4-42- Pour un écart de température de 1°C, flux en fonction de la température moyenne eau-roche.
En bas, la densité de flux de chaleur sensible.
Au milieu, densité de flux total sans correction de poussée d'Archimède (due à la vapeur d'eau).
En haut, densité de flux total (chaleur sensible et latente) avec correction de poussée d'Archimède

At the bottom, conduction flux, at the top total advection flux, in the middle, total flux without Archimedean correction

4.4.4. Couplage convection - conduction

a) Évolution temporelle

Lorsque l'eau se condense sur la voûte froide de la galerie, ce phénomène s'accompagne d'un dégagement de chaleur (chaleur latente de condensation). Cet apport de chaleur réchauffe la voûte et ainsi, la différence de température entre l'eau et la voûte s'amenuise. Si la température de l'eau reste constante dans le temps, la température de la voûte finit par rejoindre celle de l'eau et le phénomène de condensation s'arrête.

Pour calculer au bout de combien de temps cela arrivera, et pour connaître la quantité d'eau qui s'est condensée, il faut prendre en compte l'évolution thermique de la paroi avec la roche au voisinage. On a donc à étudier un problème de conduction instationnaire dans la roche, couplé sur la surface à un phénomène de convection et rayonnement. La résolution du problème sera faite numériquement à l'aide d'un tableur dans le cas suivant. On se donne la surface S d'évaporation et la surface S' de condensation. Par exemple pour une coupole hémisphérique S' = 2 S. Ensuite on traite le problème de conduction comme si la paroi était plane. Pour les temps courts, cette approximation est tout à fait licite si l'épaisseur de pénétration thermique e est petite devant le rayon de courbure de la surface de la galerie :

$$e = \sqrt{a_c\, t_0} \quad \text{avec} \quad a_c \approx 2.10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \quad \text{diffusivité thermique du calcaire} \tag{4.92}$$

$$e = 0{,}0014\, \sqrt{t_0} \qquad e \text{ en (m) et } t_0 \text{ en (s)}$$

Par exemple pour une montée de la température de 10 heures, comme à l'occasion d'une crue, l'épaisseur $e = 0{,}26$ m, et l'hypothèse de conduction plane est réalisée dans les galeries pénétrables par le spéléo.

En revanche, si l'épaisseur de pénétration e n'est pas petite, alors, il faudrait considérer une équation en coordonnées curvilignes, adaptée à la forme de la galerie. Cette complication, nous ne l'envisagerons pas ici. De ce fait, notre modèle numérique perdra de sa précision pour les temps longs :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\, \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{4.93}$$

On discrétise cette équation à l'aide d'un pas de temps δt et un pas d'espace δx reliés par la relation (proposée par Schmidt) :

$$a\,\frac{\delta t}{\delta x^2} = \frac{1}{2} \qquad\qquad T'(i) - T(i) = \frac{1}{2}\left[T(i+1) + T(i-1) - 2\,T(i)\right] \tag{4.94}$$

Dans la relation ci-dessus, T' est la température au temps $t+\delta t$ alors que T est la température au temps t . La relation s'écrit encore :

$$T'(i) = \frac{T(i+1) + T(i-1)}{2} \tag{4.95}$$

Le flux à la paroi se calcule en ajoutant le flux de rayonnement et le flux total de convection :

$$\varphi = \frac{\Phi_{ray}}{S'} + \frac{\Phi_{sens} + \Phi_{lat}}{S'} \tag{4.96}$$

$$\varphi \approx \frac{S}{S'}\left\{2{,}28.10^{-7}\,(273 + T_f)^3\,(T_e - T_p) + 1{,}24\,\left(1 + \frac{45200}{(241 + T_f)^2}\,\exp\!\left(\frac{17{,}5\,T_f}{241 + T_f}\right)\right)(T_e - T_p)^{4/3}\right\} \tag{4.97}$$

Dans cette relation T_f est la température de l'air, c'est-à-dire la demi-somme des températures de l'eau T_e et de la paroi T_p . On voit dans cette expression que le flux de rayonnement est linéaire en ΔT mais pas le flux de convection.

Ce flux se traduit par une baisse de température de l'eau qu'on négligera car une convection naturelle, très efficace dans l'eau, permettra à l'eau de renouveler facilement la surface. En revanche, nous prendrons en compte le réchauffement côté voûte. Ce flux se traduit donc par un gradient de température dans la paroi de la forme :

$$\varphi = -\lambda_c \left(\frac{dT}{dx}\right)_p = -\lambda_c\, \frac{T(2) - T(1)}{\delta x} \tag{4.98}$$

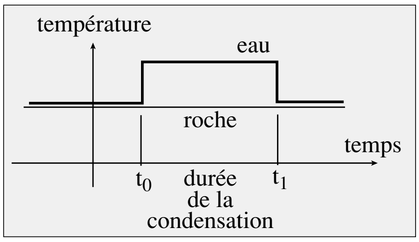


Fig. 4-43- Évolution de la température de l'eau. À l'instant $t = t_0$, l'eau se trouve portée brutalement (crue) à une température plus grande que celle de la roche. Le phénomène d'évaporation - condensation commence à cet instant

Temperature gap during a flood

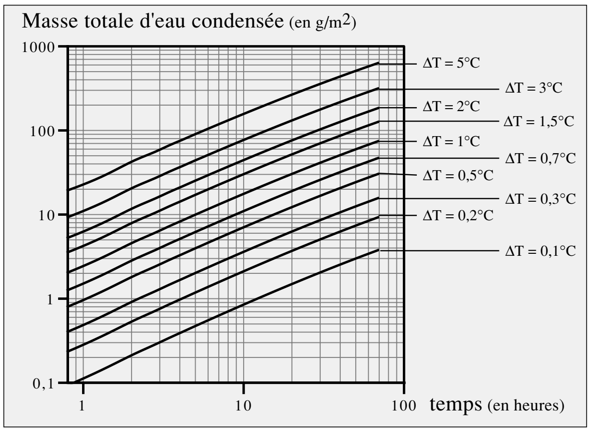


Fig. 4-44- Masse d'eau totale condensée par m^2 de surface d'eau en fonction du temps et pour différents écarts de températures ΔT initiales dans une coupole hémisphérique (S' = 2S)

Condensed water mass versus time for various gaps in a hemispherical cupola

La température T(1) à la paroi se déduit donc de la température T(2) et du flux total de chaleur. Pour éviter les instabilités numériques, nous avons calculé à chaque pas de temps deux fois la température à la paroi. Une première fois à partir des valeurs (flux et température au point 2) à l'instant précédent, et une deuxième fois à partir d'une demi-somme des valeurs, l'une à l'instant précédent et l'autre à l'instant considéré. On aurait pu utiliser aussi une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

b) Choc thermique (pendant une crue par exemple)

Le choc thermique est causé par un écoulement dont la température était d'abord la même que celle de la paroi (10°C) et qui passe brutalement de 10°C à 10 + ΔT °C (cf. figure 4-43).

On a représenté sur la figure ci-dessus, à droite, la masse totale de vapeur condensée par mètre carré et au cours du temps (exprimé en heures). On a pris l'exemple d'une coupole pour laquelle S' = 2 S. En échelles logarithmiques, la pente est un peu plus petite que 1. Elle vaut à peu près 0,7. Ce qui signifie que la masse n'est pas proportionnelle au temps mais à la puissance 0,7 environ du temps.

Si l'écart de température est petit, de l'ordre de 0,1°C, la masse d'eau condensée à l'occasion d'une crue de 3 heures est environ 0,32 g, qui est la valeur que l'on aurait trouvée en négligeant l'amortissement. Pour une durée de 30 heures la masse condensée n'est que de 2,5 g au lieu de 3,2 g. On voit que la diminution reste faible.

c) Variations sinusoïdales de la température de l'eau

Si l'eau est chaude à cause d'une oscillation annuelle de la température, il faut conduire un calcul numérique spécial pour trouver la quantité totale d'eau condensée. Nous avons mené le calcul numérique suivant : nous nous sommes donnés une température de paroi uniforme et égale à celle de l'eau à l'instant initial. Puis, nous avons démarré le phénomène en augmentant progressivement la température de l'eau avec une variation sinusoïdale, de période annuelle. Nous avons arrêté le calcul quand la température de l'eau rejoint celle de la roche à l'automne car la condensation s'arrête (figure ci-contre).

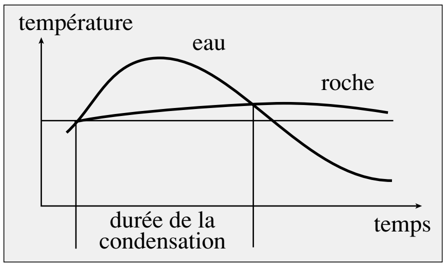


Fig. 4-45- Variation des températures de l'eau et de la roche. La durée du phénomène permet à la roche de changer de température

Air and water temperatures versus time

Sur le graphique ci-contre, nous avons reporté la masse totale d'eau condensée pour un mètre carré de surface et pour diverses amplitudes d'oscillations de la température de l'eau. On voit que dans une coupole hémisphérique, il se dépose en un an, à peu près 0,5 kg d'eau de condensation par m^2 de surface d'échange et pour une amplitude d'oscillation de l'eau de 1°C.

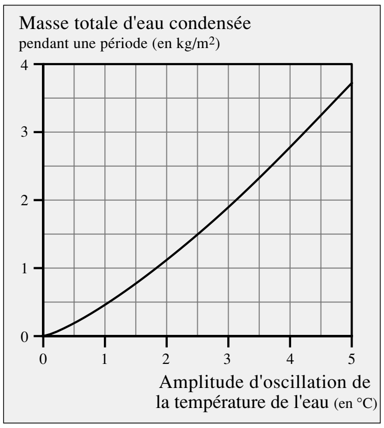


Fig. 4-46- Masse totale déposée par condensation pendant la saison d'été pour une eau à variation sinusoïdale des températures, et pour différentes amplitudes de la température de l'eau, avec prise en compte du rayonnement et pour S'/S = 2 (coupole hémisphérique)

Condensation water versus water temperature amplitude with radiation transfer

Cette quantité est, bien sûr, plus faible que celle qu'on pourrait calculer à partir du débit de condensation avec choc thermique. Par exemple pour 1°C d'écart par exemple le débit d'eau est de 0,67 mg.s^{-1}.m^{-2} , ce qui donne pour une durée de trois mois une masse d'eau de 5,2 kg, nettement supérieure à 0,5 kg. On voit bien là l'atténuation de la condensation à cause de la montée en température de la paroi.

Sur la figure ci-dessous, on constate qu'avec une paroi plane, la masse condensée est plus petite car le flux de chaleur a plus de mal à être absorbé par la roche (la surface étant deux fois plus petite). Dans l'atténuation de la condensation par réchauffement de la paroi, le rôle du rayonnement est important, comme on peut le voir sur la figure ci-après pour laquelle le rayonnement a été omis. La masse condensée est diminuée d'un facteur 3.

On pourrait penser qu'une galerie parcourue par un cours d'eau vadose possède une voûte à une température moyenne supérieure à la température moyenne de l'eau qui la parcourt. En effet, le phénomène de convection introduit une dissymétrie, puisque seules les saisons estivales sont intéressées (comme dans un piège à air chaud). Mais nous avons vu que le rayonnement introduit des flux plus importants que la convection naturelle. Et le rayonnement, lui, n'amène aucune dissymétrie. L'effet sera donc caché.

Une question se pose encore, concernant les harmoniques d'ordre supérieur. La température de l'eau varie au cours de l'année d'une manière complexe. Le fondamental correspond à l'année, mais la température comprend de nombreuses harmoniques. On trouve aisément les fluctuations journalières et des variations de plus grandes durées, de l'ordre de la semaine, correspondant au passage des perturbations ou à la présence d'anticyclones. Heureusement, les variations de grandes fréquences sont filtrées par la conduction thermique dans les zones d'entrée. De sorte qu'à une certaine distance de celles-ci, on ne retrouve que des variations de grandes périodes.

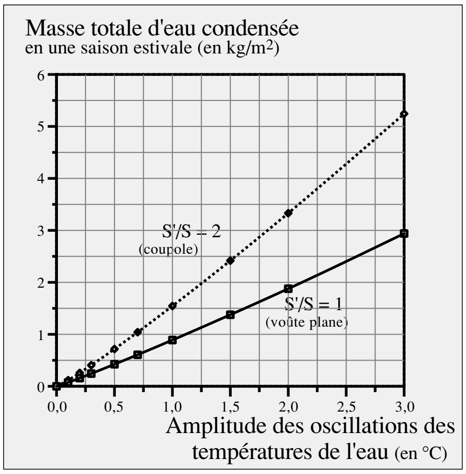


Fig. 4-47- Masse totale déposée par la condensation pendant la saison d'été avec les mêmes conditions que la figure 4.46, quand on ne tient pas compte du rayonnement.

Condensation water versus water temperature amplitude without radiation transfer

On en déduit que près des entrées, notre calcul sous-estime la condensation en ne prenant pas en compte les fluctuations journalières. Cet effet doit multiplier les masses condensées pas un certain facteur (peut-être que le facteur empirique plus grand que le nôtre et fourni par Mucke et al traduit cet effet, s'ils ont fait des mesures près d'une entrée de cavité). En revanche, notre résultat est plus sûr pour une eau parvenant à une certaine distance de l'entrée et ne possédant plus dans sa température que les traces du fondamental.

Conclusion

Nous avons trouvé la masse d'eau condensée produite lorsqu'un écoulement survient à une température supérieure à celle des parois. Nous avons tenu compte de la chaleur de changement d'état qui est le terme le plus important de l'échange convectif. En revanche, la correction de poussée d'Archimède due à la vapeur d'eau évaporée reste faible et on pourra la négliger en général (sauf dans les cavités hydrothermales)

L'atténuation du phénomène de condensation du fait de l'apport de chaleur à la paroi se fait lentement. Ainsi pendant la durée correspondant à une crue, on peut négliger cet effet d'amortissement. En revanche pour des alternances de températures saisonnières, on ne peut pas négliger cet amortissement. C'est l'échange de chaleur par rayonnement qui est la cause principale de la montée en température de la voûte. Nous avons calculé la quantité totale annuelle d'eau condensée. Le résultat est simple pour une coupole, à peu près 0,5 kg d'eau par m^2 de surface et pour un degré d'amplitude d'oscillation de la température de l'eau.

Les phénomènes de condensation doivent jouer un rôle dans le creusement de certaines galeries, parois, ou voûtes. Lorsque l'eau est déjà saturée, de tels mécanismes peuvent amener une corrosion qui sera importante puisque seule en lice. Dans la zone d'entrée des cavités, les phénomènes de condensation sont importants mais d'autres existent aussi et lui font concurrence (infiltrations, rôle des sols voisins, cryoclastie…). En revanche, dans la zone profonde, le gradient géothermique trouve un emploi intéressant dans la spéléogenèse par les phénomènes de condensation liés aux écarts de température.

4.4.5. Température d'une cloche d'air pour des variations de pression sinusoïdales

Au moment des crues, des volumes d'air sont comprimés dans les cavités du simple fait de l'augmentation du volume d'eau pour un volume total constant de la cavité. Les karsts jeunes ont des volumes totaux faibles et l'effet de compression est important. Les karsts plus anciens sont moins affectés globalement par un apport soudain d'eau. Mais ces aspects globaux cachent une multiplicité de situations locales liées à la configuration géométrique de la cavité.

Nous allons ici étudier la température de l'air dans un piège à air (comme une coupole de plafond) au cours d'une oscillation de la pression, suite à une mise en charge partielle du réseau.

Nous allons montrer que la transformation subie par l'air est intermédiaire entre une transformation isotherme et une transformation adiabatique. Mais cette transformation n'est pas une transformation polytropique. En particulier, il s'établit une hystérésis dans le phénomène. Ce phénomène d'hystérésis apparaît dès que la conduction thermique a le temps de se manifester dans la roche.

a) Les phénomènes physiques

L'eau en montant comprime l'air de la coupole. Si on suppose que la coupole est étanche, la masse d'air sec contenue dans la coupole reste constante au cours de la transformation. On se cantonnera à ce cas simplifié.

Phase de compression. La compression amène de la chaleur à l'air dont la température a tendance à augmenter. La paroi devenue plus froide que l'air récupère par convection puis conduction une partie de la chaleur produite (provenant du travail de compression de l'eau). Les échanges thermiques demandant du temps, on comprend bien qu'une compression rapide sera plutôt adiabatique alors qu'une compression lente sera plutôt isotherme. L'échelle de temps dépend bien entendu des caractéristiques physiques et géométriques du phénomène. Si la compression est rapide donc adiabatique, l'humidité relative diminue en même temps qu'augmente la température. Si la compression est lente donc isotherme, il y aura apparition d'un léger brouillard et condensation sur les parois (compression isotherme humide).

Phase de détente. Les phénomènes sont inversés. L'air cède de la chaleur. Une détente rapide, donc adiabatique, s'accompagne de la formation d'un brouillard (détente adiabatique humide). Cette condensation, par la chaleur latente restituée, s'oppose partiellement au refroidissement de l'air. Une détente lente, donc isotherme, assèche au contraire la masse d'air (diminution de l'humidité relative).

Six transformations possibles gèrent donc la masse d'air :

compression adiabatique sèche
compression isotherme sèche
compression isotherme humide
détente adiabatique sèche
détente adiabatique humide
détente isotherme sèche

b) Transformation adiabatique et transformation isotherme

Isotherme. La température reste constante (transformation lente). **Adiabatique.** Pendant la compression, l'air s'échauffe et s'assèche (humidité relative). Au bout d'un ou deux cycles, il n'y a plus aucun phénomène de condensation ou d'évaporation. L'humidité absolue w de l'air devient égale à l'humidité de saturation pour la pression la plus basse (en général la pression atmosphérique). La relation entre température et pression est donnée par la relation de Laplace (transformation isentropique) :

$$\frac{p}{\rho} = r\,T \quad \text{et} \quad \frac{p}{\rho^\gamma} = b \quad (\text{constante}) \quad \Rightarrow \quad T = T_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T = T_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{0,29} \tag{4.99}$$

Dans cette relation T est exprimée en K et p en Pa. T_0 est la température avant compression et p_0 la pression atmosphérique avant compression, $\gamma = 1,4$.

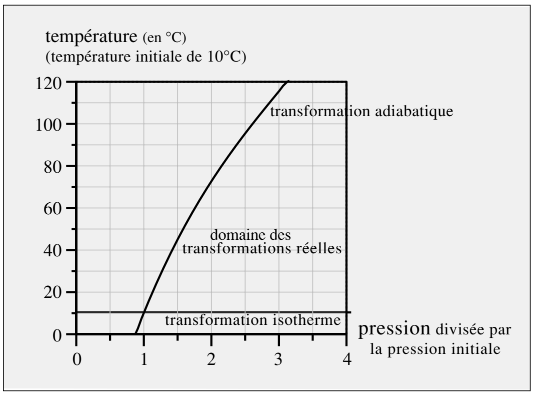


Fig. 4-48- La température de l'air en fonction de la pression dans les cas adiabatique et isotherme

Air temperature versus pressure for the adiabatic and isotherm cases

Les valeurs très grandes obtenues par cette formule lors des grandes crues démontrent que l'hypothèse adiabatique n'est pas réaliste dans ce cas. La transformation réelle est bien sûr intermédiaire entre les deux transformations.

c) La transformation réelle : ce n'est pas une polytropique

L'étude de la transformation réelle est beaucoup plus compliquée que les deux extrêmes. Pourtant, dans l'industrie on shunte allègrement cette difficulté par l'introduction des transformations polytropiques.

Transformation polytropique. L'examen des deux transformations encadrant la transformation réelle montre la propriété suivante :

$$\text{isotherme} \quad \frac{p}{\rho^1} = \text{cte} \qquad \text{adiabatique} \quad \frac{p}{\rho^\gamma} = \text{cte}' \tag{4.100}$$

On introduit alors le coefficient m dit polytropique (cf. aussi § 1.2.4.a), tel que :

$$\text{polytropique} \quad \frac{p}{\rho^m} = \text{cte} \qquad \text{avec} \ m \in [1\ ;\ \gamma] \tag{4.101}$$

Avec cette formulation, on a l'impression de couvrir l'ensemble des cas possibles. Pour $m = 1$, on a la transformation isotherme, pour $m = \gamma$ on a la transformation adiabatique, et le cas général serait décrit pour m compris entre les deux extrêmes.

Malheureusement, le cas réel intermédiaire entre le cas isotherme et le cas adiabatique n'est pas une transformation polytropique (remarque faite par J.-L. Achard du Légi). En particulier, alors que la transformation polytropique (comme l'isotherme et l'adiabatique) ne présente pas d'hystérésis, la transformation réelle en présente. Cela ne nous étonne pas beaucoup, puisque nous connaissons bien l'effet mémoire engendré par la roche au voisinage des parois.

Il resterait à étudier le modèle simplifié suivant. La compression fait monter la température. L'écart de température engendre une convection naturelle qui permet un échange avec la paroi. Le flux de chaleur à la paroi augmente la température de la paroi, ce qui engendre un flux dans la roche par conduction thermique. Cette étude permettrait de comparer le résultat à celui obtenu par une transformation polytropique. Nous ne l'avons pas faite ici.

4.5. Interaction chimique eau-roche via l'air

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que les transferts thermiques et les transferts d'eau (évaporation - condensation). Ces processus d'évaporation-condensation permettent une corrosion active car l'eau de condensation ne contient presque pas de bicarbonate en solution. Mais l'air intervient aussi dans les processus chimiques ordinaires de l'eau au contact de la roche. Il est d'usage de penser que le creusement des cavernes se fait par l'eau. Il suffirait de calcaire et d'eau pour faire des grottes ! Il ne faut pas oublier le rôle essentiel de l'air. Il est vrai que ce rôle est indirect puisqu'il revient à renouveler l'agressivité de l'eau. On a vu dans le § 1.6, le mécanisme local de transport du dioxyde de carbone vers l'eau et réciproquement. Cette diffusion tend vers un équilibre caractérisé par une relation entre la pression partielle de CO_2 dans l'air et la concentration de CO_2 dissous dans l'eau. C'est la loi de Henry qui fournit un coefficient de proportionnalité entre les deux grandeurs.

Le dioxyde de carbone peut donc varier dans l'atmosphère souterraine dans des proportions très importantes (de 1 à 200). Le pouvoir de dissolution de l'eau n'est pas proportionnel à la fraction molaire du CO_2 mais plutôt à la puissance 1/3 de cette fraction molaire (Ford 1989 p. 102 citant White), de sorte que la quantité de calcaire que peut dissoudre l'eau ne varie que dans la proportion de 1 à 6, ce qui est tout de même considérable.

On remarque aussi (Renault 1981) que la P_{CO2} suit les températures extérieures. Elle est importante au mois d'août et plus faible au mois de février. Il semble logique de corréler cet effet avec l'activité biologique des sols.

Lacs de dioxyde de carbone. Le dioxyde de carbone est plus lourd que l'air. Son introduction par le bas d'une galerie peut former des lacs de CO_2 , en l'absence de courant d'air pour assurer le mélange. Ces lacs sont bien connus et montrés aux touristes dans certaines grottes telles que la grotte du Chien à Naples. Kunsky (1950, p. 73) en signale de beaux exemples. Martel (les Abîmes, p. 101) en décrit un autre à la grotte de Mayaguar en rive droite de l'Ardèche. Ce lac a été visité récemment par Jean-Yves Bigot (internet, site FFS janvier 2001) qui l'a trouvé à 20 m de l'entrée. S'étant muni d'un briquet, il a pu en tester la présence. Il s'y est baigné jusqu'au cou mais pas plus !

4.5.1. Distribution du CO_2

a) Variations de la teneur en dioxyde de carbone de l'atmosphère extérieure

Le carbone de l'écorce terrestre est stocké principalement dans les massifs calcaires. Les sols et la végétation n'en contiennent finalement que très peu. La dérive des continents (Wegener 1912) amène des surfaces continentales à disparaître dans des zones de subduction. Si les roches entraînées sont calcaires, les modifications chimiques de ces roches, sous l'action de la température et de la pression, libèrent le dioxyde de carbone qui s'échappe dans les foyers volcaniques.

La teneur en CO_2 se maintient sous l'action de différents mécanismes. Une augmentation amènerait une augmentation de l'activité de la végétation qui stockerait le CO_2 (le carbonifère est justement une période géologique de haute teneur en CO_2). Le taux de CO_2 diminuerait donc. Inversement une diminution forte de la teneur s'accompagnerait d'une attaque des calcaires ce qui aurait tendance à augmenter le CO_2. Le milieu karstique est donc la clé pour la compréhension du cycle du carbone sur les périodes géologiques. Des recherches très actives sont menées actuellement pour préciser les temps typiques d'ajustement de ces mécanismes de régulation au niveau planétaire. On analysera ce cycle du carbone au § 4.5.1.c.

Actuellement, la teneur en dioxyde de carbone de l'air augmente régulièrement d'année en année. La pression partielle relative (ou fraction molaire) est passée en 10 ans de $3{,}2.10^{-4}$ à $3{,}3.10^{-4}$. Elle fluctue pendant l'année en passant par un maximum l'été. L'amplitude des variations saisonnières est faible de $0{,}04.10^{-4}$ environ (White 1988, p. 194).

b) La surface du karst, une usine à dioxyde de carbone

L'eau de pluie en s'infiltrant dans la zone superficielle du karst (épikarst) rencontre la terre végétale et les racines des plantes de surface. On a vu au § 4.3.7.a que l'activité biologique des plantes consiste à transformer le dioxyde de carbone de l'air en matière organique (photosynthèse) et réciproquement à oxyder les matières organiques en dioxyde de carbone. La pression partielle relative de ce dernier passe de 0,03 % à 3 à 6 % , soit un accroissement d'un facteur 100.

Il semble que l'abondance plus ou moins grande de dioxyde de carbone soit liée à l'existence à la surface de telle ou telle variété d'arbres ou de végétation. Ainsi, Philippe Renault (1982) pense que les couverts de chênes favorisent l'existence de cascades de tuf à la sortie, c'est-à-dire favorisent la présence de CO_2 dans l'air des grottes. Inversement, il semblerait que les résineux ne favorisent pas une grande concentration de CO_2 dans l'air des cavernes.

Des mesures de Tatiana Muxart (1977) à 20 cm de profondeur dans le sol du Vercors, montrent un maximum de concentration pour l'étage montagnard couvert d'une forêt composée de hêtres, sapins, épicéas et myrtilles. La pression partielle relative de CO_2 équilibrant qu'on déduit de ces mesures est de 1,6 %. De belles études seraient encore à entreprendre sur ces questions. (cf. plus haut le rôle des sols au § 4.3.7.a).

Transport du CO_2 dans le réseau profond. L'eau rendue acide par le dioxyde de carbone attaque violemment le calcaire. C'est au voisinage de la surface du karst que l'attaque est maximale. Mais l'air au contact de cette eau profite de cet apport de CO_2. Une augmentation de concentration de CO_2 dans l'eau entraîne une augmentation dans l'air. Cet air circule plus ou moins facilement dans le karst et transporte avec lui son gaz. Plus loin, cet air au contact d'une eau affaiblie, peut lui redonner une nouvelle vigueur. Tous ces phénomènes sont très intéressants et F. Trombe soulignait, dès 1952, l'intérêt de ces questions. Mais l'étude en est difficile et la connaissance pas très avancée.

Ainsi le creusement chimique des cavernes est-il tributaire non seulement des circulations d'eau, mais aussi des circulations d'air. On constate que l'air des réseaux profonds contient encore pas mal de CO_2. Dans des régions de moyenne montagne et de plateaux genre Causses, il n'est pas rare de rencontrer des pressions partielles de CO_2 de 1 à 2% ou plus.

c) Origine du CO_2 profond

Le dioxyde de carbone que l'on rencontre dans les réseaux profonds peut provenir de trois sources principales : le CO_2 produit au niveau du sol et qui est passé dans l'eau puis dans l'air par diffusion moléculaire, éventuellement associé à la construction d'une concrétion. Le CO_2 produit par l'oxydation de matières organiques par des micro-organismes en profondeur (cf. article la Recherche, n° 344, 2001 p. 11). Enfin, le CO_2 provenant d'hypothétiques exhalaisons volcaniques. La première et la troisième source conduisent à un excès de CO_2 , mais la proportion entre O_2 et N_2 reste constante. Alors que la deuxième source conduit à une diminution nette du rapport O_2/N_2. En effet, chaque mole de CO_2 produite conduit à la disparition d'une mole d'O_2. Un dioxyde de carbone à 5 % conduit à un O_2 à 15,9 % au lieu de 20,9 %. On a déjà vu ces propriétés plus haut (cf. § 4.3.6.b). Il y a donc moyen, par analyse de la teneur en oxygène et en dioxyde de carbone de distinguer entre l'apport des sols et la production interne. De même, l'analyse isotopique de l'oxygène contenu dans le CO_2 permet de savoir s'il est issu de l'air ou des profondeurs. Par exemple, le CO_2 des grottes de l'Ardèche proviendrait de l'air et du sol, et non d'une origine volcanique (Ostermann, 2001).

d) Exemples régionaux

Des mesures faites dans des cavités plus ou moins ventilées confirment l'influence du courant d'air sur la p_{CO2} (Roques Annales de spéléo. 1959 t.14, fasc. 1-2 et 1963 t. 18, fasc. 2). Donnons quelques exemples de pression partielle relative de CO_2 (ou fraction molaire).

Réseaux très ventilés : à la Pierre Saint Martin, les mesures dans la salle de la Verna, pour un courant d'air soufflant, fournissent une pression partielle relative (fraction molaire) $\alpha = 3{,}5.10^{-4}$. De même, à la grotte de la Cigalère avec courant d'air soufflant $\alpha = 4.10^{-4}$.

Réseaux à ventilation moyenne : la grotte de Moulis pourtant parcourue par un léger courant d'air possède (en courant d'air soufflant) $\alpha = 2{,}2.10^{-3}$. Cette fraction molaire est 6 fois plus grande que celle de l'extérieur.

sources	débit (l/s)	fraction molaire
source du Lez (Montpellier)	5000	0,073
Roubine de Vic	1000	0,320
La Bresque (Provence)	1000	0,135
Fontaine des Chartreux (Quercy)	1000	0,032
Saint Sauveur (Quercy)	3000	0,030
fontaine de Cacrey	1000	0,030
Cabouil (Quercy)	5000	0,018
source de la Sauve	2000	0,044
source du Buège	1000	0,019
fontaine de Vaucluse	100000	0,018
source de la Loue	5000	0,020
source du Lison	1000	0,018
Fontaine Lévêque (Verdon)	10 000	0,011
Coufin (Vercors)	1000	0,009
Bournillon	1000	0,006
Goule Noire	200	0,004
ruisseau de la Verna (Pyrénées)	1000	0,001

Tableau 4:6. Fractions molaires de CO_2 équilibrante (ou p_{CO2} en bar) extrait de Roques, 1963. Nous nous sommes limités aux plus gros débits

L'analyse des eaux des résurgences indique la p_{CO2} équilibrante de l'eau (cf. tableau page précédente). Ces valeurs renseignent sur la globalité des processus d'échange de CO_2 à l'intérieur du karst. Les sources karstiques de petits débits donnent des valeurs plus grandes que celles de grands débits. À l'étiage, les valeurs sont plus grandes qu'en crue. Les réseaux de montagne fournissent des valeurs plus faibles que les réseaux de plaines. Les réseaux très ouverts (comme la Pierre Saint Martin) conduisent à des valeurs trois fois supérieures à l'air atmosphérique. Les réseaux de moyenne montagne, comme la Goule Noire en Vercors, fournissent des valeurs 10 fois supérieures à l'atmosphère. Les réseaux des Causses ont des p_{CO2} 100 fois celle de l'atmosphère.

Ces indications régionales montrent l'étendue du champ des recherches à faire sur ces sujets. Quel est l'apport des sols en fonction des températures et des saisons ? Comment se font les transports dans la zone superficielle du karst ? Quel est le rôle de l'atmosphère des grottes ? Quels sont les échanges ? On trouvera dans les articles de Philippe Renault (1961 à 1983) des réponses partielles à ces questions. Mais on doit reconnaître qu'on ne comprend pas pourquoi, par exemple, les deux départements de l'Ardèche et du Lot fournissent, en France, les plus fortes teneurs en CO_2 .

4.5.2. L'attaque chimique du calcaire - rôle de l'air

L'eau seule, sans dioxyde de carbone dissous et transformé en ions, n'attaque guère le calcaire. C'est la présence de CO_2 dans l'eau qui permet une attaque efficace. Nous n'examinerons pas ici les processus de corrosion de la roche par l'eau, mais nous nous contenterons de décrire les phénomènes entre l'eau et l'air.

a) Bilan en dioxyde de carbone de l'attaque chimique

Le CO_2 qui pénètre dans le système karstique sert à dissoudre le calcaire. La réaction libère du bicarbonate :

$$CaCO_3 + H_2O + CO_2 \Leftrightarrow CaH(CO_3)_2 \qquad (4.102)$$

La réaction consomme du calcaire (corrosion) et du dioxyde de carbone. Pour qu'elle se poursuive, il faut donc un apport continu de dioxyde carbone. C'est cet apport ou non qui différencie les systèmes à air renouvelé ou non.

Système sans air. Au cours de son attaque du calcaire, l'eau perd peu à peu son agressivité et les ions calcaires (carbonates) dans l'eau atteignent bientôt la saturation. On dit que la réaction chimique est en équilibre. L'eau n'est alors plus corrosive. C'est le système dit sans air (ou fermé).

Système avec air renouvelé. Si l'eau est surmontée d'air. Cet air possède une pression partielle de CO_2 qui permet de renouveler le CO_2 absorbé par la réaction chimique avec le calcaire. On montre que le pouvoir corrosif de l'eau est alors multiplié par un facteur 3,5 pour une pression relative équilibrante de CO_2 de 1% (Lismonde, 1999 p. 48). C'est le système à air abondant (ou ouvert). Ce gain (de 250 % dans l'exemple précédent) qu'apporte l'air à la corrosion montre le rôle très important de l'atmosphère souterraine dans le processus de cavernement.

b) Devenir du calcaire

Une fois que l'eau est ressortie au jour à la résurgence, la pression partielle en CO_2 de l'air environnant étant plus faible que celle des grottes, le bicarbonate se décompose. Du dioxyde de carbone est rejeté dans l'atmosphère, et du calcaire se dépose grâce à la réaction inverse. On voit ainsi que le calcaire ne disparaît pas complètement, mais qu'une grande partie se contente de migrer des réseaux karstiques vers les dépôts de tufs et travertins (Riser et *al* 1999). Le dioxyde de carbone peut être réutilisé rapidement par la végétation et les bactéries du sol.

Ainsi, l'activité biologique du sol permet une forte augmentation de vitesse du processus de creusement des karsts. Mais cet excédent est rendu à la sortie du karst.

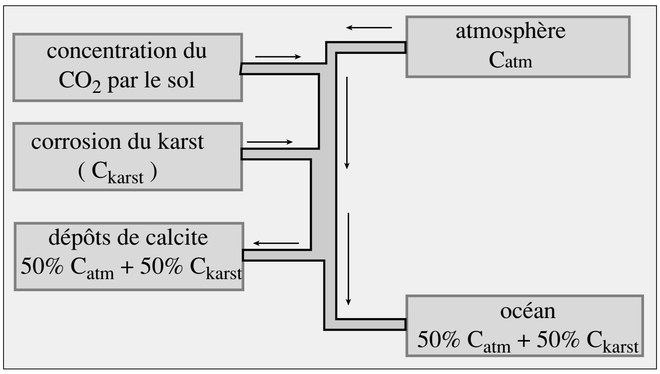


Fig. 4-49- Le schéma des transports du carbone dans la biosphère et le karst, via le dioxyde de carbone, le calcaire et le bicarbonate

Sketch of water, limestone and CO_2 transport

Retour de calcaire dans la mer. La partie de bicarbonate qui est rejetée à la mer est celle qui correspond à une pression partielle de CO_2 équilibrante égale à celle de l'atmosphère. L'augmentation de la pression atmosphérique au cours de la descente assure l'augmentation de la pression partielle de CO_2 et permet au cours d'eau de rester globalement agressif.

Les organismes marins s'emparent du bicarbonate et en fabriquent leur carapace. On montre (Copin-Montégut, 1996) que la formation d'une mole de $CaCO_3$ s'accompagne d'un déplacement de l'équilibre de l'eau de mer qui libère 0,59 moles de CO_2. Les squelettes calcaires se déposent au fond des mers après la mort des organismes, et construisent de nouvelles couches calcaires. Réciproquement, la corrosion d'une mole de calcite dans la mer demandera 0,59 moles de CO_2.

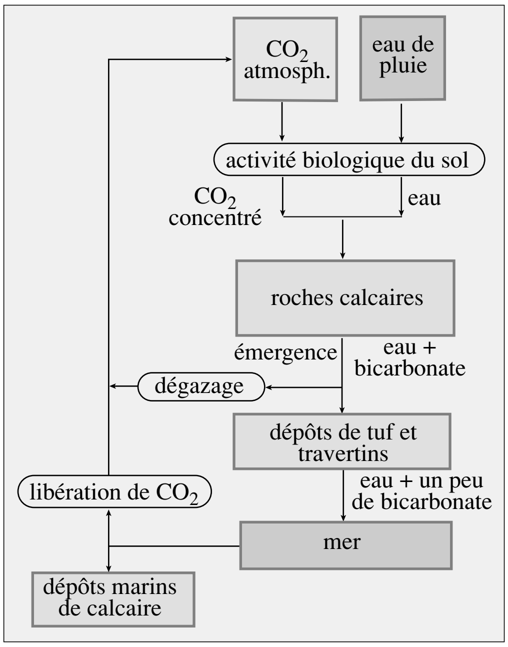


Fig. 4-50- Mélange de différentes sortes de carbone. Les concrétions, les tufs et autres dépôts possèdent une répartition isotopique en carbone qui résulte d'un mélange d'atomes de carbone de deux origines différentes

Different origins of carbon in the speleothems

c) Cycle du carbone

L'atome de carbone peut décrire des cycles plus ou moins longs. Le carbone de l'air est concentré par les bactéries au niveau du sol ou les racines des plantes, et il est mélangé au cours de la corrosion chimique à du carbone qui a été piégé dans les calcaires depuis des dizaines ou des centaines de millions d'années. La contribution du carbone atmosphérique et du carbone piégé dans le calcaire est d'à peu près 50 % chacun. Après l'émergence des eaux karstiques, le carbone qui est dégazé sous forme de dioxyde de carbone est donc le résultat d'un mélange. Pour une partie de ce carbone, la durée du cycle n'est que de quelques jours, pour une autre au contraire, la durée est de l'ordre de la centaine de millions d'années. Incroyable étendue des durées ! Ce carbone réinjecté dans l'atmosphère s'accompagne d'un dépôt de tuf dont la composition en carbone est moitié celle de l'atmosphère très récente et moitié celle du calcaire très ancien.

Le calcaire qui se dépose au fond de la mer contient lui aussi un mélange moitié-moitié. Ce calcaire émergera un jour à l'occasion de la formation d'une montagne par rapprochement de deux plaques (quelques dizaines à quelques centaines de millions d'années). Puis ce calcaire sera recyclé par l'eau pour retourner au fond d'une mer. Ce cycle du carbone depuis un massif karstique jusqu'à un nouveau massif karstique peut prendre plusieurs centaines de millions d'années.

L'atmosphère contient beaucoup de dioxyde de carbone : 60.10^{15} moles (soit $2,64.10^{15}$ kg, d'après Copin-Montégut, 1996). Mais les océans en contiennent beaucoup plus sous forme dissociée de l'ordre de 3100.10^{15} moles. On voit donc qu'une augmentation de la teneur en CO_2 dans l'atmosphère ne représente que peu de choses dans le bilan général du carbone.

Mais les temps liés aux transferts entre la mer et les océans sont grands. Comme l'eau des océans est pratiquement saturée en carbonate de calcium, les apports fluviaux en carbonate de calcium sont rapidement éliminés par précipitation chimique ou récupération biologique. On trouve un temps de renouvellement des carbonates marins de 100 000 ans à comparer à celui de l'eau de 37 000 ans. Ce sont ces temps qui correspondraient à la réaction des océans aux variations du dioxyde de carbone atmosphérique.

À titre indicatif, on peut rappeler que la production de CO_2 par l'homme est d'environ $9,5.10^{13}$ kg par an soit 1% de la quantité contenue dans l'atmosphère (Saugier, 1999). La moitié contribue à l'augmentation de la teneur en CO_2 de l'atmosphère, l'autre moitié de cette production est recyclée. En particulier, l'augmentation de la pression partielle en CO_2 de l'air permet une corrosion augmentée du calcaire du karst. Les réserves phréatiques d'eau voient donc leur teneur en bicarbonate augmenter. Dans un bilan global à l'échelle d'un pays, ce terme se traduit par un soutirage de dioxyde de carbone de l'atmosphère qui s'ajoute à celui lié à l'accroissement de la végétation. Ce «puits» est en général méconnu.

4.5.3. La teneur en CO_2 de l'air souterrain est régulée par les variations de pression

Le pouvoir de corrosion d'une eau dépend de sa température comme on l'a vu dans la première partie. La cinétique chimique dépend elle-aussi de la température. Ces paramètres de contrôle ne sont pas vraiment du ressort de l'air, nous ne les examinerons donc pas. En revanche, quand on se place dans un réseau en partie dénoyé, l'eau est au contact de l'air. La pression de l'air va constituer un paramètre de contrôle de premier plan.

a) Reprise d'agressivité par compression de poches d'air captives

Liszkowski (1975) a remarqué que la pression de l'air peut varier au gré des crues et des mises en charge, modifiant profondément les possibilités de corrosion de l'eau et la localisation de cette corrosion.

Ainsi, une mise en charge de 100 m lors d'une crue permet une corrosion de 560 mg de calcaire/kg d'eau à comparer avec les 220 mg/kg à pression ambiante (Lismonde 1999 p. 49). La reprise de corrosion qui en résulte est du même ordre de grandeur que celle qui résulte du mélange de deux eaux d'origine différente (corrosion par mélange des eaux, Bögli 1966).

b) Le modèle proposé par Lismonde (2000)

Ce modèle est un modèle de corrosion par l'eau rendue agressive par dissolution de CO_2. Le moteur principal n'en est plus la condensation, mais la compression de l'air. Comme dans le modèle de Mucke, il est basé sur des fluctuations de niveau piézométrique. Mais à la différence de celui-ci, il ne demande pas d'écart de température. Il est donc valable loin des entrées. Son efficacité est à peu près la même tout au long d'un réseau et sans doute un peu plus grande à l'aval des réseaux du fait des mises en charges plus faciles.

L'apport d'eau est dû à deux termes : un petit apport, lié à la condensation qui survient au cours de la compression isotherme de l'air dans une galerie ou une cloche pendant une crue. Un grand, qui est lié à l'eau qui oscille dans la coupole, ou à des écoulements supplémentaires. Si l'eau de crue présente une montée des températures, le mécanisme de Mucke joue à fond pour amener une belle quantité l'eau par évaporation - condensation (cf. § 4.4.1.c).

La corrosion n'est pas liée à l'eau agressive qui se dépose par condensation comme dans les deux autres mécanismes. Elle est liée à la forte augmentation de pression partielle de CO_2 dans l'air emprisonné, qui induit une faible reprise de l'agressivité de l'eau grâce à la diffusion du dioxyde de carbone à la surface. C'est donc la variation dans le temps de la pression seule qui joue un rôle, sans l'aide d'une variation spatiale de la température. Il est vrai qu'une variation de la température est très positive.

La masse d'eau obtenue par compression isotherme de l'air contenu dans un cloche (tel qu'on peut le déduire de la référence citée, à partir de la figure 3 p. 41) peut s'écrire sous forme approchée avec H < 100 m :

$$m_e = \left(494 + 16{,}17\ \theta + 2{,}59\ \theta^2\right) 10^{-6}.\ H \exp\left(-\frac{H}{30}\right) \qquad (4.103)$$

Dans cette expression θ est la température en °C, H est la hauteur en mètres de mise en charge. La masse d'eau condensée est exprimée en kg d'eau par m³ d'air avant compression. La masse condensée est faible. Mais son utilité est de récupérer le CO_2 de l'air et de le ramener dans l'eau.

Définissons le coefficient de confinement kn avant la mise en charge :

$$kn = \frac{m_{CO2/eau}}{m_{CO2/eau} + m_{CO2/air}} \qquad (4.104)$$

Pour évaluer kn , il faut malheureusement connaître les masses d'air (facile) mais aussi la masse d'eau qui va être concernée par la reprise de corrosion (difficile). Des études complémentaires devraient être faites pour estimer ce coefficient ou un coefficient équivalent dans différentes configurations qu'on peut rencontrer (poches d'air, galeries descendantes en escalier inversé comme à la Dent de Crolles…).

En supposant le coefficient kn connu, le schéma ci-contre permet de déterminer la reprise de corrosion par l'eau pendant la crue.

Exemple. Pour une cloche de 5 m^3 de volume à 5°C, et une mise en charge de 10 m, la masse d'eau condensée est de 4,59.10^{-3} kg. C'est très peu et ne pourrait corroder directement au maximum que 0,5.10^{-6} kg de calcaire. En retombant dans l'eau, elle permet une reprise de corrosion qui dépend des conditions locales (coefficient de confinement kn). Au maximum, pour une pression partielle relative de 3%, la corrosion au cours d'une seule crue peut atteindre 8 g/kg d'air soit ici 50 g.

En comptant 20 crues par an, cela représenterait 1000 kg/millier d'années. C'est énorme, mais c'est un maximum qui n'est que rarement atteint. Le calcul précis pourrait être entrepris pour une galerie de forme donnée.

On peut aussi examiner le cas d'une crue avec augmentation de la température de l'eau, d'un degré en 5 h. En considérant une surface de 2 m^2, la corrosion fournit 10 g d'eau par m^2, soit 20 g de condensation. Cette eau corrode une masse de 420 mg par kg d'eau au maximum, soit 8,4 mg de calcaire. On voit que cet effet n'est pas négligeable et donc que le degré géothermique contribue au creusement profond des cavités (ici, en raison de 14 %).

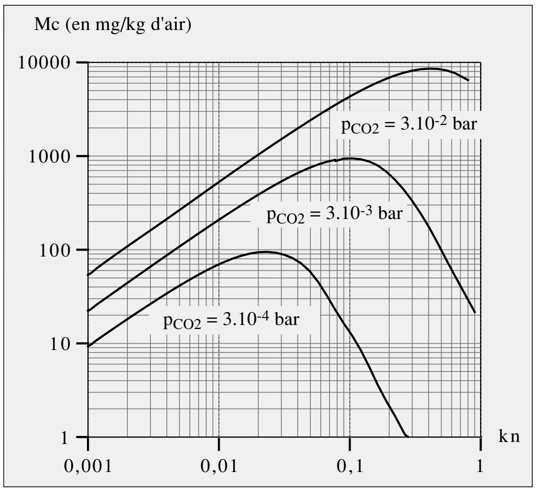


Fig. 4-51- Corrosion du calcaire pour un épisode de crue, en fonction du paramètre kn (avant mise en charge) et en fonction de la pression partielle de CO_2 (avant mise en charge)

Limestone corrosion capacity versus kn coefficient and for various CO_2 concentration

Discussion du modèle de Lismonde (2000). Le modèle ne conduit pas directement à des vitesses de corrosion car le facteur kn très important pour l'efficacité du mécanisme reste largement «dans le brouillard». Il reste donc un gros travail théorique et expérimental à conduire. Mais ce mécanisme, comme celui de Mucke n'est jamais seul. C'est donc dans la prise en compte globale de l'ensemble des mécanismes, dont celui de Bögli de mélange des eaux (dont nous n'avons pas parlé car il ne concerne pas l'air), que des vues quantitatives du creusement des cavités pourront naître. Un travail d'élucidation du dépôt de la calcite ou de son transport par l'eau reste aussi à conduire. C'est le problème des eaux sursaturées.

c) L'eau, une double pompe pour faire circuler le CO_2

Ce mécanisme de compression de l'air par les fluctuations du niveau piézométrique est une sorte de pompe à CO_2 . On a déjà assimilé plus haut le sol à un compresseur de CO_2. On en trouve ici encore d'autres ! L'eau se charge de CO_2 au moment de la crue et dans son passage dans les zones à air confiné. Elle véhicule vers l'extérieur une partie du calcaire dissous sous forme de bicarbonate. Le reste n'a pas le temps de sortir mais à la décrue, l'eau se met à dégazer et à former des micelles de calcite ou à concrétionner. Cet apport de CO_2 va permettre à l'air de grands volumes, peu concernés par les mises en charge et pas en relation avec un courant d'air, de voir son taux de CO_2 augmenter progressivement. Il y a donc un transfert de CO_2 des parties amont vers les parties aval des réseaux.

Dans les parties du réseau parcourues par quelques écoulements à l'air libre, il s'établit un gradient de pression en CO_2 pour compenser les pertes au contact des collecteurs. Par exemple, dans les zones sans compression, car largement ouvertes, l'eau de crue aura tendance à dégazer, augmentant la teneur en CO_2. Il faut bien avoir en tête que les poches d'air concernées par la compression de l'air ne sont pas étanches à l'air. À l'étiage, l'air peut circuler, et pendant les crues, il peut s'échapper par des fissures non sans avoir cédé une partie du CO_2 qu'il contenait. Tout ces va-et-vient de l'air ont un bilan moyen nul en terme d'oxygène et d'azote, mais pas en terme de CO_2. Il y a un transfert net de CO_2 vers le collecteur. On a déjà vu plus haut ces transferts de masse par diffusion-advection grâce aux fluctuations de la pression de l'air atmosphérique ou du niveau piézométrique. Ici, il est compliqué par les transferts entre l'air et l'eau.

Bien entendu, dans tous les secteurs où il apparaît des différences de teneur en CO_2 (gradient vers le haut), il peut s'établir à certains moments des mouvements, du style des courants de gravité, qui peuvent faire descendre rapidement des masses de CO_2 plus bas.

4.5.4. Un modèle de creusement profond, mise en charge et condensation

Nous associons le modèle de condensation de Mucke et al et le modèle d'augmentation de pression partielle de CO_2 de Lismonde. Le processus a déjà été décrit plus haut (§ 4.4.3.f). La mise en charge du réseau par les pluies abondantes fait sortir des fissures de l'eau réchauffée par le flux géothermique. Cette eau passe au voisinage de poches d'air emprisonnées dans les parties hautes des tubes. La différence de température entre l'eau et l'air engendre une convection de vapeur qui va se condenser sur les voûtes pour redescendre en film le long des parois. Cette eau est rendue fortement agressive (elle n'a pratiquement pas de bicarbonate dissous) par la grande pression partielle de CO_2 de la poche. Il se produit donc une forte corrosion que les modèles précédents permettent de calculer pour des conditions données.

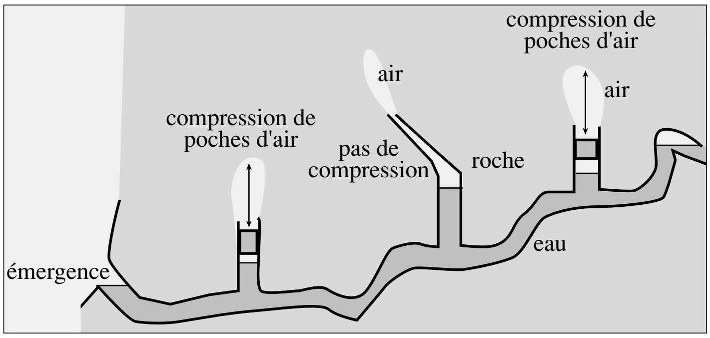


Fig. 4-52- Les fluctuations des hauteurs piézométriques de l'eau sont équivalentes, au niveau des poches d'air, à des compressions alternatives. Il y a donc un drainage du CO_2 depuis le réseau non saturé vers le collecteur. Cet effet s'ajoute à celui de diffusion-advection déjà vu plus haut

CO_2 forced pumping by water table oscillations

Un modèle statistique de crues et des mises en charge, associé à une géométrie donnée, (par exemple le deuxième étage du Trou du Glaz) permettrait de préciser numériquement la corrosion maximale (l'équilibre chimique étant atteint). Pour préciser la vitesse réelle de creusement, il faudrait en plus développer un modèle de cinétique chimique, mais cela sort du cadre de l'aérologie et serait à rattacher à une étude de l'eau.

Conclusions

Le creusement des cavernes est fortement tributaire de l'air. Nous avons mis en évidence des mécanismes de transferts de l'air et du dioxyde de carbone : les courants d'air avec leur processus d'advection, les circulations d'eau chargées de manière variable de CO_2, les courants de gravité de l'air lesté par le CO_2 et le phénomène d'advection oscillante associée à un gradient de concentration. Ce transfert est celui de la zone non saturée du karst. Au voisinage du niveau piézométrique (zone épinoyée), nous avons montré, quoique d'une façon sommaire, les remontées de pression partielle accompagnées d'un déplacement vers l'aval de CO_2. Ce mécanisme est basé sur la compression de poche d'air emprisonné par la crue et sur la dissolution dans l'eau d'un complément de CO_2.

Tous ces mécanismes étant mis en place, nous avons indiqué au moment des crues la très forte agressivité de l'eau de condensation sur les parois des tubes, trop plein des écoulements pérennes de l'eau souterraine (du fait du flux géothermique sur l'eau du réseau des fissures). Ce mécanisme et celui de Bögli par mélange de deux eaux de caractéristiques différentes, constituent les ingrédients d'un modèle numérique de creusement des conduits profonds au voisinage du niveau piézométrique. Mais tout cela reste à faire !

Conclusions de la quatrième partie

Nous avons commencé le 1er chapitre en définissant le système karstique en tant que forme et structure. Nous avons analysé les définitions et en avons discuté les implications. Il nous a semblé que la seule façon d'étudier les processus était de décomposer le karst en sous-systèmes en interaction : l'eau, l'air, la roche et le vivant. Cet ouvrage constitue une esquisse d'étude du sous-système air. L'état du système karstique, les relations fonctionnelles et les bilans globaux de masse, quantité de mouvement, énergie, entropie, ont été scrutés dans leur aspects théoriques, et nous avons plus particulièrement détaillé le bilan d'énergie du système karstique.

Le deuxième chapitre a été consacré à l'apect géométrique complexe d'un réseau karstique, et à des considérations générales relatives au sous-sytème air du karst. Nous avons montré, en particulier qu'il est illusoire de vouloir limiter l'étude d'un karst à un seul de ses sous-systèmes du fait des interactions, et que seule une étude globale des 4 sous-systèmes permettrait d'obtenir des modèles plus précis, sachant que les conditions aux limites du karst ne sont pas bien maîtrisées non plus. Ce problème se rattache à celui de la prévision climatique terrestre, et on sait la difficulté de la modélisation. Une petite étude plus technique, valable pour un modèle fractal à deux paramètres du karst, nous a permis de démontrer dans ce cas, le rôle insignifiant du réseau des fentes pour le renouvellement de l'air d'un karst. La schématisation d'un karst par une structure autosimilaire (fractale) est très prometteuse de simplification, puisque un petit nombre de paramètres suffisent à décrire le karst. Nous avons montré que ces paramètres ne peuvent rester constants au cours du temps, du fait des modalités du creusement karstique qui ne respecte pas les mêmes lois d'échelles.

Au troisième chapitre, nous nous sommes penchés sur les températures de l'atmosphère et des karsts au contact. Nous avons étudié le rôle des différents facteurs sur la répartition verticale des températures dans le karst en confrontant la théorie avec les mesures faites dans les grands gouffres. Malgré l'importance, sur le papier, des circulations d'eau qui possèdent un gradient thermique vertical de -0,234 °C/100 m, nous avons été surpris de constater la similarité des gradients thermiques observés avec le gradient adiabatique humide de l'air (-0,4 °C/100 m). Pour essayer de résoudre cette énigme, nous avons abordé certains phénomènes peu étudiés comme le gradient thermique vertical d'un écoulement diphasique eau-air dans la zone d'infiltration. Mais la justification complète des gradients verticaux reste à améliorer ! Puis, nous avons réfléchi sur la structure géométrique du champ thermique dans le karst et la forme des flux transmis en fonction des fréquences d'oscillations des températures extérieures. Pour une fréquence plus grande, les puissances échangées sont plus grandes, mais les énergies sur une demi-période sont plus petites. Nous avons étudié le rôle des glacières et des temps glaciaires sur le karst. Nous avons rappelé des propriétés déjà connues sur le rôle isolant d'une couverture de glace et sur la remontée progressive de l'isotherme zéro par le flux géothermique. On se souvient de la surprise lors de la découverte de lacs sous la calotte antarctique ! Nous avons montré que pour les périodes multimillénaires associées aux glaciations, le gradient géothermique ne traduit qu'un fonctionnement thermique transitoire de l'écorce terrestre. Le recours à des solutions simples de conduction thermique dans des milieux homogènes nous a permis de calculer les différents temps associés au phénomène de refroidissement, puis de réchauffement sous-glacier du karst. Cela nous a conduit à l'estimation des fontes sous-glaciaires. Les observations faites au Groenland nous ont fourni un modèle, assez classique chez les géographes, d'un creusement fini-glaciaire analogue à ceux des karsts binaires. Le phénomène de convergence et de collection des eaux dès la surface permet de justifier certains gros réseaux apparaissant juste sous la surface. Nous avons continué ce gros chapitre par le problème du renouvellement de l'air des cavernes. Ce renouvellement est la base d'un modèle des transferts de dioxyde de carbone dans le karst. Nous avons identifié les facteurs principaux de renouvellement de l'air. Certains sont liés à de simples phénomènes d'advection (effet piston), d'autres sont liés à des dispersions associées aux fluctuations des conditions aux limites. Nous avons calculé, dans le cas simple d'un réseau constitué d'une succession de salles et rétrécissements, la valeur numérique de la dispersivité pour les fluctuations de la pression atmosphérique. Puis, nous nous sommes intéressés à l'évolution de la composition d'un air souterrain pour différents phénomènes rencontrés sous terre et avons établi les formules complètes qui permettent de les suivre. Enfin, nous avons montré que le sol et le manteau biologique qui le compose, agissent pour le karst comme un compresseur de CO_2.

Le quatrième chapitre a été consacré tout entier aux phénomènes d'évaporation et condensation en relation avec les variations de la pression de l'air au cours des crues ou dans des situations géothermales. Nous avons rappelé d'abord des modèles publiés sur ces questions (Szunyogh pour les karsts hydrothermaux et Mucke pour les pertes de ruisseaux), puis nous avons étudié en détail ce qui se passe dans des volumes d'air confinés avec des différences de températures entre l'eau et la roche. Cette étude a été faite en vue d'un modèle général du creusement profond. Les transferts de chaleur par convection naturelle et rayonnement, les transferts de masse ont été modélisés, et des résultats numériques ont été proposés pour une configuration géométrique simple. Le couplage avec la conduction dans la roche voisine de la paroi per-

met de calculer les flux au cours d'un épisode de fluctuations des pressions, c'est-à-dire au cours d'une crue. Ce calcul est un des ingrédients pour la modélisation du creusement des cavernes. Nous avons montré que les relations polytropiques habituellement utilisées en ingéniérie pour décrire la transformation réelle subie par l'air au cours des fluctuations de pression, sont fausses et à remplacer par d'autres mieux adaptées.

Au cinquième chapitre, nous avons abordé la répartition du CO_2 dans le karst. La principale source est constituée par le sol. Puis nous avons suivi le devenir du calcaire et du carbone dans le karst. Le sol et le karst, comme puits de CO_2 , sont encore largement sous-estimés des spécialistes du *global change*. Il joue pourtant un rôle comparable à celui du «puits de la végétation» qui fait l'objet d'études intensives. Nous finissons par un modèle conceptuel assez global de creusement du karst en expliquant les migrations du dioxyde de carbone, et en décrivant les sortes de compresseurs multi-étagés que constituent les poches d'air confinées lors des crues. Notre modèle reste essentiellement qualitatif, et un modèle global des transferts de dioxyde de carbone reste un magnifique *challenge* pour l'avenir.



Fig. 4-53- Décrypter les cavernes est un art difficile,
en apprécier l'attrait est chose plus aisée !
(Dessin de Régine Landry sur une idée de B.L.)

«I did'nt know that caving was so difficult !».
Fortunatly, it is possible to go caving without understand this book !

Annexes

Ces annexes constituent un complément de la partie 1. Elles s'attachent à étudier quatre points plus particuliers.

Le premier est une réflexion sur la distinction entre phénomène de convection et phénomène de diffusion. Ces derniers sont interprétés comme une marche aléatoire avec une distance parcourue proportionnelle à la racine carrée du temps. Cette analyse physique permet de mieux comprendre la structure des lois phénoménologiques rencontrées dans les transferts de chaleur, de quantité de mouvement et de masse. Nous comparons les différents nombres qui caractérisent les flux et nous indiquons les analogies qui assurent des passerelles conceptuelles entre les différents transferts. En particulier, l'analogie de Lewis que nous avons bien utilisée dans le corps de l'ouvrage.

Le deuxième point est une écriture uniformisée sous une forme intégrée (ou globale) des bilans sur les quatre grandeurs extensives fondamentales de la physique classique (masse, quantité de mouvement, énergie, entropie). Cette écriture est essentiellement due à Léonard Euler. Nous insistons sur les débits entrants et sortants propres aux sytèmes thermodynamiques ouverts. Nous examinons l'influence des variations de la masse volumique de l'air dans différentes circonstances et adoptons l'approximation de Boussinesq qui consiste à développer les équations au premier ordre en prenant comme petit paramètre la variation de la masse volumique.

Le troisième point revient sur l'écriture des équations locales de la mécanique, pour ces mêmes trois grandeurs extensives, en présence de la turbulence. La nécessité pratique de considérer des moyennes temporelles introduit des difficultés mathématiques considérables, liées à la non-fermeture des équations moyennées de la turbulence. Nous n'avons pas utilisé dans le corps de l'ouvrage ce formalisme difficile, et le problème n'est ici effleuré que pour permettre la lecture de certains articles.

Le quatrième point est une courte étude sur l'entraînement de l'air par l'eau dans les cascades. Nous y présentons quelques résultats sur la chute des gouttes d'eau dans l'air et les forces que ces dernières engendrent. Nous proposons ensuite une analyse simplifiée des phénomènes et calculons la charge aéraulique apportée à l'air par la cascade dans différentes configurations de chutes d'eau.

Summary for annexes : *4 topics are aborded. In the first, are compared advective and diffusive phenomena. The different transfers : mass, momentum, energy are presented with an uniform manner. We return on the Lewis analogy. In the second annex, we develop the formalism for global balances. In particular, we examine the Boussinescq approximation for little density variations. In the annex 3, the local equations of continuity, dynamics and energy are enonced. The turbulence problem and the k-e models are only outlined. The 4th annex is a brief study on the carry away of air by waterfalls. We propose a simplified model for computing the aeraulic head supply bring by water to air flow.*

A.1. Les phénomènes de diffusion et les phénomènes de convection

Nous avons examiné dans la partie 1 les transferts de quantité de mouvement, les échanges de chaleur entre l'air et la paroi, les transferts de masse d'eau sous forme d'évaporation et de condensation et les échanges de dioxyde de carbone entre l'air et l'eau sous forme de dissolution ou de dégazage. À chaque fois, nous avons constaté qu'il y a deux façons d'échanger de la matière, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces deux modes sont la diffusion et la convection. Ils agissent d'une manière bien différente et il est important d'en comprendre le mécanisme.

A.1.1. La diffusion, une marche aléatoire

La diffusion est liée à l'agitation moléculaire. Sans atomes, pas de diffusion ! Le principe physique est celui de la marche aléatoire (appelée aussi marche de l'ivrogne).

Un ivrogne, qui part d'un point, fait un pas de longueur d dans une direction au hasard. Comme il est ivre, le pas suivant est fait dans une autre direction. Si chaque direction est indépendante de la précédente, on a affaire à une marche aléatoire. On montre que la distance parcourue depuis le départ n'est pas proportionnelle au nombre de pas mais à la racine carrée du nombre de pas (la marche est très peu efficace). Si chaque pas est fait à la vitesse v , la longueur parcourue augmente comme la racine du temps :

$$L = \sqrt{n}\, d = \sqrt{v\, d}\;.\;\sqrt{t} \qquad \text{la diffusivité est } a = v\, d \ \left(\text{en } m^2 s^{-1}\right) \qquad (A.1)$$

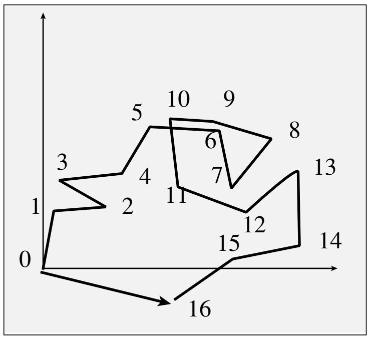


Fig. A-1- Marche aléatoire : la distance parcourue est proportionnelle à la racine carrée du nombre de pas

In a random walk, the distance is proportional to the square root of the number of steps

Quel rapport avec la diffusion ? Une diffusion est une marche aléatoire. Les molécules vont dans tous les sens au gré des chocs qu'elles subissent de la part des autres molécules. Ces molécules transportent avec elles, de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie cinétique, mais ce transport est fortement gêné par les chocs, et la zone influencée par le phénomène de diffusion ne croît que comme la racine du temps. On voit que ce qu'on appelle *diffusivité* est le produit de la vitesse d'agitation des molécules par la longueur d'un pas (libre parcours moyen). Comme la vitesse d'agitation des molécules croît comme la racine carrée de la température, il en est de même des diffusivités (viscosité cinématique et diffusivité thermique, diffusivité de masse).

La distance parcourue est appelée en diffusion thermique : épaisseur de pénétration. Pour que la diffusion puisse transporter quelque chose, respectivement quantité de mouvement, énergie et masse, il faut qu'il existe des gradients, respectivement de vitesse, de température, de concentration.

grandeur diffusée	mécanisme	facteur
quantité de mouvement	viscosité cinématique	gradient de vitesse
énergie (chaleur)	diffusivité thermique	gradient de température
masse	diffusivité de masse	gradient de concentration

Tableau 1- Les différentes diffusions

A.1.2. La convection

La convection au contraire est un mouvement d'ensemble des molécules. Il n'y a pas de marche aléatoire. Toutes les molécules vont (en moyenne) dans la même direction. L'effet est très efficace. La longueur parcourue est proportionnelle à la vitesse :

$$L = v\, t \qquad \text{phénomène de convection} \qquad (A.2)$$

Il est facile de voir que la marche aléatoire est d'autant plus efficace que la distance à parcourir est plus petite. Pour les très faibles distances la diffusion est beaucoup plus efficace que la convection car la vitesse d'agitation des molécules est très grande.

Les deux phénomènes ont même efficacité pour une longueur L_0 et pour un temps t_0 qui sont reliés par la relation :

$$L_0 = \sqrt{a\, t_0} = V\, t_0 \quad \text{soit} \quad t_0 = \frac{L_0}{V} = \frac{L_0^2}{a} \quad \text{soit} \quad \frac{V\, L_0}{a} = 1 \qquad (A.3)$$

Pour les phénomènes de diffusion de quantité de mouvement, a doit être remplacé par la viscosité cinématique (ν), et la condition ci-dessus se traduit par la propriété que les effets visqueux se font sentir à une distance des solides telle que le nombre de Reynolds ($V\, L / \nu$) est inférieur à 1.

Pour les phénomènes de diffusion, on a deux aspects importants à retenir. Les diffusions qui durent un temps t ne peuvent influencer qu'une zone d'épaisseur $L = \sqrt{a\, t}$. Les diffusions ne peuvent concerner une distance L qu'au bout d'un temps $t = L^2 / a$.

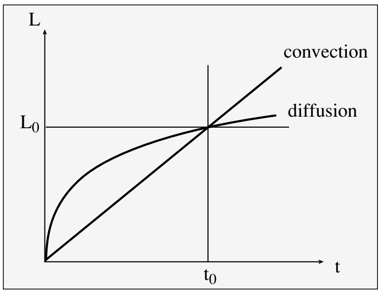


Fig. A-2- La diffusion est plus efficace que l'advection à faible distance, l'inverse à grande distance

For short lengths, diffusion processes are more effective than advective processes

A.1.3. Longueur de mélange

Ces idées peuvent s'appliquer au problème du mélange de masses d'air de compositions différentes, par exemple de l'air chargé de dioxyde de carbone, qui sort d'une fissure et débouche dans l'air d'une galerie. La pesanteur va animer le phénomène de convection, le dioxyde de carbone va donc descendre au bas de la galerie et couler éventuellement au fond. Mais les gradients de concentration vont permettre à la diffusion de s'exercer. Tant que la diffusion n'aura pas égalisé les concentrations, la pesanteur pourra agir. Mais si à un moment donné, la diffusion a réussi l'égalisation, elle sera définitive, la pesanteur ne pourra plus séparer les deux composants.

Il faut distinguer suivant que la mélange se fait d'une manière turbulente ou d'une manière laminaire. Ce problème rejoint celui de l'émission de panache thermique dans l'air. Limitons-nous au mélange turbulent (le plus fréquent) pour un transfert de quantité de mouvement. On observe que le mélange turbulent d'un jet rond dans l'air ambiant se fait suivant un cône dont l'angle au sommet est de l'ordre de 8 degrés (Viollet, 1997). De même, un écoulement plan de vitesse u se mélange à l'air ambiant par un dièdre dont l'angle d'ouverture est voisin de 18 degrés (Papamoshou, Roshko, 1988, cité par Viollet, 1997)

A.1.4. Les analogies entre transfert de quantité de mouvement, transfert de chaleur et transfert de masse

a) Les différents transferts

L'étude des transferts dans des conduits industriels réguliers a fait apparaître de grandes similitudes entre les différents phénomène de transports (surtout dans les gaz). Ces similitudes proviennent en général de la simplicité des conditions aux limites dans les écoulements industriels. Par exemple la vitesse est nulle à la paroi d'une conduite, la température de la paroi est maintenue constante, ou la concentration en vapeur d'eau à la paroi est à la saturation. Les trois diffusivités de quantité de mouvement, thermique et massique sont voisines :

$\nu = 14.10^{-6}\ m^2.s^{-1}$ à 10°C
$a = 20.10^{-6}\ m^2.s^{-1}$ à 10°C
$a_{CO2} = 13{,}9\ 10^{-6}\ m^2\ s^{-1}$ à 0°C
$a_h = 24.10^{-6}\ m^2.s^{-1}$ à 10°C

Pour la diffusivité de la vapeur d'eau dans l'air, indiquons la relation de Schirmer, valable de 20°C et 90°C :

$$a_h = 2{,}26.10^{-5}\ \frac{P_0}{p} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1{,}81} \qquad (A.4)$$

Dans cette relation $P_0 = 10^5$ Pa et $T_0 = 273$ K. Par exemple pour T = 20°C on trouve $a_h = 25{,}7.10^{-6}\ m^2.s^{-1}$

Le nombre de Prandtl est le rapport de la diffusivité de quantité de mouvement sur la diffusivité thermique. Le nombre de Schmidt est le rapport de la diffusivité de quantité de mouvement sur la diffusivité de masse :

$$Pr = \frac{\nu}{a} \qquad\qquad Sc = \frac{\nu}{D}$$

Le nombre de Schmidt du CO_2 est voisin de 1, celui de la vapeur d'eau est voisin de 0,6.

Les grandeurs de tension (qui jouent les rôles de potentiel pour les flux) sont la vitesse pour la quantité de mouvement, la température (ou l'enthalpie) pour l'énergie, la concentration C pour les transferts de masse. Cette dernière est calculée par la masse du composé divisé par le volume. C est exprimée en $kg.m^{-3}$.

On en déduit que les épaisseurs de couche limite cinématique, thermique et de masse sont du même ordre de grandeur. Si les conditions aux limites sont comparables, alors les équations qui régissent les différents phénomènes sont les mêmes. Ce sera obtenu, par exemple, si la vitesse à la paroi, la température de paroi et la concentration à la paroi sont maintenues constantes.

	diffusivité $m^2.s^{-1}$	unité de densité de flux convectif	unité de densité de flux diffusif	densité de flux	flux/unité convective	flux/unité diffusive
quantité de mouvement	ν	$\frac{1}{2}\rho V^2$	$\frac{1}{2}\rho V^2$	τ $N.m^{-2}$	$c_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho V^2}$	$= \frac{1}{2} Re\, c_f$
chaleur	a	$\rho c V \Delta T$	$\lambda \frac{\Delta T}{L}$	φ $W.m^{-2}$	$St = \frac{Nu}{Re.Pr}$	$Nu = \frac{\varphi}{\lambda \frac{\Delta T}{L}}$
masse	a_m	$V \Delta C$	$D \frac{\Delta C}{L}$	q_m $kg.s^{-1}.m^{-2}$	$= \frac{Sh}{Re.Sc}$	$Sh = \frac{q_m}{a_m \frac{\Delta C}{L}}$

Tableau A:2- Les trois diffusivités, et les flux sans dimension correspondants

Les relations entre les densités de flux sans dimension et les nombres sans dimension caractérisant l'écoulement, s'écrivent sous la forme :

$$c_f = f_1(Re) \qquad Nu = f_2(Re, Pr) \qquad Sh = f_3(Re, Sc)$$

Nous n'avons pas utilisé, dans l'étude des transferts thermiques, le nombre de Stanton (St) vu que le nombre de Nusselt suffit.

b) Transfert de chaleur par analogie avec le coefficient de perte de charge

Par exemple, regardons quel est l'analogue en thermique de la relation de Blasius qui fournit le coefficient de perte de charge linéique en écoulement turbulent lisse. Cette dernière relation s'écrit :

$$\Lambda = \frac{0,316}{Re^{1/4}} \tag{A.5}$$

Le théorème global d'Euler (bilan de quantité de mouvement) appliqué à une conduite donne une relation entre la perte de charge et la contrainte à la paroi τ :

$$\tau \pi D L = \Delta p \pi \frac{D^2}{4} \quad \Rightarrow \quad \tau = \Delta p \frac{D}{4L} = \frac{\Lambda}{8} \rho V^2 \tag{A.6}$$

En la transformant par l'analogie décrite au § a, on obtient une relation entre le nombre de Nusselt Nu et le coefficient de perte de charge :

$$Nu = \frac{1}{2} Re\, c_f = \frac{1}{2} Re \frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad \Rightarrow \quad Nu = \frac{\Lambda Re}{8} \tag{A.7}$$

Et en transformant Λ par la relation de Blasius :

$$Nu = \frac{0{,}313}{8} Re^{0{,}75} = 0{,}039\, Re^{0{,}75} \tag{A.8}$$

Cette relation ressemble à la relation de Colburn généralement utilisée pour les tubes lisses.

c) Analogie de Reynolds

Comme le nombre de Prandtl est voisin de 1, on admet que les fonctions f_1 et f_2 sont identiques. Mais pour que cette égalité soit vérifiée, il faut que les conditions aux limites soient du même genre. Pour la quantité de mouvement, la condition aux limites est une vitesse nulle à la paroi. Mais pour le transfert de chaleur, on ne peut pas considérer que la température de la paroi reste constante au cours du temps. À un instant donné, la température de paroi dépend de l'abscisse considérée. Cette variation de la température de paroi n'est pas négligeable. Dans la partie 2 on calculera en fonction de la fréquence des variations thermiques extérieures, la température moyenne de la paroi. L'analogie de Reynolds n'est donc pas vérifiée strictement pour les écoulements dans les conduits naturels. Cela résulte de l'inertie thermique de la roche derrière la surface de la paroi. Il faut écrire les relations de la dynamique indépendamment de celles des transferts thermiques. Mais dans certains cas, l'analogie permettra de calculer des ordres de grandeur.

d) Analogie de Lewis

Pour le transfert de masse, le phénomène local est un peu plus compliqué que le transfert de chaleur. En effet la migration d'un composant vers la surface se traduirait par une accumulation si elle n'était pas compensée par une migration en sens inverse du complément de l'air. C'est seulement quand le titre massique du composant que l'on considère (vapeur d'eau ou CO_2) est petit devant 1 qu'on peut alors négliger ce contre-flux. Dans cette hypothèse, les deux phénomènes de transfert de chaleur et de vapeur d'eau sont alors comparables. Cette condition est le plus souvent remplie en climatologie souterraine.

Comme le nombre de Schmidt est voisin de 1 , on admet que les deux fonctions f_1 et f_3 sont identiques et donc que $f_1 = f_2 = f_3$. C'est l'hypothèse de Lewis, assez bien vérifiée dans l'air à condition que les pressions partielles de la vapeur et du CO_2 soient faibles.

Par exemple, les mesures avec la vapeur d'eau fournissent dans un tuyau (à la paroi maintenue humide) la relation (Guilliland, 1934) :

$$Sh = 0{,}023\, Re^{0{,}83}\, Sc^{0{,}44} \tag{A.9}$$

Cette relation est très voisine de celle qu'on obtiendrait à partir de la relation de Colburn :

$$Sh = 0{,}023\, Re^{0{,}80}\, Sc^{0{,}33} \tag{A.10}$$

Cette hypothèse est bien vérifiée dans les installations industrielles comme les laveurs utilisés en climatisation industrielle pour lesquelles les phénomènes de mémoire thermiques n'existent pas. Est-ce qu'elle sera encore vérifiée pour des conduits irréguliers avec mémoire thermique des parois comme dans les cavités naturelles ?

e) Limites de validité de l'analogie de Lewis en climatologie souterraine

Malheureusement l'analogie sur les conditions aux limites n'est pas bien vérifiée dans les conduits naturels souterrains (paroi isotherme et paroi saturée). Pour la chaleur, la température des parois est intermédiaire entre la température du fluide et la température de la roche profonde. Elle change donc au cours du temps. Les parois des conduits ne peuvent en général pas être considérées comme isothermes alors que pour l'humidité, les parois pourraient être considérées comme saturées.

On a vu dans la partie 3 qu'il y a une autre raison importante, liée aux distances typiques caractéristiques dans un tube à vent, qui empêche l'analogie de Lewis d'être correcte. En effet la réponse d'un conduit à une impulsion thermique en marche d'escalier se fait sur une distance du même ordre de grandeur que la réponse en humidité. C'est la distance de perturbation la plus courte qu'on puisse trouver. Pour toute autre perturbation, du genre sinusoïdal par exemple, avec une période plus ou moins longue, la distance augmentera avec la période et sera plus grande que la distance obtenue avec une impulsion en marche d'escalier. Les distances pour que l'air rejoigne la courbe de saturation sont toujours des distances courtes. On en déduit que l'analogie de Lewis conviendra assez bien à l'étude de l'évolution de l'air humide suite à des impulsions de température et d'humidité. Mais qu'elle sera fausse dans des cas de variations périodiques de la température. Et comme les variations périodiques sont le propre des variations thermiques atmosphériques, l'analogie ne conviendra que rarement.

Pour une distance supérieure à cette distance impulsionnelle, l'air se trouve saturé mais pas encore en équilibre thermique. L'évolution thermique s'accompagnera d'une évolution en humidité spécifique. Mais la trajectoire de l'air, dans un diagramme de l'air humide, restera à peu près sur la courbe de saturation. L'analogie de Lewis n'est pas vérifiée dans ce cas, mais c'est sans importance car l'évolution de l'air est facile à suivre.

A.2. Les quatre lois de bilan sous forme globale et l'équation d'état

A.2.1. Définitions

Invariants. La physique depuis 2000 ans a consisté, pour une grande part, à trouver des invariants dans la nature. Au siècle dernier, les efforts des savants ont mis en évidence quatre lois de conservations pour un système fermé et isolé :

conservation de la masse m
conservation de la quantité de mouvement $m\vec{V}$
conservation de l'énergie
conservation de la charge électrique.

Grandeurs extensives. Les grandeurs pouvant faire l'objet de bilan sont des grandeurs "extensives", c'est-à-dire dont on peut faire la somme, objet par objet ou volume par volume. Par exemple, la masse d'un ensemble de n objets est la somme des masses de chaque objet. La masse contenue dans un volume est la somme des masses contenues dans chacune des parties qui constituent le volume. Toutes les grandeurs ne sont pas extensives. Par exemple, la température d'un objet n'est pas la somme des températures de chacune de ses parties. Seules les trois premières sont concernées par les courants d'air. Pour l'entropie, ce n'est que plus récemment qu'on a pris l'habitude d'en faire un bilan, en introduisant les termes de production d'entropie liés à l'irréversibilité des phénomènes (par exemple, Prigogine 1991). Pendant longtemps, on s'est contenté d'écrire pour cette grandeur une simple inégalité.

Système fermé et isolé. Ces lois de conservations ne s'appliquent que si le système est fermé ou isolé. Un système est fermé si aucune matière ne traverse la surface limitant le système. Il est dit isolé, s'il n'y a pas de sources de la grandeur considérée. Il est bien évident que l'air dans une galerie (de même que le karst en général) ne constitue pas un système fermé, ni un système isolé. On examinera cette question en détail dans la partie 4.

Bilan. Pour un système ouvert et non isolé, il n'y a pas de conservation pour les grandeurs extensives, en revanche on peut en faire un bilan. Considérons un volume v fixe dans l'espace et constitué d'un fluide. On l'appelle volume de contrôle. Ce volume est limité par une surface S. On va examiner les variations au cours du temps de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'entropie dans ce volume v.

A.2.2. Les variations de la masse volumique et l'approximation de Boussinesq

Les équations sont souvent bien plus simples si on peut considérer constante la masse volumique ρ . Quand ce n'est pas le cas, on constate que souvent les variations restent petites. L'approximation qui consiste à supposer que les fluctuations relatives de masses volumiques restent petites devant 1, s'appelle l'approximation de Boussinesq. Cette approximation permet de linéariser les équations par rapport à la masse volumique. On se contentera partout des termes du premier ordre.

Examinons plus en détail dans quels cas la masse volumique varie, et dans quels cas l'approximation de Boussinesq est vérifiée.

Pour un gaz parfait la masse volumique dépend de la température et de la pression. Et la pression dépend de l'altitude via la pesanteur. Si on prend comme référence les conditions normales de température et de pression (T_0 = 273,15 K et p_0 = 1,013 10^5 Pa), on a :

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T} \quad \text{pour un gaz donné} \tag{A.11}$$

Il y a quatre sortes d'écoulements pour lesquels la masse volumique d'un gaz varie d'une manière significative.

a) Les écoulements à grande vitesse

La masse volumique change parce que les pressions dans le gaz changent fortement à grandes vitesses. On peut adopter comme variation de pression, la surpression obtenue à un point d'arrêt. Dans le cas d'une transformation adiabatique, on obtient :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{1}{\gamma}\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{1}{2\gamma}\frac{\rho u^2}{P} = \frac{1}{2}\frac{u^2}{c_{son}^2} = \frac{1}{2}M^2 \tag{A.12}$$

En effet, la vitesse du son est donnée par la relation due à Laplace : $c_{son} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$, (A.13)

et on appelle nombre de Mach de l'écoulement, le rapport : $M = \frac{u}{c_{son}}$

On conclut de la relation précédente que la masse volumique varie nettement si le nombre de Mach n'est pas petit. Les fluctuations relatives de la masse volumique seront inférieures à 1%, si le nombre de Mach est inférieur à 0,14 soit une vitesse de 48 m/s à 20 °C. Dans ce cas, on pourra négliger carrément les variations de masse volumique. Pour une variation de masse volumique jusqu'à 10%, on pourra utiliser les relations linéarisées. La vitesse correspondante est alors de 150 m/s environ. En climatologie souterraine, il est rare que les vitesses atteignent ces valeurs. Si elles étaient nettement supérieures, il faudrait faire appel aux équations des écoulements compressibles (équation de Saint-Venant, théorèmes de Hugoniot …).

b) Les écoulements à grande échelle

La pesanteur intervient sur la pression et donc sur la masse volumique. Si un écoulement concerne de grands systèmes fluides comme l'atmosphère, on ne peut pas négliger les variations de masse volumique liées aux variations de pression. Dans le cas d'une atmosphère adiabatique, on obtient :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta p}{\gamma\, p} \approx \frac{\rho\, g\, h}{\gamma\, P} = \frac{g\, h}{\gamma\, r\, T} \qquad (A.14)$$

Le résultat est le carré du quotient d'un nombre de Mach par un nombre de Froude. Pour un système dont l'ampleur verticale atteint h = 110 m , les variations de masse volumique valent 1 %, c'est-à-dire sont négligeables. Ainsi, on pourra négliger l'influence de la pesanteur sur les variations de masse volumique pour l'étude de phénomènes de faibles ampleurs verticales (étude des glacières, pièges à air chaud ou froid). Pour l'étude de phénomènes dont l'extension verticale se trouve dans la fourchette (110 m, 1100 m) il faudra tenir compte des variations de masse volumique du fait de la pesanteur mais l'approximation de Boussinesq restera valable car les variations relatives de masse volumique seront inférieures à 10%. C'est seulement pour des phénomènes faisant intervenir des hauteurs du même ordre de grandeur que l'atmosphère (6 km par exemple), que l'approximation de Boussinesq ne serait plus valable. Ce cas ne concerne guère la climatologie souterraine.

c) Les écoulements avec un échange de chaleur

L'apport de chaleur provoque une augmentation de température. Cette augmentation de température entraîne une diminution de la masse volumique. Raisonnement inversé s'il s'agit d'un refroidissement :

$$\frac{\Delta T}{T} \approx 1 \qquad \frac{p}{\rho\, u^2} >> 1 \qquad \Delta p \approx \rho\, u^2 \qquad \frac{\Delta\rho}{\rho} \approx \frac{\Delta T}{T} \qquad (A.15)$$

L'écart de température est donné par la puissance injectée $\Phi = q_m\, c_p\, (T_2 - T_1)$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta T}{T} \approx \frac{\Phi}{q_m\, c_p\, T} \quad \text{c'est un nombre de Stanton} \qquad (A.16)$$

La variation relative de masse volumique à basse vitesse est égale au nombre de Stanton de l'échange, c'est-à-dire le rapport entre la puissance injectée et la puissance advectée par le fluide. Les variations de masse volumique imputables aux variations de température pourront être négligées si ces dernières sont inférieures à 3°C. Cette condition est en général remplie dès qu'on se trouve de quelques dizaines de mètres à quelques centaines de mètres des entrées. En revanche, près des entrées de cavités et pour des courants d'air aspirants, on pourra observer des variations relatives de la température absolue jusqu'à une trentaine de degrés. Les variations de la masse volumique atteignent alors 10%. On doit prendre en compte les variations de masse volumique, mais l'approximation de Boussinesq est tout à fait valable.

Les zones d'entrées étant réduites par rapport à l'extension des réseaux, on voit que l'erreur commise dans ces régions, si on néglige tout à fait les variations de masse volumique, ne compromettra guère les résultats d'ensemble.

d) Les écoulements avec apport de gaz différents ou avec réaction chimique

S'il y a un apport de gaz différent de l'air (vapeur d'eau ou dioxyde de carbone) ou une réaction chimique dans un écoulement, les constituants évoluent le long du conduit. Mais la quantité de dioxyde de carbone contenue dans l'air est la plupart du temps inférieure à 1%, de même les masses de vapeur contenue dans l'air ne dépasse pas 2 ou 3% (aux températures habituelles des cavités). On démontre facilement que les variations de masse volumique de l'air humide du fait de la vapeur d'eau (à pression et température constante) s'écrivent :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = - 2,32.10^{-3}\ \psi \exp\left(\frac{17,56\ \theta}{241 + \theta}\right) \qquad (A.17)$$

Dans cette expression, ψ est l'humidité relative et θ est la température en °C. On voit que les variations restent inférieures à 1% si la température reste inférieure à 22°C. Mais même pour des températures supérieures, la plupart des variations relatives de la masse volumique seront inférieures à 1%. Il est donc souvent inutile de prendre en compte la quantité de vapeur d'eau dans le calcul de la masse volumique.

Conclusion. L'hypothèse d'une masse volumique constante est valable pour des écoulements souterrains, exceptés ceux qui se produisent près des entrées (étude des pièges à air chaud ou froid ou des glacières) et ceux qui concernent des dénivellations supérieures à 150 m. Dans les autres cas on pourra tenir compte des changements de masse volumique en se plaçant dans l'approximation de Boussinesq. Dans ces cas-là, on dit que l'écoulement est à fluide dilatable (on garde l'appellation compressible pour les fluides à grandes vitesses).

	rôle des vitesses	rôle de la dénivellation	rôle des apports thermiques	rôle de la vapeur d'eau
$\Delta\rho/\rho < 1\%$	$V < 48$ m/s	$h < 110$ m	$\Delta\theta < 3°C$	si $\theta < 22°C$
$\Delta\rho/\rho < 10\ \%$	$V < 150$ m/s	$h < 1500$ m	$\Delta\theta < 30°C$	si $\theta < 66°C$

Tableau 3- Les variations de masse volumique de l'air.
On pourra comparer avec le § 1.1.6.c. Les différences proviennent des différences de température

L'approximation de Boussinesq correspond à : $0,01 < \frac{\Delta\rho}{\rho} < 0,1$

A.2.3. Équations de bilan intégrées dans le temps et sur une section

Les équations locales instantanées ne sont presque jamais utilisées, même sur ordinateur, pour une question de puissance de calcul (la résolution serait dite alors numérique directe). En général, les gros logiciels de calcul proposent une résolution à partir des équations moyennées et en fermant les équations par une méthode ou une autre suivant le problème traité. La complexité des conduits naturels fait que même cette méthode simplifiée est pratiquement hors de portée pour l'étude de réseaux souterrains, à l'exception cependant de tous petits systèmes du genre piège à air chaud ou froid.

Il semble tout à fait illogique de vouloir s'acharner sur des équations compliquées en modélisant grossièrement la surface des conduits.

Il vaut mieux changer de méthode et intégrer les équations locales sur une section de conduit. Les équations deviennent des équations de bilan et possèdent un sens physique clair. Cependant les phénomènes de transferts de quantité de mouvement, de chaleur ou de masse à la paroi, qui dépendent de la valeur locale à la paroi respectivement du gradient de vitesse, du gradient de température et du gradient d'humidité spécifique, ne sont pas fournies directement par la solution. Il faut donc ajouter aux interfaces air-paroi ou air-eau des équations phénoménologiques qui fournissent les transferts de quantité de mouvement, de chaleur ou de vapeur d'eau. C'est ce que nous avons fait dans la partie 1.

A.2.4. Bilan de masse pour un volume fini fixe

On peut écrire localement l'équation de continuité qui traduit la conservation de la masse. Mais dans les applications de climatologie, il vaut mieux appliquer directement le bilan de masse à un volume fini plutôt qu'en un point.

Le bilan de masse pour le volume fixe choisi se traduit par la propriété : la dérivée temporelle de la masse contenue dans le volume de contrôle est égale à la différence du débit entrant et du débit sortant, ajoutée des sources de matières (évaporation en paroi par exemple) :

$$\frac{dm}{dt} = \text{débit entrant - débit sortant + sources de matières} \qquad (A.18)$$

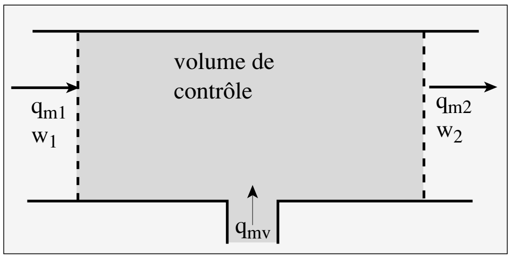


Fig. A-3- Schéma pour l'écriture d'un bilan de masse

Sketch and notations for mass balance

Si on s'intéresse à un constituant particulier de l'air, on pourra écrire une équation de bilan pour ce constituant. La relation pour tous les constituants est simplement la somme des relations, membre à membre, pour chacun des constituants. Dans les phénomènes d'évaporation ou de condensation, on s'intéresse plus particulièrement à la masse d'eau sous forme de vapeur (gaz) transportée par l'air.

L'écoulement dans un conduit naturel est en général turbulent, c'est-à-dire que la vitesse en un point fluctue au cours du temps. On supposera que l'écoulement est quasi stationnaire, c'est-à-dire que les fluctuations turbulentes se font sur des temps nettement plus courts que le temps d'évolution du système.

Si l'écoulement est permanent et s'il n'y a pas d'apport de masse, le débit masse de fluide se conserve tout le long de la conduite. S'il y a un apport, par exemple apport d'eau, on écrira que la somme des débits masse qui entrent dans le volume (choisi comme système) est égal, en régime permanent, au débit masse total qui sort.

Les trois échelles de temps

La turbulence engendre des fluctuations rapides de telle sorte que la vitesse change d'une manière significative au bout d'un temps noté t_1 (par exemple 1 s). Le courant d'air parcourt un conduit de longueur L (par exemple 500 m) à une vitesse V (par exemple 1 m/s) et met un temps t_2 (par exemple 500 s) pour la parcourir. Enfin, supposons que les conditions extérieures se modifient au cours de la journée, ce qui engendre des modifications significatives de la vitesse au bout d'un temps t_3 (par exemple 100 000 s).

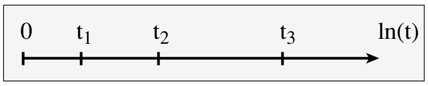


Fig. A-4- Les différentes échelles de temps

Time scales

On déduit de cette analyse que le calcul d'une grandeur moyenne (pour lisser la turbulence) devra se faire sur un temps de l'ordre de quelques t_1 , que l'écoulement pourra être considéré comme stationnaire sur la longueur du conduit pendant un temps de l'ordre de t_2 si t_2 est nettement plus petit que t_3 . Et les équations d'évolution temporelle devront faire intervenir des temps de l'ordre de t_3.

Débit masse

On calcule ainsi facilement le débit masse à l'instant t dans une section de conduit en intégrant sur un intervalle de temps petit, mais suffisant pour lisser la turbulence, et en intégrant une deuxième fois dans la section :

$$\dot{m} = \int_S \rho\, u_i\, ds \quad \Rightarrow \quad \overline{\dot{m}} = \int_S \left[\bar{\rho}\, \bar{u}_i + \overline{\rho'\, u'_i}\right] ds \quad \approx \int_S \bar{\rho}\, \bar{u}_i\, ds \qquad (A.19)$$

Dans la détermination du débit masse moyen, on néglige les corrélations masse volumique - vitesse (approximation de Boussinesq). On a vu que les fluctuations des masses volumiques peuvent être engendrées par les fluctuations des pressions et celles de la température, mais elles restent en général très modestes.

En régime turbulent stationnaire, on pourra écrire que le débit masse moyen se conserve tout le long de la conduite. Mais même si on étudie un transitoire, le temps de passage de l'écoulement est en général court devant le temps de modification de l'écoulement. Dans ce cas, on peut admettre que le débit masse est constant dans une galerie sans apport secondaire d'air.

Comme il y a deux sortes de gaz : l'air sec et la vapeur, on peut écrire deux équations de bilan instantané, une équation pour l'air sec et une autre pour la vapeur d'eau :

$$\text{pour la vapeur} \qquad \dot{m}_a\, w_1 + \dot{m}_v = \dot{m}_a\, w_2 \tag{A.20}$$

Les conduits souterrains amènent de la vapeur d'eau éventuellement mais le débit masse d'air sec se conserve le long d'un conduit. L'adoption de la référence à l'air sec (grandeurs dites spécifiques) nous permet de ne considérer qu'une seule équation pour le bilan de masse : le bilan de la vapeur d'eau.

Cette relation sera valable en écoulement turbulent moyenné, seulement s'il n'y a pas de fluctuation de l'humidité spécifique dans une section donnée ou en prenant la moyenne de l'humidité spécifique dans une section.

Pour passer du débit masse total au débit masse d'air sec (très voisin), il suffira d'utiliser la relation :

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{m}}{1 + w} \tag{A.21}$$

Débit généralisé. Le mot «débit» est maintenant étendu à toute grandeur extensive. Un débit masse est homogène à une masse divisée par un temps, un débit de quantité de mouvement est une quantité de mouvement divisée par un temps. C'est donc un débit masse multiplié par une vitesse, il est homogène à une force. Un débit d'énergie est une énergie divisée par un temps, c'est-à-dire une puissance. Mais le mot débit d'énergie ne recouvre pas la même notion que le mot puissance, il signifie une énergie advectée par un mouvement de matière. Tout débit de matière advecte avec lui un débit de quantité de mouvement, d'énergie, d'entropie …

A.2.5. Bilan de quantité de mouvement (ou théorème global d'Euler)

Pour la quantité de mouvement on peut écrire un bilan analogue. La loi de Newton pour un système fermé s'écrit :

$$\frac{d\left(m\vec{V}\right)}{dt} = \sum \vec{F}_{ext} \tag{A.22}$$

Cette loi peut s'énoncer aussi de la façon suivante : la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement contenue dans le volume de contrôle, est égale aux sources de quantité de mouvement que constituent les forces extérieures. Cette façon de considérer les forces comme des sources de quantité de mouvement est très commode pour les systèmes ouverts.

Pour un système ouvert, la loi de Newton s'énonce de la façon suivante : la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement contenue dans le volume de contrôle, est égale au débit entrant de quantité de mouvement moins le débit sortant, ajouté aux sources de quantité de mouvement (forces extérieures).

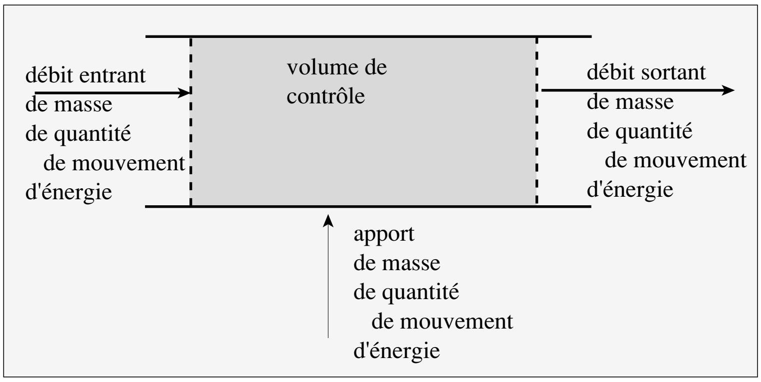


Fig. A-5- Le bilan de quantité de mouvement sur un volume de contrôle (tronçon de galerie)

Momentum balance for a controlled volume

Comment calcule-t-on un débit de quantité de mouvement ? Si la vitesse est uniforme, c'est le produit $q_m \vec{V}$ d'un débit masse par une vitesse, sinon il faut procéder à une intégration sur les surfaces d'entrée et de sortie. Ce débit de quantité de mouvement est donc un vecteur, alors que le débit de masse est un scalaire (défini par un seul nombre) :

$$\frac{d}{dt}\int_s \rho\, \vec{V}\, ds + \frac{d}{dx}\int_s \rho\, \vec{V}\left(\vec{V}.\,\vec{n}\right) ds = -\int_s \frac{\partial p}{\partial x}\, ds + \int_s \rho\, \vec{g}\, ds + \int_s \mu\, \Delta V\, ds \tag{A.23}$$

Là encore, il s'agit d'une équation instantanée. Il faut moyenner cette équation dans le temps pour obtenir un bilan moyenné. Dans cette opération apparaîtront des termes de corrélations turbulentes.

Si les vitesses sont uniformes dans la section d'entrée et dans la section de sortie, alors les intégrales se transforment en simples produits :

$$\frac{d}{dt}\int_v \rho\,\vec{V}\,dv = q_m\vec{V_e} - q_m\vec{V_s} + \text{forces extérieures} \quad \text{(théorème d'Euler)} \tag{A.24}$$

Les forces extérieures sont les forces de volume (pesanteur) appliquées au fluide dans le volume de contrôle. Ce sont les forces de surface, contraintes normales de pression et contraintes tangentielles dues à la viscosité.

Si en plus l'écoulement est permanent, alors le bilan de quantité de mouvement se ramène à la propriété suivante : le débit de quantité de mouvement sortant moins le débit entrant est égal aux forces extérieures :

$$q_m\vec{V_s} - q_m\vec{V_e} = \text{somme des forces extérieures} \tag{A.25}$$

A.2.6. Bilan d'énergie

Il y a trois équations liées à l'énergie. On va les appliquer à un volume (dit volume de contrôle) qui est en climatisation souterraine, un tronçon de conduit.

a) Équation de l'énergie

La première équation traduit le premier principe de la thermodynamique, c'est l'équation qu'on appelle équation de l'énergie :

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\text{énergie interne}\\ + \text{énergie cinétique}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{débit entrant}\\ - \text{débit sortant}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{énergie interne}\\ + \text{énergie cinétique}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{apport par conduction}\\ + \text{sources thermiques}\\ + \text{dissipation}\end{pmatrix} \tag{A.26}$$

Il n'y a que les forces de pression et de pesanteur qui travaillent. La pression et les contraintes visqueuses ne travaillent pas au niveau de la paroi car les vitesses y sont nulles. La puissance des forces de pesanteur est l'opposée de la variation d'énergie potentielle.

La source volumique thermique est noté Q en (W). Elle pourrait provenir d'un changement d'état de la vapeur. L'équation de bilan s'écrit donc (A.27) :

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\left(e + \frac{u^2}{2}\right)dv = \int_{S_1} \rho_1\left(e_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{u_1^2}{2} + g\,z_1\right)\left(\vec{v_1}\cdot\vec{i_1}\right)ds_1 - \int_{S_2} \rho_2\left(e_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{u_2^2}{2} + g\,z_2\right)\left(\vec{v_2}\cdot\vec{i_2}\right)ds_2 + \int_S \lambda\,\vec{grad}(T)\cdot\vec{n}\,ds + Q$$

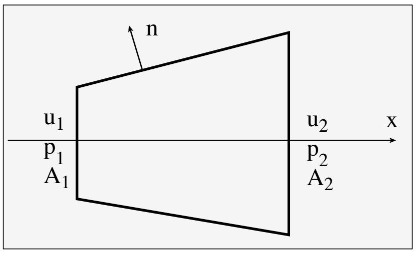


Fig. A-6- Schéma pour l'écriture d'un bilan d'énergie dans un tronçon de conduit limité par une surface d'entrée S_1 et une surface de sortie S_2

Sketch and notations for an energy balance in the controlled volume

On remarque que l'enthalpie apparaît naturellement dans les intégrales de surface ($h = e + p/\rho$) .Le symbole $\cdot$ est celui du produit scalaire.

b) Équation de bilan d'énergie cinétique

La deuxième équation est le bilan d'énergie mécanique. Elle résulte de la loi de Newton et n'a rien à voir avec le premier principe de la thermodynamique. Elle s'énonce comme suit :

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\text{énergie}\\ \text{cinétique}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{débit entrant}\\ - \text{débit sortant}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{de l'énergie}\\ \text{cinétique}\end{pmatrix} + \text{puissance}\begin{pmatrix}\text{des forces ext. de pesanteur}\\ \text{des forces ext. de pression}\\ \text{des forces intérieures}\end{pmatrix} \tag{A.28}$$

La grande différence avec la précédente est la présence de la puissance des forces intérieures. Cette puissance comporte deux termes : l'un est dû à la puissance des forces de pression en présence des changements de volume du fluide et le deuxième provient des contraintes visqueuses. Cette dernière puissance est négative car les frottements visqueux assurent un transfert d'énergie mécanique en chaleur. Ce terme, changé de signe, est donc une source positive de chaleur qui est appelée dissipation.

c) Équation de la chaleur

L'équation de la chaleur résulte de la différence entre les deux premières équations. Cette dernière équation ne contient pas les termes d'énergie cinétique :

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\text{énergie}\\ \text{interne}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{débit entrant}\\ \text{- débit sortant}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{de l'énergie}\\ \text{interne}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\text{puissance des forces}\\ \text{intérieures de pression}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{apport par conduction}\\ \text{+ sources thermiques}\\ \text{+ dissipation}\end{pmatrix} \qquad (A.29)$$

On montre qu'on a intérêt à écrire un bilan en terme d'enthalpie car alors les pressions ne jouent pas de rôle (sauf en écoulement très rapide avec un nombre de Mach supérieur à 0,3) :

$$\frac{d}{dt}(\text{enthalpie})=\begin{pmatrix}\text{débit entrant}\\ \text{- débit sortant}\end{pmatrix}(\text{de l'enthalpie})+\begin{pmatrix}\text{apport par conduction}\\ \text{+ sources thermiques}\\ \text{+ dissipation}\end{pmatrix} \qquad (A.30)$$

Quand on veut tenir compte de changements d'état éventuels de l'eau, on utilise alors l'enthalpie spécifique qui prend en compte l'enthalpie de la vapeur d'eau et permet de supprimer le terme de sources thermiques. La formulation instantanée devient :

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho_a\, h\, dv = \int_{S_1} \rho_{a1}\, h_1 \left(\vec{v_1}\cdot\vec{i_1}\right) ds_1 - \int_{S_2} \rho_{a2}\, h_2 \left(\vec{v_2}\cdot\vec{i_2}\right) ds_2 + \int_S \lambda\, \overrightarrow{grad}(T)\cdot\vec{n}\, ds + q_v\, \Delta p \qquad (A.31)$$

Dans cette relation S_1 est la surface d'entrée, S_2 est la surface de sortie et S est la surface totale limitant le volume de contrôle ($S_1 + S_2 + S_{latérale}$). ρ_a est la masse volumique de l'air sec (on a enlevé la vapeur à l'air humide). On a remplacé la fonction de dissipation par une expression tirée de la perte de charge Δp multipliée par le débit volume :

$$\dot{m}_a\left(h_s - h_e\right) = \text{puissance des forces de pesanteur et de la viscosité + puissance thermique} \qquad (A.32)$$

A.2.7. Bilan d'entropie

La thermodynamique a mis en évidence le concept d'entropie (Clausius). L'entropie est une grandeur extensive notée S dont la variation pour un corps se calcule par la relation :

$$dS_e = \frac{dQ}{T} \qquad (A.33)$$

dans laquelle Q est une quantité de chaleur apportée au corps et T est la température absolue.

L'entropie s'exprime donc en $J.K^{-1}$. L'entropie étant une grandeur extensive, l'entropie de deux corps est la somme des entropies. De même que l'énergie, elle est définie à une constante additive près. Ce sont les différences d'entropie qui ont un sens. Si un corps reçoit une quantité de chaleur dQ, son entropie s'accroît de dS_e. Pour calculer l'accroissement d'entropie pour une quantité de chaleur finie, il faut étudier l'évolution thermique du corps au cours du transfert et calculer la somme (intégrale) des accroissements d'entropie. Si on voulait mesurer cet apport d'entropie, il suffirait d'un «entropimètre» constitué d'un fluxmètre et d'un thermomètre couplé.

On remarque qu'un apport de chaleur à haute température s'accompagne d'un apport d'entropie plus petit que si l'apport se faisait à basse température. C'est cette propriété qui est utilisée dans les machines thermiques placées entre deux sources de chaleur de températures inégales.

Examinons cette propriété de plus près. Une machine thermique est un système qui permet de transformer partiellement de l'énergie thermique (chaleur) en énergie mécanique. Une machine thermique est un système ouvert. Il y entre de l'énergie thermique provenant d'une source chaude. Il en sort de l'énergie thermique vers une source froide et de l'énergie mécanique. Le bilan d'énergie nous permet d'écrire que l'énergie qui entre, est égale à l'énergie qui sort. Au point de vue énergétique, une machine thermique ne sert à rien : elle ne produit pas d'énergie. Elle se contente de différencier l'énergie sortante en énergie thermique et énergie mécanique. Il faut regarder le fonctionnement en terme d'entropie pour comprendre son intérêt. Si le fonctionnement est réversible, la production d'entropie est nulle. On en déduit que le débit d'entropie entrant est égal au débit d'entropie sortant, d'où la relation qui exprime le travail maximal récupérable (Carnot) :

$$\frac{\Delta Q_e}{T_e} = \frac{\Delta Q_s}{T_s} \Rightarrow W = \Delta Q_e - \Delta Q_s = \Delta Q_e \left[1 - \frac{T_e}{T_s} \right] \qquad (A.34)$$

L'aspect mystérieux de l'entropie vient de la production d'entropie associée au caractère irréversible d'une transformation. Il ne faut pas se fatiguer à essayer de comprendre d'où cela provient. Il suffit de retenir que le débit de cette source supplémentaire d'entropie traduit le caractère irréversible de la transformation.

Bilan d'entropie. Le bilan pour un volume de contrôle s'écrit comme pour les autres grandeurs extensives. La seule différence provient de l'existence de la source supplémentaire d'entropie à l'occasion des transformations irréversibles :

$$\frac{dS_e}{dt} = q_{ms} + \text{source d'entropie par irréversibilité} + \text{source d'entropie par apport de chaleur} \qquad (A.35)$$

A.2.8. Représentation unifiée des 4 lois

On a vu que si les grandeurs ne sont pas constantes dans le volume il faut calculer la grandeur par la somme des grandeurs pour des volumes élémentaires. En particulier, le premier terme des équations s'écrit alors :

$$\int_v \frac{\partial}{\partial t}(\rho\, G)\, dv \qquad (A.36)$$

$$\text{avec } G = 1 \text{ (masse)} \quad G = V \text{ (quantité de mouvement)} \quad G = \frac{V^2}{2} + h \text{ (énergie)}$$

De même pour le calcul des débits, si les grandeurs ne sont pas constantes sur la surface, on écrit le débit sous forme d'une intégrale de surface :

$$\int_S -\rho\, G \left(\vec{V} \cdot \vec{n}\right) ds \qquad \text{le point } \cdot = \text{produit scalaire} \qquad (A.37)$$

$$\text{avec } G = 1 \text{ (masse)} \quad G = V \text{ (quantité de mouvement)} \quad G = \frac{V^2}{2} + h \text{ (énergie)}$$

On remarque que notre vocabulaire : débit d'une grandeur et source d'une grandeur (emprunté à l'hydraulique), permet une présentation unifiée des quatre premières lois de conservation de la physique classique. La conservation de la charge électrique s'écrirait de la même façon en disant qu'un courant est un débit de charge. Cette présentation unifiée peut se résumer dans la phrase : la dérivée par rapport au temps d'une grandeur conservative intégrée dans un volume fixe est égale au débit algébriquement entrant de cette grandeur à travers la surface, augmenté des sources de la grandeur :

$$\int_v \frac{\partial}{\partial t}(\rho\, G))\, dv = \int_s -\rho\, G\left(\vec{V} \cdot \vec{n}\right) ds + \text{sources de G} \qquad (A.38)$$

$$\text{avec } G = 1 \text{ (masse)} \quad G = \vec{V} \text{ (quantité de mouvement)} \quad G = \frac{V^2}{2} + h \text{ (énergie)}$$

Débit et flux d'une grandeur. Cette présentation met en évidence une notion très importante, c'est la notion de débit d'une grandeur. La matière, quand elle traverse la surface (de pensée) qui limite notre volume de contrôle, transporte (on dit aussi : advecte) avec elle trois grandeurs, la masse, la quantité de mouvement et l'énergie. C'est pour cela que ce phénomène s'appelle phénomène de transport. En général, suivant le phénomène, on n'utilise pas le même terme pour désigner le débit de la grandeur. Pour le débit de matière, on parlera de débit masse, pour le débit de quantité de mouvement on parlera d'advection et pour le débit d'énergie on parlera de convection. Mais on sent bien la profonde unité de ces trois concepts. On remarque enfin que le débit d'une grandeur G à travers une surface S est identique au flux du vecteur $G\vec{V}$ à travers cette surface. Certains auteurs utilisent le mot flux dans le même sens que le mot débit, mais il vaut mieux faire la distinction.

A.3. Les équations locales

Nous ne nous servirons pas dans cet ouvrage des équations locales mais certains utilisateurs pourront avoir accès à des logiciels qui traitent les problèmes de climatologie souterraine par des équations locales.

A.3.1. Les trois équations locales instantanées dans l'approximation de Boussinesq

Plutôt que de faire les trois bilans sur un volume fini, on peut les ramener en un domaine ponctuel. On obtient alors les équations locales de la mécanique des fluides. Ce sont ces équations que l'on devra résoudre dans une modélisation fine d'un petit volume comme celui d'une glacière ou d'un piège à air chaud. Il ne semble en effet guère possible de résoudre ces équations dans un système aérologique complet.

a) Équation de continuité (conservation de la masse) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x_j} u_j + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \qquad (A.39)$$

On doit faire la sommation sur l'indice j (ou i) depuis la valeur 1 jusqu'à la valeur 3, quand il est répété deux fois dans une expression monome (convention d'Einstein). On montre que dans l'approximation de Boussinesq (cf. § A.2.2), on peut négliger le deuxième terme devant le troisième. Mais le premier terme ne sera pas négligeable pour des phénomènes rapides (comme ceux liés à la propagation d'une perturbation de pression).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \qquad \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho\, u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho\, g_i + \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} \qquad (A.40)$$

b) Équation de la dynamique (Navier Stokes)

Quand ρ est variable, elle s'écrit :

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho\, u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho\, g_i + \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} \qquad (A.41)$$

avec g_i, vecteur accélération de la pesanteur, et τ_{ij}, tenseur des contraintes visqueuses qui s'écrit pour un fluide newtonien :

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \mu'\, \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \qquad (A.42)$$

Dans cette dernière équation, δ_{ij} est le symbole de Kronecker qui vaut 1, si i = j et 0 dans le cas contraire. μ est la viscosité dynamique de l'air et μ' est la seconde viscosité.

Dans l'approximation de Boussinesq, cette équation va se simplifier. Supposons connues les répartitions des pressions et masses volumiques en fonction de l'altitude en l'absence de mouvement, et pour la même distribution de température et d'humidité qu'avec un mouvement. L'équation fournit :

$$\frac{\partial p_r}{\partial x_i} = \rho_r\, g_i \qquad (A.43)$$

On peut calculer les grandeurs de référence p_r et ρ_r en fonction de l'altitude, connaissant la répartition des températures. Posons : $p = p_r + p^*$ et $\rho = \rho_r + \rho^*$. L'équation de Navier-Stokes se transforme en (développement au premier ordre) :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \frac{\rho^*}{\rho_r} g_i + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \qquad (A.44)$$

Le terme contenant la pesanteur est très petit car la variation de masse volumique ρ^* due au mouvement, est petite.

Calculons l'ordre de grandeur du rapport $\frac{\rho^*}{\rho_r}$:

$$\frac{\rho^*}{\rho_r} \approx \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta \rho\, g\, H}{p} = \frac{\Delta T\, g\, H}{r\, T^2} = 4{,}3.10^{-7}\ \Delta T.H \qquad (A.45)$$

On en déduit que dans un tube à vent avec une dénivellation H de 800 m et un écart de température intérieur-extérieur de ΔT = 20°C, le rapport vaut au maximum 7/1000. On pourra donc négliger ce terme dans tous les cas d'écoulements souterrains.

On voit ainsi que la variation relative de masse volumique correspond à la variation relative de pression engendrée par les pertes de charge. La pression p* joue pour les écoulements dilatants, un rôle comparable à la pression motrice pour les écoulements incompressibles. L'équation de la dynamique se met finalement sous la forme :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \qquad \text{avec} \qquad p^* = p - p_r \qquad (A.46)$$

Dans le cas fréquent où la température de la cavité est à peu près constante et égale à T_r, on peut calculer p*:

$$p^* = p - p_r = p - p_0 \exp\left(- \frac{\rho_0\, g\, z}{p_0}\right) \qquad (A.47)$$

c) Équation de la chaleur

On obtient classiquement l'équation de la chaleur en formant l'équation de l'énergie (premier principe) et celle de l'énergie cinétique et en soustrayant la deuxième de la première. Le résultat s'écrit :

$$\rho \left(\frac{\partial h_{air}}{\partial t} + u_j \frac{\partial h_{air}}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} + \rho_a\, a_h\, L \frac{\partial w}{\partial x_j}\right) + \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + \tau_{ij}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \rho\, g_j\, u_j \qquad (A.48)$$

Dans cette équation h_{air} est l'enthalpie massique de l'air (elle comprend deux termes : l'un relatif à l'énergie sensible de l'air sec et l'autre relatif à l'énergie latente de la vapeur d'eau contenue dans l'air), λ est la conductivité thermique de l'air. On identifie facilement les différents termes. Le membre de gauche représente la dérivée matérielle de l'enthalpie. Le premier terme du membre de droite correspond à l'opposé de la divergence du flux de conduction thermique (loi de Fourier) et du flux résultant de la diffusion de vapeur d'eau dans l'air, les deuxième et troisième marquent la dérivée matérielle de la pression, le quatrième terme représente la puissance des contraintes visqueuses et le dernier, la puissance des forces de pesanteur.

Dans les écoulements à basses vitesses, la dérivée matérielle de la pression est négligeable (elle varie comme l'inverse du carré du nombre de Mach). D'où la simplification :

$$\rho \left(\frac{\partial h_{air}}{\partial t} + u_j \frac{\partial h_{air}}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} + \rho_a\, a_h\, L \frac{\partial w}{\partial x_j}\right) + \tau_{ij}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \rho\, g_j\, u_j \qquad (A.49)$$

Dans cette équation, l'avant dernier terme est la dissipation, c'est-à-dire la puissance mécanique transformée en chaleur par la viscosité. C'est ce terme qui intervient dans la perte de charge de l'équation de Bernoulli.

Le terme de dissipation n'est pas très important. On a vu (§ 4.3.2.g) qu'il se traduit par un gradient de température très faible. On peut donc négliger ce terme et comme λ et $\rho_a\, a_h\, L$ peuvent être considérés comme constants, l'équation se simplifie encore (en passant à l'enthalpie spécifique et en prenant comme masse volumique, la masse volumique ρ_a de l'air sec) :

$$\rho_a \left(\frac{\partial h}{\partial t} + u_j \frac{\partial h}{\partial x_j}\right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + \rho_a\, a_h\, L \frac{\partial^2 w}{\partial x_j^2} - \rho\, g_j\, u_j \qquad (A.50)$$

D'habitude, les équations de la chaleur ne prennent pas en compte l'énergie liée à la vapeur d'eau. En climatologie souterraine, cette approximation n'est pas correcte puisque les apports d'énergie par diffusion de vapeur d'eau sont le plus souvent supérieurs aux apports thermiques.

Certains prennent en compte la puissance des forces de pesanteur en introduisant une température potentielle qui tient compte du gradient adiabatique sec. Cette présentation permet de supprimer un terme dans l'équation, mais nous ne suivrons pas cette méthode car le gradient thermique de l'air dans les cavités naturelles est plutôt le gradient adiabatique humide.

Explicitons h , enthalpie spécifique de l'air humide (elle est très voisine mais un peu supérieure à l'enthalpie massique) :

$$dh = c_p\, dT + L\, dw \qquad (A.51)$$

d) Équation de bilan de la vapeur d'eau

De la même façon ou peut faire un bilan de masse pour la vapeur d'eau (ou sur le dioxyde de carbone) :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u_j \frac{\partial w}{\partial x_j} = + a_h \frac{\partial^2 w}{\partial x_j^2} \qquad (A.52)$$

L'ensemble des équations locales. Les inconnues représentant les grandeurs locales sont au nombre de 6 : u_i, T, w, p . Les équations sont aussi au nombre de 6. Continuité (1), dynamique (3), chaleur (1), bilan de masse pour la vapeur (1). Le compte y est, mais la résolution numérique directe ne peut concerner que des systèmes de formes géométriques simples. Car la turbulence à grands nombres de Reynolds nécessite un maillage très fin, très gourmand en temps de calcul. La méthode actuellement utilisée en résolution numérique est la modélisation des petites structures. Seules les grandes structures sont calculées numériquement. Nous n'en dirons pas plus sur un sujet en pleine évolution.

A.3.2. Les trois équations locales moyennées dans le temps dans l'approximation de Boussinesq

Les grandeurs turbulentes sont fluctuantes dans le temps. Les valeurs instantanées des grandeurs n'offrent que peu d'intérêt. Les moyennes temporelles en revanche sont plus intéressantes à connaître. Le calcul de cette moyenne ne pose aucun problème pour les sommes de termes qui sont à la puissance 1 (la moyenne temporelle d'une somme est égale à la somme des moyennes). En revanche, on sait que la moyenne d'un produit n'est pas le produit de la moyenne. Cette moyenne fait intervenir les corrélations entre les deux grandeurs multipliées. Dans les expressions suivantes, l'opérateur *moyenne temporelle* est représenté par la barre au-dessus :

$$A = \overline{A} + A' \qquad B = \overline{B} + B' \qquad \overline{A.B} = \overline{\left(\overline{A} + A'\right).\left(\overline{B} + B'\right)} = \overline{A}\,.\overline{B} + \overline{A'.B'} \qquad (A.53)$$

a) Équation de continuité

L'équation moyennée dans le temps suppose qu'il n'y a pas de variation trop rapide de la masse volumique. Le premier terme est alors nul. L'équation de continuité moyennée dans l'approximation de Boussinesq se ramène à :

$$\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_j} = 0 \qquad (A.54)$$

b) Équation de la dynamique moyennée dans le temps ou équation de Reynolds

Dans l'approximation de Boussinesq, elle s'écrit :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j . \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} + \frac{\overline{\rho^*}}{\rho_r} g_i + \nu \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u'_i\, u'_j}\right) \qquad (A.55)$$

Le terme de viscosité moléculaire (le deuxième du membre de droite) est négligeable loin des parois. Le dernier terme est la divergence du tenseur de Reynolds. C'est lui qui assure la diffusion de quantité de mouvement en écoulement turbulent. L'équation loin des parois se ramène donc à (on a assimilé à 1 le rapport des masses volumiques, placé devant le terme de pesanteur):

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j . \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} + g_i - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u'_i\, u'_j}\right) \qquad (A.56)$$

c) Équation de la chaleur moyennée. (Viollet, 1997, p. 119)

De la même façon, on écrit l'équation moyennée de la chaleur (pour l'air humide) :

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{h}}{\partial x_j} = \frac{\lambda}{\rho_a} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j^2} + a_h L \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x_j^2} + g_j \bar{u}_j - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u'_j h'}\right) \qquad (A.57)$$

Par rapport à l'équation instantanée, il apparaît un terme de diffusion turbulente sous forme de la divergence d'un certain vecteur (advection d'enthalpie turbulente). Loin des parois, le terme de diffusion turbulente est nettement plus grand que celui de diffusion moléculaire, de sorte que l'équation se réduit dans ce cas à :

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{h}}{\partial x_j} = g_j \bar{u}_j - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u'_j h'}\right) \qquad (A.58)$$

d) Équation du bilan de vapeur d'eau moyennée

Là encore, la vapeur d'eau est advectée par le mouvement moyen de l'air, et elle est diffusée par un processus moléculaire (efficace seulement au voisinage des parois) et un processus de dispersion turbulente du même genre que ceux vus pour la chaleur.

bilan de masse de la vapeur d'eau : $$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_j} = a_h \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u'_j w'}\right) \qquad (A.59)$$

e) Équations sur les valeurs fluctuantes

En retranchant membre à membre l'équation moyennée à l'équation instantanée, on déduit une équation pour les fluctuations. L'ensemble d'équations ainsi obtenues, et c'est le problème habituel en turbulence, ne ferme pas le problème, car cette équation fait apparaître des corrélations d'ordre supérieur dont on ne connaît rien. On sait qu'il faudrait écrire une suite infinie d'équations pour fermer le problème d'un point de vue mathématique. La méthode utilisée en turbulence est de fournir une équation de fermeture plus ou moins empirique. Mais nous n'aborderons pas ce problème de la modélisation de la turbulence (par exemple, modèle k-ε proposé par Launder et Spalding en 1974, cf. Florsch, 1998).

masse $$\frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0 \qquad (A.60)$$

dynamique $$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u'_j.\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + u'_j.\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \bar{u}_j.\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p^{*\prime}}{\partial x_i} + \frac{\rho^{*\prime}}{\rho_r} g_i + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u'_i u'_j}\right) \qquad (A.61)$$

enthalpie $$\frac{\partial h'}{\partial t} + u'_j \frac{\partial h'}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{h}}{\partial x_j} + \bar{u}_j \frac{\partial h'}{\partial x_j} = \frac{\lambda}{\rho_a} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j^2} + a_h L \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x_j^2} + g_j \bar{u}_j + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u'_j h'}\right) \qquad (A.62)$$

masse vapeur d'eau $$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_j} = a_h \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u'_j w'}\right) \qquad (A.63)$$

f) Les conditions aux limites

Les 6 équations qui décrivent l'écoulement d'air ne peuvent être résolues que si on se donne des conditions sur les limites de l'écoulement.

- Vitesse. La vitesse de l'air doit être nulle à la paroi
- Température. Il y a continuité des températures entre l'air et la paroi, et les gradients de température vérifient une condition sur les flux. Cette condition sur les flux nécessite d'introduire le champ des températures dans la roche et de faire un couplage à la paroi. Les équations de l'écoulement de l'air seront donc complétées par une équation de conduction dans la roche environnant la galerie. De même, il serait nécessaire de modéliser les écoulements de l'eau au voisinage de la paroi afin de prendre en compte le phénomène d'advection thermique par l'eau. Les modélisations font souvent l'impasse sur cette question car on ne connaît pratiquement rien sur ce problème.
- Vapeur d'eau. Le flux de vapeur d'eau est proportionnel au gradient d'humidité spécifique à la paroi, s'il y a condensation ou évaporation à la paroi.

g) Les nombres sans dimension de base

On montre que la solution du système d'équations est une fonction des coordonnées géométriques et de nombres sans dimension.

Les nombres sans dimension qui caractérisent l'écoulement sont formés à partir des grandeurs géométriques et physiques. Pour les grandeurs géométriques, on se donne habituellement une longueur caractéristique L et la forme est ensuite définie par une grande quantité de nombres sans dimension (rapports de longueurs). Pour les grandeurs physiques, on retrouve dans ces problèmes de transport les nombres sans dimension habituels :

Nombre de Reynolds : $Re = \frac{V\,L}{\nu}$

Nombre de Prandtl : $Pr = \frac{\nu}{a}$

Nombre de Schmidt : $Sc = \frac{\nu}{a_h}$

Nombre de Froude réduit : $Fr = \frac{V}{\sqrt{g\,|\beta\,\Delta T|\,L}}$

Le nombre de Reynolds peut être interprété comme le rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses. Le nombre de Prandtl est le rapport de la diffusivité de quantité de mouvement à la diffusivité thermique. Le nombre de Schmidt est le rapport de la diffusivité de quantité de mouvement à la diffusivité de masse (vapeur d'eau par exemple ou dioxyde de carbone). Enfin le nombre de Froude réduit est le rapport entre force d'inertie et force de pesanteur.

Le paramètre β est le coefficient de dilatation volumique. Il se déduit de :

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\,\beta\,dT \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{1}{T} \quad \text{pour un gaz parfait}$$

On voit dans l'examen de ces nombres que l'aspect thermique est ramené à un simple écart de température (par exemple la différence entre la température extérieure et la température profonde du réseau). Mais la résolution fera apparaître tout naturellement bien d'autres nombres sans dimension.

A.4. L'entraînement de l'air par l'eau des cascades dans les cavités naturelles

Introduction

L'eau, en tombant en cascade, met en œuvre de grandes quantités de mouvement qui engendrent ou modifient des courants d'air, via les forces liées à la viscosité turbulente. Dans les galeries parcourues par un courant d'air, l'eau circule globalement vers le bas alors que l'air utilise, quant à lui, les deux directions. L'action de l'eau tend donc à favoriser les courants d'air vers le bas, c'est-à-dire les courants d'air globalement estivaux, et a tendance à s'opposer aux courants d'air hivernaux. Ce sont dans les parties verticales que l'eau agit le plus fort. Nous restreindrons donc notre étude à l'entraînement de l'air par une chute d'eau tombant dans un puits vertical.

On sait que les grandes cascades engendrent des ondes acoustiques (Lewis, 1991). La longueur d'onde est à peu près quatre fois la hauteur de la chute H. La relation empirique trouvée par Rinehart (1969) sur la fréquence du son, à partir de mesures sur plusieurs cascades d'Amérique du Nord, est $f = 250 / H$ (f fréquence du son en s^{-1}, et H hauteur de chute en mètres). Choppy (1982) rapporte l'observation de Rahir au Hölloch en 1904 d'une oscillation de fréquence voisine de 1 Hz à proximité d'une cascade. Dans ce dernier cas, on peut penser que la fréquence est la fréquence acoustique de résonance en quart d'onde d'un système de puits, résonance excitée par la cascade. Car une cascade de 250 m de haut n'existe pas au Hölloch.

Le phénomène d'entraînement de l'air par l'eau a été très peu étudié dans ses implications avec le karst. Félix Trombe en parle dans son traité de spéléologie (1952) mais demeure sur le terrain qualitatif. En revanche, ce phénomène est connu dans les mines et aussi dans les tours de refroidissement (Simode, 1976). Nous commencerons par étudier la vitesse de glissement de l'eau dans un air en mouvement lui-même, et la vitesse limite que prend une goutte. Puis, nous examinerons le rôle d'une cascade sur un courant d'air (apport ou perte de charge), en distinguant si la cascade emplit toute la section du puits ou non. Enfin des expériences anciennes, mais soignées, de l'ingénieur en chef des Mines P. Petit (1900) nous permettront de critiquer les modèles théoriques proposés.

A.4.1. Chute d'eau dans l'air

La gerbe d'eau qui tombe dans l'air est soumise à de forts cisaillements qui ont tendance à la scinder en une multitude de gouttelettes au bout de quelques mètres. Ces gouttes peuvent encore se fragmenter pendant la phase d'accélération. Puis, les forces de freinage exercées par l'air se font sentir de plus en plus, au fur et à mesure que la vitesse relative des gouttes augmente. Et au-delà d'une certaine distance, la vitesse relative des gouttes par rapport à l'air reste constante. Elle a alors atteint sa valeur limite V^* , qui ne dépend en principe que de la taille des gouttes.

Près de la margelle du puits, une cascade qui se jette dans un puits est d'abord un volume d'eau entouré d'air. Les instabilités sur les côtés amènent des gouttes à quitter le volume liquide. Des bulles viennent s'intégrer dans l'eau. Puis la fraction volumique de l'air augmentant, la dispersion de bulles d'air dans l'eau est bientôt remplacée par une dispersion de gouttes dans l'air. La tension interfaciale étant la même, on peut supposer que la transition en terme de dispersion se fait quand la fraction volumique d'eau est égale à 0,5. La cascade évolue ensuite comme des paquets de gouttes d'eau allant un peu plus vite que le reste des gouttes et rattrapant les petits paquets à la traîne. Cette dynamique est compliquée. On la voit magnifiquement à l'œuvre dans les grandes cascades observées de loin.

a) Cinématique d'une goutte

Nous avons proposé dans une communication antérieure (Lismonde, 1991) une loi de vitesse des gouttes en fonction de leur taille. Mais la taille limite est difficile à calculer et il est plus commode d'utiliser les résultats d'expérience. Les mineurs connaissent bien le problème de l'entraînement de l'air dans les puits par des arrivées d'eau. Ils ont mesuré une vitesse limite de 8,9 m/s (citée dans Simode, 1976). Nous adopterons nous aussi cette valeur.

On démontre (Lismonde 2000 inédit) que le temps t_L que met la goutte pour parcourir une distance L donnée s'écrit (si la goutte a pu atteindre sa vitesse limite) :

$$t_L = \frac{L + x_0}{V^* + V_a} \quad \text{avec} \quad x_0 = \frac{V^*}{a} \ln 2 \tag{A.64}$$

Il est facile de voir que si l'air remonte le puits avec une vitesse $V_a = 8{,}9$ m/s , les gouttes ne peuvent plus descendre dans le puits (en réalité, elles descendront le long de la paroi et remonteront plutôt dans la zone centrale à cause des couches limites qui ne sont pas prises en compte dans ce modèle unidimensionnel). En revanche, si l'air descend le puits, les gouttes pourront aller plus vite et le temps sera raccourci.

b) Effet d'ensemble et migration latérale des gouttes

Le gradient de pression dans l'air. Les gouttes d'eau ayant atteint leur vitesse limite continuent à descendre à vitesse constante dans l'air. La force de pesanteur exercée sur les gouttes est exactement compensée par les forces de frottement exercées par l'air. Ces forces de frottement sont dirigées vers le haut. Réciproquement, l'eau exerce sur l'air une action vers le bas. Cette action est équivalente à un apport de charge (différence de pression motrice) pour un écoulement d'air vers le bas.

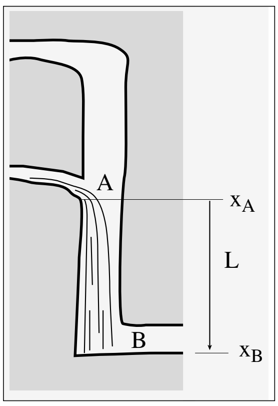
Ainsi, pour un courant d'air vers le bas, la présence d'eau se traduit par un apport de charge qui facilite le mouvement de l'air. En revanche, un air montant va se trouver freiné par la cascade, ce qui aura donc pour effet d'augmenter les pertes de charge du courant d'air.

Migration latérale des gouttes. Les interactions entre les différentes gouttes se traduisent par des fluctuations transversales de la position des gouttes. L'existence de couches limites près des parois se traduit par des cisaillements moyens de l'écoulement d'air rompant la symétrie du problème. Les fluctuations de position des gouttes ne s'annulent pas en moyenne, il y aura donc un déplacement moyen des gouttes d'eau. La force transversale sur une goutte d'eau est analogue à une force de portance (*lift* en Anglais). Ce déplacement moyen des gouttes d'eau a été étudié (écoulement diphasique).

A.4.2. Étude d'une configuration de chute d'eau

En l'absence de chute d'eau, un puits peut être parcouru par un courant d'air dans un sens ou dans un autre. Nous avons convenu plus haut de noter la vitesse de courant d'air positivement s'il descend (même sens que l'eau) et négativement s'il monte.

L'eau peut venir d'une arrivée au plafond ou d'une arrivée latérale dans un puits. La gerbe constituée par la cascade peut remplir le puits ou rester sur un côté. On peut envisager schématiquement quatre cas différents qui permettent de comprendre la quasi-totalité des configurations rencontrées dans la nature, mais nous nous limiterons ici au cas n° 3 qui est assez général (les autres cas sont traités dans Lismonde, 2000 inédit).



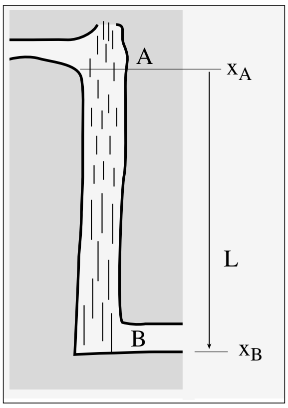
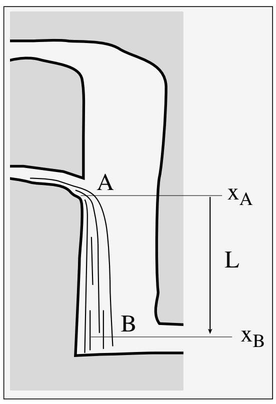


Fig. A-7 Fig. A-8
La gerbe de la cascade emplit entièrement le puits.
Dans le cas 1, la cascade sort dans le puits, dans le cas 2, la cascade débouche au-dessus de la margelle.

Sketches of waterfall and notations



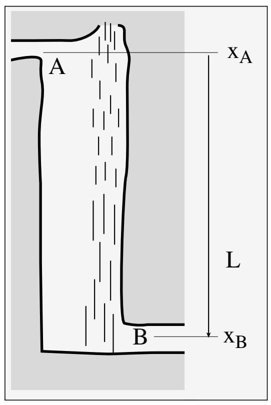


Fig. A-9 Fig. A-10
La gerbe de la cascade n'occupe par entièrement le puits.
Dans le cas 3, la cascade sort dans le puits, dans le cas 4 la cascade débouche au-dessus de la margelle.

Sketches of waterfall and notations

Si le courant est dirigé vers le bas du puits, l'action de la cascade va se traduire par un apport de charge à l'air. Si le courant d'air est montant, l'action de la cascade va se traduire par une perte de charge. Pour éviter d'avoir à changer de vocabulaire suivant le sens du courant d'air, nous appellerons DeltaP = p_{mA}-p_{mB} la différence de pression motrice de l'air entre les points A et B due à l'action de la cascade. Si l'air est descendant, DeltaP est positif et traduit un apport de charge au courant d'air, si le courant d'air est globalement montant, DeltaP est encore positif mais traduit une perte de charge.

Pour évaluer DeltaP, il suffit d'imaginer une double expérience. Dans la première, la cascade coule et dans la deuxième, la cascade est arrêtée. On supposera que dans les deux expériences de pensées, la vitesse de l'air est la même, afin de pouvoir isoler l'action de l'eau.

L'adjonction d'un débit d'eau, en maintenant constant le débit d'air, fait que la section de passage de l'air diminue légèrement et que la vitesse de l'air dans le tronçon vertical augmente légèrement. Mais cet effet est faible dans la plupart des cas et nous pourrons donc le négliger. Par ailleurs, nous avons déjà vu que l'eau exerce par frottement visqueux une force sur l'air. Cette force de frottement engendre une perte de charge.

Pour le cas 1, si on suppose que les forces de frottement aux parois sont les mêmes, avec et sans eau, fournissons l'expression de l'apport de charge (expression déjà connue des mineurs) :

$$\text{DeltaP}_1 = \frac{\dot{m}_e}{S} \frac{g\,L}{V^* + V_a}\left[1 + \frac{x_0}{L} - \frac{(V^* + V_a)^2}{g\,L}\right] \qquad (A.65)$$

Le cas 3 est plus difficile mais plus intéressant que les deux cas 1 et 2. L'eau entraîne l'air grâce à la viscosité turbulente, mais l'air peut remonter partiellement par les parties du puits en dehors de la douche. On assiste alors à la formation d'une cellule de recirculation (avec courant de retour) qui se superpose au courant d'air général. La cascade provoque une action globale bien moindre que dans les cas 1 et 2 car une partie de la charge amenée est dissipée par les frottements engendrés par le courant de recirculation.

Nous avons donc deux grandeurs à calculer. D'une part, la vitesse ou le débit de recirculation et d'autre part la différence de pression motrice amenée au courant d'air global de la cavité. Pour calculer le courant d'air de recirculation, il faut écrire le bilan de quantité de mouvement en considérant dans une section trois vitesses (moyennes) : la vitesse des gouttes d'eau V_e, la vitesse de l'air au voisinage de l'eau V_{a1} et la vitesse de l'air en dehors de la gerbe de la cascade V_{a2}. La vitesse de débit de l'air reste notée V_a. On appellera s la section du puits occupée par le mélange eau + air descendant et S-s = S' la section complémentaire.

Les différents périmètres de contact. Nous supposons le puits de section uniforme sur toute la hauteur. Dans une section donnée, nous considérons que la zone diphasique de surface s , est limitée pour partie par une paroi sur une longueur :

$$l_1 = 2\sqrt{\pi\, s} \qquad (A.66)$$

et pour partie par le contre-courant d'air sur une longueur de contact :

$$l_2 = \sqrt{\pi\,\sqrt{s\,(S - s)}} \qquad (A.67)$$

La partie ne contenant que de l'air (contre-courant) de section S - s est elle aussi au contact de la paroi du puits sur une longueur :

$$l'_1 = 2\sqrt{\pi\,(S - s)} \qquad (A.68)$$

La longueur de contact avec la cascade (air+eau) est la même que celle indiquée plus haut :

$$l'_2 = \sqrt{\pi\,\sqrt{s\,(S - s)}}\,. \qquad (A.69)$$

Les trois expressions au-dessus fournissent des ordres de grandeur plausibles.
Pour s = 0 , on a : $l_1 = l_2 = l'_2 = 0$
et pour s = S , on a $l_2 = l'_1 = l'_2 = 0$, ce qui permet de retomber sur les cas déjà vus : 1 et 2. L'imprécision sur le calcul de cette interaction se traduira par une imprécision sur le courant de recirculation.

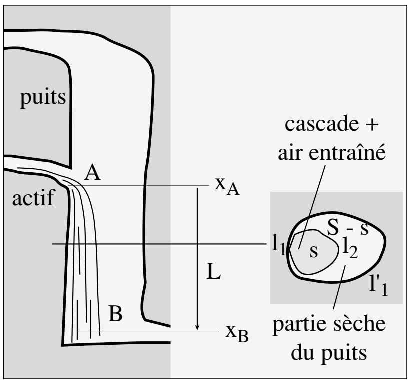


Fig. A-11- Décomposition d'une section en deux parties :
une partie de section s ,
où eau + air sont entraînés vers le bas
une partie de section S - s ,
d'air remontant vers le haut

Section partition in two-phase flow (water+air) and air flow

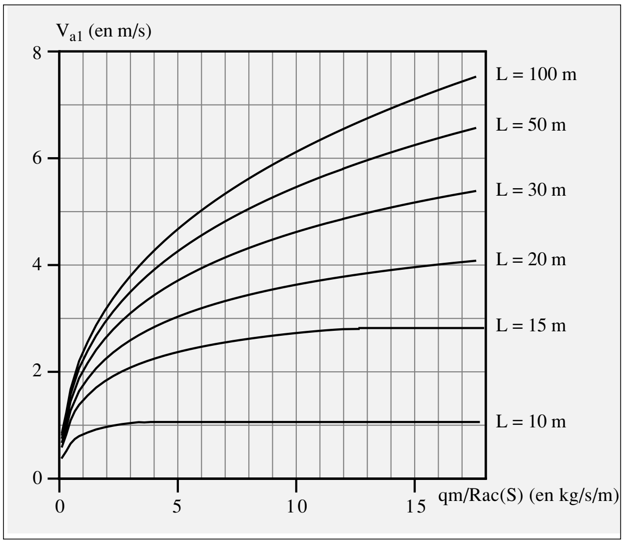


Fig.A-12- La vitesse d'entraînement de l'air V_{a1} en fonction de $\dot m_e / \sqrt{S}$ ($\dot m_e$ est noté qm sur le graphique), avec $V_a = 0$ et s/S = 0,2 pour différentes valeurs de la hauteur de chute L.

The drag velocity versus $\dot m_e / \sqrt{S}$ *for Va = 0 et s/S = 0,2 and different L values*

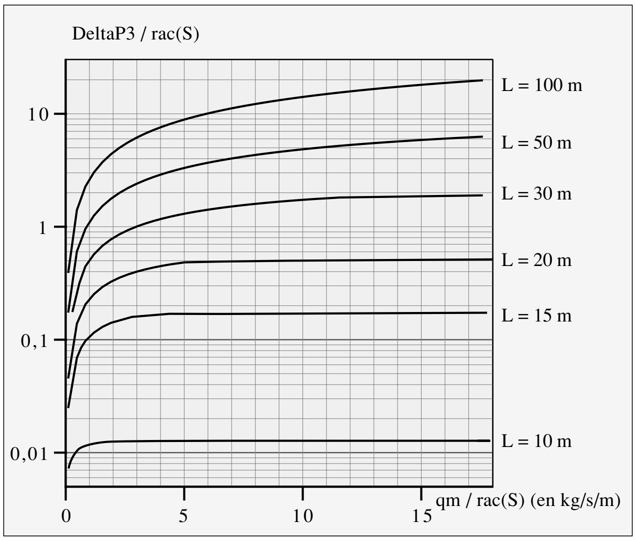


Fig. A-13- L'apport de charge $DeltaP3/\sqrt{S}$ (pour Va = 0 et s/S = 0,2) en fonction de $\dot m_e/\sqrt{S}$ ($\dot m_e$ est noté qm sur le graphique) pour différentes valeurs de la hauteur L

The waterfall head contribution versus $\dot m_e/\sqrt{S}$ *for different L values*

Solution pour s/S fixé

Supposons fixé le rapport e = s/S. La valeur de a est alors fixée. La fonction y (vitesse V_{a1}/V^*) est solution d'une équation du 3e degré qui ne dépend que de deux paramètres

On peut tracer la solution générale du problème en y pour une valeur de s/S donnée sous forme d'une famille de courbes (figure A-12) :

$$V_{a1} = f\,(\dot m_e/\sqrt{S}\ ,\ L)$$

La vitesse d'entraînement de l'air par l'eau augmente de moins en moins vite au fur et à mesure que le débit d'eau augmente. On remarque qu'un débit minuscule d'eau suffit à entraîner de grands débits d'air. Par exemple, un débit de deux litres par seconde suffit à engendrer des débits recirculés de plusieurs mètres cubes par seconde.

La vitesse d'entraînement de l'air tend vers une asymptote quand la hauteur de chute augmente à débit donné. Il suffit d'une hauteur de 20 ou 30 m pour obtenir presque le débit maximal recirculé. On peut déterminer la vitesse asymptotique de recirculation quand cette vitesse est petite devant la vitesse V*

De même, on peut représenter la solution générale en $DeltaP3/\sqrt{S}$ en fonction des deux variables $\dot m_e/\sqrt{S}$ et L (figure A-13).

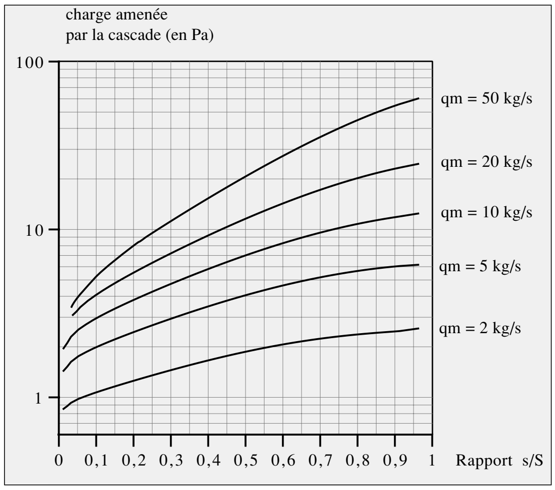


Fig. A-14- L'apport de charge (en Pa) en fonction du rapport e = s/S et pour différents débits $\dot m_e$ de la cascade (notés qm sur le graphe)

$S = 20\ m^2$ et L = 30 m

The waterfall head contribution versus s/S for different flow values

Rôle du rapport s/S

La figure A-14 présente la charge amenée par une cascade. Elle augmente, à débit constant, quand la cascade emplit plus le puits (s/S tendant vers 1). Pour un puits de rapport s/S donné, un débit plus grand augmente la charge mais pas proportionnellement.

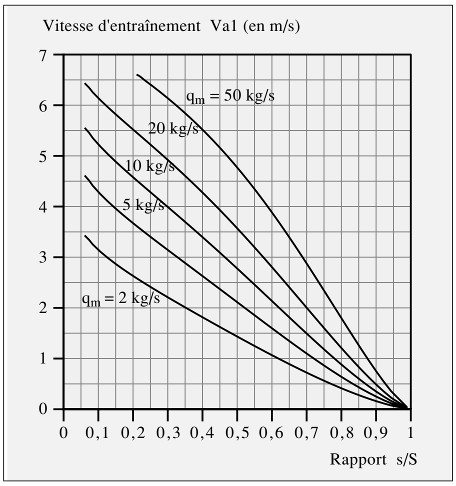


Fig. A-15- La vitesse V_{a1} en fonction de s/S , pour différents débits d'eau $\dot{m}_e$ (notés qm sur le graphique)

The air velocity versus s/S for different flow values

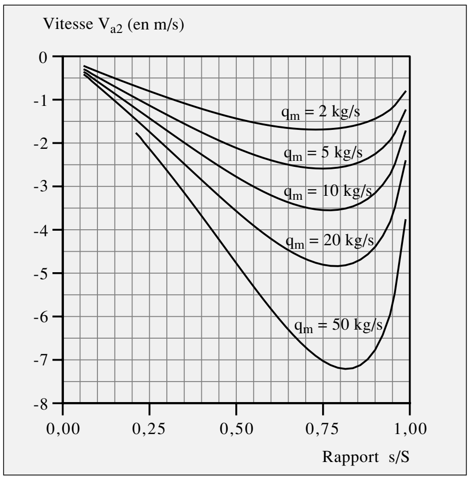


Fig. A-16- Vitesse V_{a2} en fonction de s/S pour différents débits d'eau S = 20 m^2 et L = 30 m

Recirculation velocity versus s/S for different flow values

Par exemple pour un débit masse $\dot{m}_e$ =20 kg/s représentant un débit masse surfacique $q^*_m = 1$ kg.s^{-1}.m^{-2}, et une cascade emplissant complètement le puits (s = S), l'apport de charge vaut 26 Pa , à comparer avec ce que l'on avait trouvé dans le cas 1 pour une vitesse Va = 0 m/s, c'est-à-dire 25 Pa . Les résultats de cette étude se raccordent ainsi à ceux du cas 1 qu'il contient en quelque sorte.

Pour les vitesses d'entraînement de l'air (figure A-15), V_{a1} tend vers 0 quand s tend vers S. De même pour V_{a2} . Mais la vitesse du courant de recirculation V_{a2} passe par un maximum pour une valeur de s/S sensiblement égale à 0,8 (figure A-16).

Discussion

Les expériences de P. Petit (Petit, 1900) faites au puits Thibaut ou au puits des Flaches ne confirment pas exactement les expressions théoriques. Un facteur de l'ordre de 0,25 apparaît quand on confronte théorie et expérience. Les résultats théoriques sont basées sur l'hypothèse d'homogénéité de la dispersion d'eau dans l'air. Cette hypothèse malheureusement ne peut pas être facilement remplacée par une autre. Aussi, nous contenterons-nous d'utiliser les expressions théoriques comme référence, de la même façon qu'en thermodynamique le cycle de Carnot sert de référence pour un moteur dont le rendement peut lui être comparé. Ici, les expressions théoriques nous fournissent le mécanisme le plus efficace de l'entraînement sachant que dans la nature de multiples causes viennent diminuer l'efficacité jusqu'à la réduire à 25 % de la valeur théorique.

A-5- Résolution numérique des systèmes d'équations

Les différents programmes de résolution ont été écrits en Fortran ou en Basic (Turbo basic de Borland ou Quickbasic de Microsoft). Nous avons privilégié les méthodes itératives de résolution du fait de la non-linéarité de certaines des équations. Nous n'avons jamais cherché à optimiser la rapidité des logiciels, mais plutôt à optimiser la longueur des codes de calcul.

Nous proposons ci-dessous un exemple de programme de calcul. On remarquera que ce programme n'est pas très sophistiqué, mais qu'il privilégie la simplicité d'écriture. Tous les programmes ont été écrits avec les instructions les plus simples du basic et seraient facilement transposables à d'autres langages. Je les tiens à la disposition des personnes intéressées. Il existe actuellement des logiciels sophistiqués et professionnels (comme *fluent* ou d'autres) qui peuvent parfaitement résoudre le genre de problèmes que nous avons abordés dans cet ouvrage. C'est pour cette raison que nous nous sommes abstenus de faire figurer les listings des logiciels que nous avons écrits.

```
'
'**********************************************************************************************
'   Programme THERM2b pour calculer l'influence thermique
'   d'un courant d'air alternatif dans une galerie de diamètre D et de longueur L.
'   On suppose la température au loin dans la roche uniforme initialement TE
'   La température moyenne de l'air extérieure est TE
'   Les températures sont adimensionnalisées par ΔT, l'amplitude des températures extérieures
'   On cherche le refroidissement de l'entrée basse et le réchauffement de l'entrée haute
'   On fera la moyenne des températures près des entrées au cours d'une période
'   lorsqu'un régime périodique sera atteint.
'
'   Fait par B. Lismonde en avril 2000 en Quick-basic de Microsoft pour Mac.
'
'**********************************************************************************************
'
'   TA, TAP est la température de l'air (en réalité (Tair - Te) / ΔT)
'   TC est la température de la roche (en réalité (Troche - Te)/ΔT)
'   La température de la roche varie de 1 au loin à une valeur plus petite que 1 à la paroi.
'   TCP est la température provisoire à une abscisse courant donnée pour le calcul
DEFDBL A-Z
DIM TA(152), TAP(152),TC(152,41),TCP(41), Y10(15), TEN(400), TSO(400)
NI% = 152   :   NJ% = 41   :   NITERM% =1600
NPAS = 1#                          '  récurrence en pas de temps des tracés
PI = 3.1415926535#
'
'   Données du problème. Grandeurs dimensionnées
'
L = 100#                           '   longueur en mètres de la galerie supposée unique
TE = 4#                            '   température moyenne de l'air extérieur en °C, inutile ici
DELTAT = 8#                        '   amplitude des variations de la température extérieure, inutile ici
D = 1#                             '   diamètre des conduits en m
V0 = .2#                           '   vitesse maximale constante de l'air  en m/s
NPER%= 100                         '   période en jours
PER = NPER%*86400#                 '   période en s de la pulsation de la température extérieure
AC = .00000223#                    '   diffusivité thermique du calcaire en m2/s
'   Constantes sans dimension
A = .00633#*(V0*D)^(-.2#)          '   constante qui intervient dans la définition de ksi (X)
B = .787#*(V0*D)^(.8#)             '   constante qui intervient dans la définition de éta (Y) et du temps
TEMPS = D^2/(4#*B^2*AC)            '   unité naturelle de temps
X0 = D/(2#*A)                      '   unité naturelle de longueur axiale
Y0 = D/(2#*B)                      '   unité naturelle de longueur transversale
XL = L/X0                          '   longueur sans dimension de la galerie
OM = PI*D^2/(2#*B^2*AC*PER)        '   pulsation sans dimension
'
'   Les trois incréments pour le maillage ou les itérations en variables sans dimension
'
dX = XL/100.01#                    '   maille dans la direction du courant d'air pour avoir 100 points au total
'   S'il y a des problèmes numériques, il faut augmenter ce nombre 100
dT = PER/TEMPS/400.01#                   '   incrément temporel (relation de Schmidt)
dY = SQR(2#*dT)              '   maille dans la direction Y (perpendiculairement à la paroi)
'   Pour le choix de dY qui conditionne le choix de dT, il faut prendre un temps total de 5 ou 6 périodes
'   une définition temporelle telle qu'une période soit décrite par une cinquantaine de points d'où dT d'où dY.
'   Si on fait varier V0, Période ou L , il faut faire varier dY, ce qui explique la relation choisie
NTEMPS% = INT(PER/TEMPS/dT)      '   nombre d'itérations temporelles sur une période
IF NTEMPS% > 400 THEN GOTO 33
NXL% = INT(XL/dX)
IF NXL% > NI% - 1 THEN GOTO 33
PRINT "PROGRAMME 'THERM3' DU COURANT D'AIR INDUIT PAR UNE TEMPÉRATURE ALTERNATIVE"
PRINT "Constante A*10000 = "INT(A*10000!),"Diamètre D (en m) ="INT(D*100!)/100!,
PRINT "Longueur L (en m) = " L,"Vitesse V (en m/s) ="INT(V0*100!)/100!
```

```
PRINT "Période (en jours) = "NPER%,
PRINT "Unité de temps (en jours) = "INT(TEMPS/86400!*100!)/100!"Unité axiale (en m) ="INT(X0*100!)/100!,
PRINT "Unité transverse (en m) = "INT(Y0*100!)/100!
PRINT "Longueur sans dim ksiL = "INT(XL*100!)/100!,"Pulsation sans dimension = "INT(OM*1000!)/1000!, "Paramètre  B*1000 = "INT(B*1000!)
PRINT  "Nb d'itérations/période = "NTEMPS%,"Nb de mailles le long de la galerie  NXL ="NXL%
'
'   Initialisation
'
FOR I% = 1 TO NXL%
   TA(I%) =0#
   TAP(I%) = 0#
   FOR J% = 1 TO NJ%
      TC(I%,J%) =  0#                    ' température initiale dans la roche
   NEXT J%
NEXT I%
FOR J% = 1 TO NJ%
   TCP(J%) =  0#
NEXT J%
TM = 0#                              '   température moyenne initiale de l'air dans la galerie
FOR I% = 1 TO NITERM% STEP NPAS
   LINE(50#+(1#+(I%-1#))*4#*200#/NITERM%,240#)-(50#+(1#+I%)*4#*200#/NITERM%,240#),33
   PRESET(50#+(1#+(I%-1#))*4#*200#/NITERM%,240#-100#),33
   PRESET(50#+(1#+(I%-1#))*4#*200#/NITERM%,240#+100#),33
   LINE(50#+(1#+(I%-1#))*4#*200#/NITERM%,440#)-(50#+(1#+I%)*4#*200#/NITERM%,440#),33
   PRESET(50#+(1#+(I%-1#))*4#*200#/NITERM%,440#-100#),33
   PRESET(50#+(1#+(I%-1#))*4#*200#/NITERM%,440#+100#),33
NEXT I%
'
TA(1) = 0#   :   TAP(1) = 0#   '   température de l'air à l'entrée de la galerie
NITER% = 0                           '   numéro de l'itération
NPER% = 0       '   comptage pour les moyennes glissantes
'
'   Début des itérations
'
11
NITER% = NITER%+1
TAU = NITER%*dT                    '   temps (en s)
'
'   Calcul de la température moyenne de l'air dans la galerie
'
TMP = 0#
FOR I% = 1 TO NXL%
   TMP = TMP + TA(I%)
NEXT I%
TM = TMP/NXL%
T1 = -SIN(OM*TAU)       '      Température extérieure
'   Calcul des nombres S et Sigma
S = SGN(TM+SIN(OM*TAU))
SIG = ABS(TM+SIN(OM*TAU))
SIG1 = SIG^.1
SIG5 = SIG^.5                 '   Vitesse V/V0  dans la galerie
'   Détermination des extréma de TM
DTM1 = TM-TM2
IF DTM2*DTM1<0# THEN
   IF DTM2>0# THEN TMAX = TM
   IF DTM2<0# THEN TMIN = TM
END IF
'   Calcul du déphasage entre TM et la température extérieure'
'   On le détermine par le passage à zéro de TM
IF TM2*TM <0# AND TM2>0# THEN
   ABCD = OM*TAU/(2#*PI)
   PHI = 360#*( ABCD-INT(ABCD))
END IF
TM2= TM
DTM2 = DTM1
'
'   Résolution de l'équation de conduction dans la roche
'
FOR I% = 1 TO NXL%-1
   FOR J% = 2 TO NJ%-1
      Y = dY*(J%-1#)
      TCP(J%) = (TC(I%,J%+1) + TC(I%,J%-1))/2# + dY/4#/(Y+B)*(TC(I%,J%+1) - TC(I%,J%-1))
   NEXT J%
   TCP(NJ%) = 2#*TCP(NJ%-1)-TCP(NJ%-2)       '   On laisse courir le flux transversalement
   FOR J% = 2 TO NJ%
      TC(I%,J%) = TCP(J%)
   NEXT J%
NEXT I%
'
'   Résolution de l'équation de bilan de l'air et flux à la paroi
'
```

```
IF S = 1 THEN
   TAP(1) = T1
   FOR I% = 1 TO NXL%-1
      TAP(I%+1) = ((2#*SIG1+2#*SIG5*dY-dX)*TAP(I%)+2#*dX*TC(I%,2))/(2#*SIG1+2#*SIG5*dY+dX)
      TC(I%,1) = TAP(I%+1)*(.5#+SIG1/dX)+TAP(I%)*(.5#-SIG1/dX)
   NEXT I%
   FOR I% = 1 TO NXL%
      TA(I%) = TAP(I%)
   NEXT I%
END IF
IF S = -1 THEN
   TAP(NXL%) = T1
   FOR I% = 1 TO NXL%-1
      TAP(NXL%-I%) = ((2#*SIG1+2#*SIG5*dY-dX)*TAP(NXL%-I%+1)+2#*dX*TC(NXL%-I%+1,2))/(2#*SIG1+2#*SIG5*dY+dX)
      TC(NXL%-I%,1) = TAP(NXL%-I%)*(.5#+SIG1/dX)+TAP(NXL%-I%+1)*(.5#-SIG1/dX)
   NEXT I%
   FOR I% = 1 TO NXL%
      TA(I%) = TAP(I%)
   NEXT I%
END IF
'
'    Incrémentation et test d'arrêt de calcul
'
IF NITER% > NITERM% THEN GOTO 31
IF INT((NITER%-1!)/NPAS) < (NITER%-1.0001#)/NPAS THEN GOTO 11
'
'    Tracé de la température moyenne de l'air
'
LINE(50#+(NITER%-1)*4#*200#/NITERM%,240#-TM1*100#)-(50#+NITER%*4#*200#/NITERM%,240#-TM*100#),33
LINE(50#+(NITER%-1)*4#*200#/NITERM%,240#-T11*100#)- (50#+NITER%*4#*200#/NITERM%,240#-T1*100#),33
T11 = T1
'
'    Tracé de la vitesse de l'air
'
LINE(50#+(NITER%-1)*4#*200#/NITERM%,440#-S11*SIG51*100#)-(50#+NITER%*4#*200#/NITERM%,440#-S*SIG5*100#),33
TM1 = TM
SIG51 = SIG5
S11 = S
'
'    Moyennes glissantes des températures à l'entrée et sortie sur une période
'
NPER% = NPER%+1
IF NPER% = NTEMPS%-1 THEN NPER% = 1
TEN(NPER%) = TA(2)
TSO(NPER%) = TA(NXL%-1)
TMENP = 0#
TMSOP = 0#
FOR I% = 1 TO NTEMPS%
   TMENP = TMENP +TEN(I%)
   TMSOP = TMSOP + TSO(I%)
NEXT I%
TMEN = TMENP/NTEMPS%
TMSO = TMSOP/NTEMPS%
TMEN1 = TMEN
TMSO1 = TMSO
TA21 = TA(2)
TANXL1 = TA(NXL%-1)
'
'    Fin de la grande boucle d'itération à la fin des tracés
'
GOTO 11
'
'     Fin du programme
'
33
PRINT " trop d'itérations temporelles pour une période, ou galerie trop longue "
31
PRINT "Température basse = "INT(TMEN*1000!)/1000!, "Température haute = "INT(TMSO*1000!)/1000!
PRINT "Température moyenne max = "INT(TMAX*1000!)/1000!, "Température moyenne mini = "INT(TMIN*1000!)/1000!
PRINT "Déphasage entre la température extérieure et la température moyenne phi =" INT(PHI*100!)/100!"degrés"
PRINT "Fin du programme THERM"
INPUT fgdgrg
END
```

BIBLIOGRAPHIE

Cette bibliographie concerne l'ensemble des deux tomes de «climatologie du monde souterrain». Les références sont rangées par ordre alphabétique des auteurs. La liste n'est pas exhaustive, et d'autres références seront cherchées dans les volumes du bulletin bibliographique spéléologique édité par l'Union Internationale de Spéléologie. Certaines références que je n'ai pas réussi à me procurer, ne sont citées que pour mémoire.

AA, 1965 - *Altitude et pression barométrique*. Notice de l'altimètre Thommen (Suisse).

AA, 1992 - *Mémento des Mines et carrières, aide mémoire de l'exploitant*, RPI édition.

AA, 1994 - *Inventeurs et scientifiques, dictionnaire de biographies*. Larousse : 693 p. (Guibal).

AA, 1997 - *Les techniques de désobstruction (en secours, moyens pyrotechniques et non explosifs). Alimentation électrique, sécurité, dangers des gaz explosifs en spéléologie*. Spéléo Secours Français.

ACCORSI D., 1996 - Les gaz produits par le carbure de calcium. *Bull. du club de la Nuit Minérale de Senlis*, 1996 : 24.

AGRICOLA G., 1556 - *De Re Metallica*. Basle, Froben : 538 p.

ALBRAND (N. d'), 1976 - Mesures d'aérage. Ch VI du *document SIM n°3 aérage* : 81-89.

AMIN I., CAMPANA M. E., 1992 - A general mathematical model for tracer data analysis. in *Tracer Hydrology* (proc. of the 6th Intern. Symp. on Water Tracing, Karlruhe, Germany). Hötzl & Werner (eds), Balkema, Rotterdam : 453-460.

ANCAL B., FLUCK P., 1988 - *Une exploitation minière du XVIe s. dans les Vosges*. DAF, édition de la maison de l'homme de Paris, Documents d'Archéologie française : 124 p.

ANDRIEUX C., 1965 - Sur la mesure précise des caractéristiques météoclimatologiques souterraines. *Annales de spéléo* 20 (3) : 319-340.

ANDRIEUX C., 1969 - Étude du climat de la grotte de Sainte Catherine, en Ariège, selon le cycle 1967. *Annales de Spéléologie*, tome 25, fasc. 2 p 441-490. II- Aérodynamique souterraine. Annales de spéléo 24 (1) : 19-74.

ANDRIEUX C., 1970 - Contribution à l'étude du climat des cavités naturelles des massifs karstiques. I- Instrumentation en climatologie souterraine. *Annales de Spéléologie*, 25 (2) : 441-490. II- Aérodynamique souterraine. Annales de spéléo 25 (2) : 491-529.

ANDRIEUX C., 1970 - Contribution à l'étude du climat des cavités naturelles des massifs karstiques. III- Évapo-condensation souterraine. *Annales de Spéléo.* 25 (3) : 531-559.

ANDRIEUX C., 1971 - Contribution à l'étude du climat des cavités naturelles des massifs karstiques. IV- Influence de la morphologie des galeries, de la forme et de l'orientation des ouvertures sur le climat souterrain. Annales de spéléologie, t 26,1, p 5 à 30. V- Les bilans climatiques. *Annales de Spéléo*., 26 (2) : 367-386.

ANDRIEUX C., 1972 - VI- Étude du climat de la grotte laboratoire de Soulabé en Ariège (cycle 1967-1968). *Annales de Spéléo.* 27 (1) : 5-77.

ANDRIEUX C., 1973 - Étude du climat de la grotte du Pigailh (Ariège). Problèmes posés par le mécanisme des transferts thermiques. *Annales de Spéléo.* 28 (3) : 362 à 374.

ANDRIEUX C., 1974 - Premiers résultats sur l'étude du climat de la salle des peintures de la galerie Clastres (Niaux-Ariège). *Annales de Spéléo.* 29 (1) : 3-25.

ANDRIEUX C., 1977 - Étude du climat des cavités naturelles dans les roches calcaires (grotte de Niaux). *Gallia Préhistoire*, 20 (1) : 301-322.

ANDRIEUX C., 1978 - Les enseignements apportés par la thermique dans le karst. In Le karst, son originalité physique, son importance économique. *Colloque de Tarbes, Assoc. des Géologues du Sud-ouest* : 48-63.

ANDRIEUX C., 1979 - Problèmes soulevés par l'action des circulations d'eau et d'air sur le climat des cavités souterraines dans les massifs karstiques. *Colloque CNRS n° 271, La fin des temps glaciaires en Europe, Talence*, 24-28 mai, 1972, : 127-140.

ANDRIEUX C., 1983 - Étude des circulations d'air dans la grotte de Niaux - Conséquences. *Karstologia* (1) : 19-24.

ANGEL M., 1989 - Mines et fonderies au XVIe siècle. D'après le *De re metallica* d'Agricola. *Les belles lettres, Total Éditions Presse, Paris* : 396 p.

ASCH G. et al., 1991 - *Les capteurs en instrumentation industrielle*. Dunod, Paris, 4e édition : 816 p.

ASHTON K., 1968 - Cave meteorology in the tropics. *Actes 4e Congr. Intern. de Spéléologie, Ljubljana*, 1965, III : 11-12.

ATKINSON T.C., 1977 - Carbon dioxyde in the atmosphere of the unsaturated zone : an important control of groundwa-

ter hardness in limestone. *J. Hydrol.* 35 : 111-125.
AUPETIT H., 1999 - *Le manuel du vol libre*. 5e édition, fédération française de vol libre : 239 p.

BADINO G., 1995 - *Fisica del clima sotterraneo*. Commissione nazionale scuole di speleologia. Memorie dell'istitudo italiano di speleologia - 7 serie II, Bologna : 137 p.
BAKALOWICZ M., 1972 - La rivière souterraine de Pinargözü (Taurus, Turquie). *Annales de Spéléo.*, 27 (1) : 93-103.
BAKALOWICZ M., 1979a - *Contribution de la géochimie des eaux à la connaissance de l'aquifère karstique et de la karstification*. Thèse d'état (Paris 6) : 270 p.
BAKALOWICZ M., 1979b - L'anhydride carbonique dans la karstogénèse. *Act. Symp. Intern. érosion karst. (Marseille)* : 41-48.
BAKALOWICZ M., MANGIN A., 1980 - L'aquifère karstique. Sa définition, ses caractéristiques et son identification. *Mém. h. sér. Soc. géol. France* 11 : 71-79.
BAKALOWICZ M., 1992 - Géochimie des eaux et flux de matières dissoutes. L'approche objective du rôle du climat dans la karstogénèse. in *Karst et évolutions climatiques, Presse Universitaires de Bordeaux*, : 61-74.
BALCH E.W., 1897 - Ices caves and the causes of subterran ice. *Journal of the Franklin Institute, Philadelphia*, March.
BAMBERG S. A., 1973 - Environment in Lehman Caves, Nevada. *NSS Bulletin*, 35 (2) : 35-47.
BARBEROT, DUCHÊNE , vers 1990 - Séminaire d'aérage. *École des mines de Paris* (polycopié de 33 p).
BENEDICT E. M., 1974 - Hot Air rises. *Speleo Digest* : 215-216.
BENEDICT E. M., 1979 - Ices candles of Malheur. *NSS News*, 37 (3) : 65-66.
BERNASCONI R., 1966 - La condensation interne du karst profond. *Cavernes, bull. soc. Neuchatel*, 10 (2) : 41-46.
BERTARD C., 1962 - Valeurs pratiques des résistances. Ch. VI du *document SIM n°2 aérage* (deuxième partie) : 232-241.
BIGOT J.-Y. - *Vocabulaire français et dialectal des cavités et phénomènes karstiques.* Spéléo-club de Paris, club Alpin français : 184 p.
BERTARD C., BODELLE J., 1962 - Aérage secondaire. Ch IX du *document SIM n°2 aérage* (deuxième partie) : 321-335.
BIRCH F., 1948 - The effect of pleistocene climatic variations upon geothermal gradients. *American Journal of Science*, 246 (12) : 729-760.
BIREBENT J., 1948 - Explorations souterraines en Algérie (météorologie souterraine p 73-75). *Annales de Spéléologie* 3, (2-3) : 49-142.
BOCK, 1913 - Mathematisch-physikalische Untersuchungen der Eishöhlen und Windröhren. In *Die Höhlen im Dachstein und ihre Bedeutung f. die Geologie, Karsthydrographie,- und die Theorie über die Entstehung des Höhleneises* VII + 151 p, 102-144. Graz (non consulté).
BÖGLI A., 1969 - CO_2-Gehalte der Luft in alpinen Karstböden und Höhlen. *5. Int. Kong. Speläol., Stuttgart*, 28 : 1-9.
BÖGLI A., 1980 - *Karst Hydrology and Physical Speleology*. Springer-Verlag, Berlin : 284 p.
BOURGIN A., 1938 - Fonctionnement des puits soufflants. *Annales des Mines* sept : 8-10.
BOYER E., 1978 - mesures inédites.
BROEKER W.-S., 2001 - La fonte des glaces au Moyen Age. *La Recherche*, 343 : 34-38.
BROOK G. A., FOLKOFF M. E., BOX E. O., 1983 - A world model of soil carbon dioxide. *Earth Surface Proc. and Landforms*, 8 : 79-88.
BROWNE G. K., 1865 - *Ice caves of France and Switzerland*. Longmans, Greene, London.
BRUHAT G., 1968 - *Thermodynamique*. Cours de physique générale. 6e édit. revue et augmentée par A. Kastler. Masson : 887 p.
BRUN E. A., MARTINOT-LAGARDE A., MATHIEU J., 1968 - Mécanique des fluides. Dunod éditeur, Paris, 2e édition. Tome 1 : 520 p, tome 2 : 368 p, tome 3 : 396 p.
BRUNET J., VIDAL P., 1981 - Études climatiques pour la conservation des grottes ornées. *8th Intern.Congr. Bowling Green*, proc. : 659-662.
BURAT A., 1865 - Houillères en France et Belgique. *Bulletin de la société de l'Industrie Minérale*.
BUREAUX DES LONGITUDES, 1977 - *La terre, les eaux, l'atmosphère*. Chez Gauthier-Villars, Paris : 232 p.

CABROL B., 1978 - *Contribution à l'étude du concrétionnement carbonaté des grottes du Sud de la France, morphologie, genèse, diagenèse*. Thèse Montpellier, Mémoires du Centre d'Études et de Recherche géologiques et Hydrogéologiques, T 12.
CAMBASSÉDÈS, 1895 - *Cours théorique et pratique d'exploitation des mines*. Chez Dubar à Lille.
CARSLAW H.S., JAEGER J.C. 1959 - *Conduction of heat in solids*. 2nd ed. Oxford University Press, London : 510 p.
CAULLE A., IDRAC P., 1931 - Sur les phénomènes des puits souffleurs du Pays de Caux. *CRAS* 193 : 70-72.
CAULLE A., 1936 - Idrac, ses expériences au Havre. *Meteorologia, Paris* : 255-274.
CAUMARTIN V., 1967 - Principes de répartition des associations d'organismes microscopiques en caverne. Application à

la prospection de quelques grottes bourguignonnes. *Bull. Sc. Bourgogne*, 1966, 24 : 39-56.
CAVAILLÉ A., 1962 - Le système karstique et l'évolution des grottes. *Spelunca-Mémoires* 2 : p 9-28.
CHAPTAL Cl., COURBON P., 1997 - *Atlas des cavités non calcaires du monde*. UIS, au Pré de Madame Carle : 110 p.
CHAPTAL L., 1932 - La nature contre la sécheresse : la captation de la vapeur d'eau atmosphérique. *La Nature* n° 2893, 15 nov. : 449-454.
CHAPUIS A., 1970 - Quelques caractéristiques physiques de l'atmosphère en milieu souterrain. *Spelunca* 10 (4) : 199-202.
CHEVALIER P., 1943 - Explorations en 1941. Jonction entre le Trou du Glaz et la grotte du Guiers Mort. *Spelunca* (2) X, 1939-43 : 8-31.
CHEVALIER P., 1948 - *Escalades souterraines*. Susse : 192 p.
CHOPPY J., 1965 - La sédimentation du gaz carbonique. *Annales de spéléologie* 20 (4) : 449-451.
CHOPPY J., 1980 - La température des cavités en fonction de la latitude et de l'altitude. *Spelunca*, (3) : 117-118.
CHOPPY J., 1983 - Le climat des zones confinées dans les vides karstiques. *European Regional Conference on Speleology, Sofia* 1980, II : 368-370.
CHOPPY J., 1985a - Studi climatici : alcune proposte. *Atti e Memorie della Comm. «Eugenio Bœgan»* 24 : 49-51.
CHOPPY J., 1985b - *Dictionnaire de spéléologie physique et karstologie*. Phénomène karstique, série 9 : travaux de référence, au Spéléo club de Paris : 148 p + 2 pl.
CHOPPY J., 1986 - *Dynamique de l'air*. Phénomènes karstiques, série 1.1 : processus climatiques, 1e partie. 2e édition, au Spéléo-club de Paris.
CHOPPY J., 1988 - *Composition de l'air*. Phénomènes karstiques, série 1.1 : processus climatiques, 2e partie. 2e édition, au S C Paris : 79 p.
CHOPPY J., 1990 - *Température de l'air*. Phénomènes karstiques, série 1.1 : Processus climatiques dans les vides karstiques, 3e partie. 2e édition, au S C Paris : 72 p.
CHOPPY J., 1994 - *Microclimats*. Phénomènes karstiques, série 1.1 : Processus climatiques dans les vides karstiques, 4e partie. 2e édition au S C Paris : 75 p.
CHOPPY J., 1995 - *Les karsts étagés*. Synthèses spéléologiques et karstiques. Les facteurs géographiques, 4e partie. Au S C Paris : 66 p.
CHOPPY J., 1985 - *Dictionnaire de spéléologie physique et karstologie*. Phénomènes karstiques, travaux de référence : 150 p.
CHOPPY J., 1984 - *Orientation documentaire*. Phénomènes karstiques, série 9 : travaux de références : 78 p.
CIGNA A. 1960 - Air temperature distributions near the entrance of caves. *Atti del Symposium Internaz. di Speleologia Varenna. Rassegna Speleol. Italiana Mem.*, V/II : 259-267.
CIGNA A., 1967 - An analytical study of air circulation in caves. *Speleology*, 3 : 41-54.
CIGNA A., 1968 - Air circulation in caves. *Proc. 4th Int. Congr. Speleol. Llubljana* 1965 : 43-45.
CIGNA A. , FORTI P., 1986 - The speleogenetic role of air flow caused by convection. *Int. J. Speleol.* 15 : 41-52.
CIRY R., 1962 - Le rôle du froid dans la spéléogénèse. *Spelunca-Mémoires* 2 (4) : 29-34.
CIRY R, 1967 - Les grottes : un milieu en équilibre tamponné. *Spelunca Mém.* 5 (4) : 23-28.
COLBURN A., P., 1933 - Trans. AIChE, 29 : 174.
COLLIGNON B., 1988 - *Spéléologie, approches scientifiques*. Édisud, Aix-en-Provence : 239 p.
CONN H. W., 1966 - Barometric wind in Wind and Jewell Caves, South Dakota. *The National Speleological Society, bul.* 28 (2) : 55-69.
COPIN-MONTÉGUT G., 1996 - *Chimie de l'eau de mer*. Collection «Synthèses», Institut océanographique, Paris : 319 p.
CORBEL J., 1957 - *Les karsts du nord-ouest de l'Europe et de quelques régions de comparaison. Étude sur le rôle du climat dans l'érosion des calcaires*. Institut des études rhodaniennes de l'université de Lyon. Publication hors série de la revue de Géographie de Lyon : 541 p + 100 ph.
COURBON P., CHABERT C., BOSTED P., LINDSLEY K., 1989 - *Atlas of the great caves of the world*. Cave books, St Louis : 369 p.
COURNOYER D. N., 1954 - The speleo barometer. *NSS bulletin*, 16 : 91-93.
COUSTOU J.-C., 1979 - Mesures et observations sur le CO_2 et la physico-chimie de la rivière souterraine. In *Padirac*, imprimerie Artypo, Millau : 211-217.
CRUSSARD L., 1904 - Contribution à l'étude de l'aérage. *Bull. de la Société de l'Industrie Minérale*, 4e série, 3 : 2 et 3.
CROPLEY J. B., 1965 - Influence of surface conditions on temperatures in large cave systems. *NSS bulletin*, 27 (1) : 1-10.
CULLINGFORD C.H.D., 1953 - *British caving, an introduction to speleology*. Routledge and Kegan Paul ltd., London : XVI + 468 p.
CURL R.L., 1966 - Scallops and flutes. *Trans. of the cave research Group of Great Britain*, 7 : 121-160.

CURL R.L., 1986 - Fractal dimensions and geometries of caves. *Mathematical Geol.* 18 : 765-783.

CUVIER G., 1812 - *Recherches sur les ossements fossiles des quadrupèdes …* . Déterville, Paris, 4 volumes.

DAKE Zhang, DACHANG Zhang et Rudolf PAVUZA. Das Höhlenwindkraftwerk in der Ghost Wind Cave (China), revue non identifiée.

DARNE F., 2001 - Du carbure de calcium à l'acétylène. *Spelunca*, Paris 83 : 28-33.

DAVIES W. E., 1960 - Meteorological observations in Martens Cave, West Virginia. *NSS bulletin*, 22 (2) : 92-108.

DELANNOY J.-J., 1997 - *Recherches géomorphologiques sur les massifs karstiques du Vercors et de la transversale de Ronda (Andalousie). Les apports morphogéniques du karst*. Thèse de doctorat d'état en géographie soutenue à l'université J. Fourier, Grenoble. Éditions Septentrion : 678 p.

DELIUS, 1773-1778 - *Art des mines*.

DENIAU R., 1976 - Aérage des quartiers exploités par chambres et piliers. *Document SIM sur l'aérage*, 3 : 282-290.

DE POMMERY C., GROSGEORGE L., HECTOR A.F., 1999 - *Étude du courant d'air de la grotte de la Ture*. TIPE Géologie : 15 p (inédit).

DENBO D. W., 1981 - Ice Caves : unique and beautiful. *Speleo digest* : 172-173.

DOUHET C. de, 1980 - Plaidoyer pour une instrumentation scientifique purement spéléologique. in *Spéléo L* n° 12 Spécial karstologie, Nancy : 133-143.

DREYBRODT W., 1988 - *Processes in Karst Systems, Physics, Chemistry and Geology*. Springer Series in Physical Environment n° 4. Springer-Verlag, Berlin : 288 p.

DREYBRODT W., GABROVSEK F., 2000 - Dynamics of the evolution of single karst conduits. in *Spelegenesis, evolution of karst aquifers*, National speleological Society : 184-193.

DUBLYANSKAYA G. N., DUBLYANSKY V. N., 1989 - The role of condensation in the development of mountain karst. In *Problemi kompleksnogo izuchenija karsta gornikh stran, Tbilisi-Tskhaltubo* : 107-108 (en russe).

DUBLYANSKY V. N., SOTSKOVA L. M., 1977 - Microclimate of karst cavities of the Crimea Moutains. *7th Intern. Congr. of Speleology, Sheffield, proc.* : 271-274.

DUBLYANSKY Y. V., PASHENKO A. E., 1997 - Cave popcorn, an aerosol speleothem ? *12th Intern. Congr. of Speleology, La Chaux de Fond, proc.* 1 : 158-160.

DUBLYANSKY V. N., DUBLYANSKY Y. V., 1998 - The problem of condensation in karst studies. *Journal of Cave and Karst Studies*, 60 : 3-17.

DUBLYANSKY V. N., DUBLYANSKY Y. V., 2000 - The role of condensation in karst hydrogeology and speleogenesis. in *Speleogenesis, evolution of karst aquifers*, Nat. Speleolog. Soc. : 100-112.

DUMINIL M. Air humide. *Techniques de l'Ingénieur*, p B 2 230 1-14, opérations élémentaires de traitement de l'air humide, p B 2 231 : 1-13.

ECKLER A. R., 1963 - An analysis of air fluctuations in two breathing caves. *Speleo digest* : 2-105.

EK C., DELACOUR F., WEISSEN F., 1968 - Teneur en CO_2 de l'air de quelques grottes Belges. Techniques employées et premiers résultats. *Ann. Spéléol.* 23 : 243-257.

EK C., 1969 - Abondance du gaz carbonique dans les fissures des grottes. *5. Int. Kongr. Speläol. Stuttgart*, 2(14) :1-3.

EK C., GILEWSKA S., KASZOWSKI L., 1969 - Some analyses of the CO2-content of the air in five Polish caves. *Z. Geomorphol.* 13 (3) : 226-286.

ERASO A., 1962-63 - Ideas sobre la climatica subterranea. *Estudios del gruppo Espeleologico Alavés* : 21-41.

ERASO A., 1963 - Anotaciones sobre le fisico-quimica de las cavidades (complejo Bussento). *Rassegna Speleologica Italiana* 15 : 1-2.

ERASO A., 1969 - La corrosion climatica en las cavernas. *Bol. Geol. y Minero, Madrid*, 80 : 564-581.

ERASO A., 1971 - La corrosion climatica en las cavernas. *Cuadernos de Espeleologia, Santander*, 5-6 : 169-188.

ERASO A., 1978 - Vision termodinamica de los fenomenos carsicos. *Espeleologie,* 3.

ERASO ROMERO A., 1977 - La entalpia como escala energetica de la ecologia de las cavernas. *Actes 6e Cong. Intern. Spéléologie, Olomouc* 1973, 7 : 19-26.

ÉTIENNE J.M., 1984 - Grotte de la Ture. *Scialet 13, Comité départemental de spéléo de l'Isère* : 24-25.

FABRE G., AUDETAT M., CIGNA A., 1978 - *Signes spéléologiques conventionnels*. U.I.S., C.E.R.G.H. Mémoire 14 : 43 p.

FAUST B., 1947 - An unusual phenomenon. *NSS bulletin*, 9 : 52-54.

FAVRE G., 1985 - Kverkfjöll, rivières géothermiques sous la glace, Islande. *Spelunca*, 17 : 11-17.

FINNIE J., CURL R., 1963 - On the functioning of a familiar nonlinear thermodynamic oscillateur. In *Intern. Symp. on nonlinear oscillation. Moscow*, 3 : 121-123.

FLORSCH N., 1995 - Étude quantitative du problème de l'aérage d'une galerie de mine du 16e siècle (vallée de Sainte Marie-aux-Mines, Haut-Rhin). *Revue d'archéométrie*, 19 : 5-18.

FLORSCH N, et coll, 1998 - *Expérimentation sur l'aérage des mines, compte-rendu de mission, rapport et résultats scientifiques*. Centre Littoral De Géophysique de la Rochelle, l'Asepam : 45 p.

FLORSCH N., BEGHEIN C., LISMONDE B., 2001 - L'aérage naturel des anciennes galeries de mines lors de la phase de percement : étude expérimentale et théorique (mines du XVIième siècle dans les Vosges. *Colloque Archéométrie 2001, GMPCA*, La Rochelle, avril 2001.

FODOR I., 1969 - Analytische Untersuchungen über die Luftbewegungsverhältnisse der höhlen von Baradia und Abaliget in Ungarn. *5 Internationaler Kongress für Speläologie, Stuttgart*, II (31) : 8 S.

FORD D., WILLIAMS P., 1989 - *Karst geomorphology and hydrology*. Unwin, Hyman, London : 601 p.

FORD D., 1992 - Karst et glaciation au Canada. In *Karst et évolutions climatiques. Presse Universitaire de Bordeaux* : 249-266.

FORD T. D., CULLINGFORD C. H. D., 1976 - *The Science of Speleology*. Academic Press, London.

FORTI P., RABBI E., 1981 - The role of CO_2 in gypsum speleogenesis. *Intern. J. of Speleology*, 11 : 207-218.

FRANKE H.W., 1965 - The theory behind stalagmite shapes. *Studies in Speleol.* 1 : 89-95.

FROGER C., BURGER J., PROFIZI J., CHIANTELLO P., 1976 - Calcul des réseaux d'aérage, Ch VII du *document SIM* n°3 aérage : 90-125.

GADOROS M., CSER F., 1986 - Aerosols in cave. Theoretical considerations. *9th Intern. Congr. of Speleology, Barcelona*, Proc. 2 : 90-92.

GAÏA R., 1967 - Utilisation du détecteur de gaz Dräger en spéléologie. *Spelunca* 7 (4) : 300-304.

GAMS I., 1992 - Les influences des climats dans les régions karstiques. In *Karst et évolutions climatiques*. Presses universitaires de Bordeaux : 43-49.

GARCIA-GOMEZ R. F., 2000 - Dos valles unidos por una red subterranea. *Subterranea, revista de espeleologia*, 13 : 43-50.

GARNIER J.-J., 1991 - Les crues de la Luire. *LSD, CDS Drôme* 8 : 71-72.

GAUBERT G., LE FAHLER B. et al, 1990 - *Les cavernes d'Albion*, tome 1. AREHPA : 210 p.

GAUCHON Ch., 1997 - Des cavernes et des hommes, géographie souterraine des montagnes françaises. *Karstologia mémoires* 7 : 248 p.

GAUTIER A., M., 1984 - La lampe à carbure, une dangereuse méthode pour contrôler la teneur en oxygène de l'air. *Stalactite La Chaux de Fond, Suisse* 34 (2) : 117-119.

GAVET abbé, 1932 - *Écho Paroissial d'Autrans* n° 163 d'octobre 1932.

GEBHART, 1971 - *Heat transfer*. Mc Graw Hill, New-York.

GERLIER F., 1905 - Les puits qui soufflent et aspirent. *Archives des Sciences physiques et naturelles*, mai : 487-492.

GÈZE B., 1965 - *La spéléologie scientifique*. Le Rayon de la Science, Éditions du Seuil (Paris) : 190 p (courant d'air p 122 à 135).

GILLIESON D., 1996 - *Caves. Processes, Developpment, Management*. Blackwell publishers, Oxford : 324 p.

GILLILAND E. R., SHERWOOD T. K., 1934 - *Ind. Eng. Chem.*, 26 : 516.

GINET R., 1977 - Étude de la condensation atmosphérique saisonnière dans la grotte de Hautecourt. *C. R. Acad. Scienc.* 18 : 1615-1618.

GINET R., DECOU V., 1977 - *Initiation à la biologie et à l'écologie souterraines*. Delage éd. Paris : 345 p, 50.

GLANSDORFF P., PRIGOGINE I., 1971 - *Structure, stabilité et fluctuations*. Masson et cie, éditeurs, Paris : 288 p.

GLOBE S., DROPKIN D., 1959 - Natural convection Heat transfer in liquids confined between two horizontal plates. *J. Heat transfer* 81 C : 24.

GODISSART J., 1975 - Sur la distribution des températures à la grotte de Remouchamps (Belgique). Régimes et gradients thermiques. *Annales de Spéléo.*, 30 (3) : 403-407.

GODISSART J., DELVENNE P., 1975 - Observations sur les fluctuations du CO_2 de l'air émis par une caverne, dans différentes conditions d'écoulement. *Annales de Spéléo.*, 30 (3) : 401-402.

GOSSARD E., HOOKE W., 1975 - *Waves in the atmosphere, atmospheric infrasound and gravity waves. Their generation and propagation*. Elsevier Scientific Publishing, New-York : 456 p.

GRANDEMANGE J., 1988 - L'aérage dans les mines polymétalliques du massif vosgien au XVI siècle. *113e congrès national des Sociétés Savantes, Strasbourg, Techniques minières* : 407-420.

GRANDEMANGE J., 1991 - *Les mines d'argent du duché de Lorraine au XVIe s., histoire et archéologie du Val de Lièpvre (Haut-Rhin)*. Documents d'archéologie française, n° 30, éditions de la maison des sciences de l'homme, Paris : 117 p.

GREUER R., 1965 - Der Einfluss von Änderungen an den Einbauten auf den Wetterwiderstand eines Schachtes. *Glückauf*, 101 : 602-607.

GROFF H., 1529 - *La Rouge myne de Sainct Nicolas de la Croix*. Publication Gallimard, 1992 dans la collection

Découvertes Gallimard Albums, commentaires Brugerolles, Bari, Benoît, Fluck, Schoen : 84 p.
GUIBAL T., 1877 - *Cours de ventilation des mines*. Bureau de la revue Universelle des mines (Liège).
GUICHARD F., 1987 - Gouffre du Verteil-sud (Nabinat). *Spéléo-Dordogne* 2 : 31, 33-34.
GUIGUE J., GIRARD J., 1949 - *La fontaine de Vaucluse*. Rullière frères, Avignon : 158 p.
GUILLEMIN F., 1939 - Le Trou du Glaz. *Revue de géog. Alpine* : 433 à 446.
GUYON É., HULIN J.-P., PETIT L, 1991 - *Hydrodynamique physique*. InterÉditions, Éditions du CNRS, Paris : 506 p.

HARTMAN H.L., 1961 - *Mine ventilation and air conditioning*. John Wiley & Sons.
HATTON A., WALKLATE P., 1976 - A mixing-length method for predicting heat transfer in rough pipes. *Int. J. Heat and Mass transfer*, 19 : 1425-1431.
HILL C.A., FORTI P., 1986 - *Cave minerals of the world*. National speleological Society, Huntsville, Alabama, USA : 238 p.
HOLLAND H.D., KIRSIPU T.W., HUEBNER J.S., OXBURGH U.M., 1964 - On some aspects of the chemical evolution of cave waters. *Journ. Geol.* 72 : 36-67.
HOUBERECHTS A., 1962 - Température, humidité, climat. Ch II du *document SIM n°1 aérage* (première partie) : 42-105.
HUFTY A., 2001 - *Introduction à la climatologie.* DeBoeck Université (Laval, Canada) : 542 p.
HUPPERT G., 1973 - The climate in Päpoose Cave and its controls. *Speleo Digest* : 138-139.

IDRAC P., CAULLE A., 1933 - Les puits soufflants. *La Nature (Paris)* : 545-550.
INCROPERA F. P., DE WITT D. P., 1990 - *Introduction to heat transfer*. Second edition. John Wiley & Sons. New-York : 824 p + appendix.
ISTVÁN F., 1976 - Ùjabb adatok a barlangi légáramlásról. *Kaszt és Barlang (Budapest)* I-II : 21-24.

JAKUCS L., 1977 - *Morphogenetics of karst regions : variants of karst evolution*. Budapest, Akademiai Kiado : 284 p.
JAMES J. M., 1977 - Carbon dioxide in the cave atmosphere. *Trans. British Cave Res. Assoc. 4* : 417-429.
JAMES J. M., DYSON J., 1981 - CO_2 in caves. *Caving International, Calgary*, 13 : 54-59.
JAMESON R. A., 1995 - Condensation, condensation corrosion, and associated features in Snedegar's and Greenville Saltpeter Caves. In *Underground the Appalachians. Nat. Speleological Society, Blacksburg, Virginia, Convention Guidebook* : 122-125.
JANCARIK A., 1983 - Mathematic simulation of microclimate in a dynamic cave. *European Regional Conference on Speleology, Sofia* 1980, II : 371-374.
JEANNIN P.-Y., 1989 - *Paramètres physico-chimiques des eaux dans le karst*. Tome 1 du mémoire de diplôme 3e cycle en hydrogéologie : 55 p + annexes.
JEANNIN P.-Y., 1996 - *Structure et comportement hydraulique des aquifères karstiques*. Thèse à l'Université de Neuchatel (Suisse) : 247 p.
JEANNIN P.-Y., LIEDL R., SAUTER M., 1997 - Some concepts about heat transfer in karstic systems. *Proceed. of the 8e Intern. Cong. of Speleology La Chaux de Fonds.*
JEANNIN P.-Y., SAUTER M., 1998 - Modelling in karst systems. *Bulletin d'hydrogéologie, special issue, n° 16, publié par le Centre d'Hydrogéologie, Université de Neuchatel* : 241 p.
JENNINGS J.N., 1971 - *Karst*. The M.I.T. Press England : 252 p.
JULIAN M., 1992 - Quelques réflexions théoriques sur le karst. In *Karst et évolutions climatiques, Presses Universitaires de Bordeaux* : 31-42.
JUVENSPAN H., THOMAS C., 1992 - *Plonger aux mélanges*. Éditions Eaux Noires : 186 p.

KADER B., YAGLOM A., 1977 - Turbulent heat and mass transfer from a wall with parallel roughness ridges. *Int. J. Heat and Mass transfer*, 20 : 345-357.
KIES A., MASSEN F., 1997 - Radon generation and transport in rocks and soils. In *The Mœstroff cave, a study on the geology and climate of Luxembourg's largest maze cave*. Centre de Recherche Public, centre Universitaire du Luxembourg : 159-183.
KIRALY L., 1975 - Rapport sur l'état actuel des connaissances dans le domaine des caractères physiques des roches karstiques. In *Hydrogeology of karstic terrains*. Internat. Union Geol. Sci., Series B, 3.A. Burger & L. Dubertret (eds) : 53-67.KIRALY L, 1998 - Modelling karst aquifers by the combined discrete channel and continuum approach. In *Modelling in karst systems, special issue of the Bulletin d'Hydrogéologie* n° 16, Université de Neuchatel : 77-98.
KIRALY L, JEANNIN P.-Y., SAUTER M., 1998 - Introduction to karst modelling. In *Modelling in karst systems, special issue of the Bulletin d'Hydrogéologie* n° 16, Université de Neuchatel : 1-6.

KÓSA A., 2000 - The caver's multi-lingual dictionary. *Uis informatics commission. sur le site internet de l'UIS.*
KUNSKY J., 1950 - *Karst et Grottes* (Prague). Traduction en français par le service d'information du BRGM-Paris en 1958 : 107 p + pl.
KYRLE G., 1923 - *Grundriss der Theoretischen Speläologie (mit besonderer Berücksichtigung der OstAlpinen KarstHöhlen).* Wien : 353 s.

LANGE A., 1954 - Rock temperature distributions underground. Part 1, *Cave Studies*, n° 6, pp 21-25. Part II, *Cave Studies* 7 : 26-32
LAURITZEN S.-E., LUNDBERG J., 2000 - Solutional and erosional Morphology, in *Speleogenesis, evolution of karst aquifers*. National Speleological Society : 408-426.
LAVIGNE P., 1978 - Gouffre du Grand Marchet. *Scialet* 7 CDS Isère : 52-58.
LEBRUN J., TERCAFS R., 1972 - Contribution à l'écologie souterraine : étude de la convection naturelle dans une cavité cylindrique horizontale soumise à une onde de température longitudinale. *Extr. Public. Fac. Sc. Appliquées Liège* 34 : 49 p.
LE CHAPELIER P., 1981 - *Le vent, les éoliennes et l'habitat*. Eyrolles, Paris : 102 p.
LENCASTRE A., 1995 - *Hydraulique générale*. Eyrolles, Safège, Paris : 634 p.
LETHEREN J., 1980 - Evidence for thermal air currents in a small cave with a single narrow entrance from an outer chamber. *Trans. British cave research Assoc.*, 7 (3) : 169-178.
LEWIN W., 1992 - Atmospheric pressure changes and cave airflow. *NSS Bulletin* 53.
LEWIS W. C., 1981 - The «Breathing» of Coldwater cave. *Proceed. of the 8e Intern. Cong. of Speleology*. 1 & 2 : 89-90.
LEWIS W. C., 1991 - Atmospheric pressure changes and cave airflow : a review. *NSS Bulletin*, (53), (1) : 1-12. (importante bibliographie).
LIEDL R., RENNER S., SAUTER M., 1998 - Obtaining information about fracture geometry from heat flow data in karst systems. In *Modelling in karst systems*, special issue of the Bulletin d'Hydrogéologie, Université de Neuchatel 16 : 143-153.
LIEDL R., SAUTER M., 1998 - Modelling of aquifer genesis and heat transport in karst systems. In *Modelling in karst systems*, special issue of the Bulletin d'Hydrogéologie, Université de Neuchatel 16 : 185-200.
LISMONDE B., 1981 - Circulation de l'air dans les réseaux souterrains à deux ouvertures. *Actes du congrès de Seyssins. Spelunca Mémoires* 12 : 37-53.
LISMONDE B., 1984 - L'utilisation de l'altimètre en spéléologie. *Congrès d'Hières, Spelunca Mémoires* 13 : 21-22.
LISMONDE B., 1990a - La grotte de la Ture. *Scialet* 19, Comité départemental de spéléologie de l'Isère : 28-31.
LISMONDE B., 1990b - La traversée grotte des Masques - grotte du Mort Ru. *Scialet* 19, CDS Isère : 71-78.
LISMONDE B., 1991 a - *Le Trou Qui Souffle*. CDS Isère éditeur : 148 p.
LISMONDE B., 1991 b - Détermination des courants d'air par observation des remplissages. *Journées Pierre Chevalier (Grenoble), Mémoires du Spéléo Club de Paris* 16 : 211-216.
LISMONDE B., 1992 - Courant d'air dans une cavité parallèle à une pente et connectée avec elle. *Actes de la 2e Rencontre d'Octobre, (Chambéry), Spéléo Club de Paris* : 56-58.
LISMONDE B., 1994 - Mesure de la propagation d'une perturbation de pression au Trou qui Souffle (Méaudre, Isère). *Karstologia* 22 (2) : 43-47.
LISMONDE B., 1995 - La respiration des cavernes. *Mémoire du Spéléo-Club de Paris Club Alpin Français*, 20 : 50 p.
LISMONDE et al, 1997 - *La Dent de Crolles et son réseau souterrain*. Éditions du CDS Isère, Grenoble : 303 p.
LISMONDE B., 1998 - La grotte de la Ture, un piège à air froid. Modèle thermique de la grotte de la Ture. *9e Rencontre d'octobre, Cahors, Spéléo-club de Paris* : 64-78.
LISMONDE B., 1999 - Quelques mécanismes chimiques du creusement des cavernes. *Karstologia* 33 : 41-50.
LISMONDE B., 2000 a - Corrosion des coupoles de plafond par les fluctuations de pression de l'air emprisonné. *Karstologia* 35 : 39-46.
LISMONDE B., 2000 b - Mesures de vitesses et de pertes de charge du courant d'air au Guiers Mort. *Actes de la 10e Rencontre d'Octobre, Spéléo-Club de Paris* : 77-86.
LISMONDE B., 2001 - L'âne de Buridan, le principe de Curie et l'effet-cheminée. *Karstologia* 37 : 23-28.
LLAMAS J., 1993 - *Hydrologie générale*. 2e édition, Gaëtan Morin, éditeur, Québec : 528 p.
LOISON R., 1962 - Lois de la ventilation. Ch III du *document SIM n°1 aérage* (première partie) : 106-142.
LOUBES J.-P., 1984 - *Archi troglo*. Éditions Parenthèses, Roquevaire, France : 126 p.

MAGER H., 1912 - *Les moyens de découvrir les sources et de les utiliser*. Dunod et Pilat : 775 p.
MAIRE R., 1976 - *Recherches géomorphologiques sur les karsts haut-alpins des massifs de Platé, du Haut-Giffre, des Diablerets et de l'Oberland occidental*. Thèse 3e cycle, Université de Nice. Section de géographie : 455 p.

MAIRE R., 1980 - Éléments de karstologie physique. *Spelunca, spécial* 3 : 57 p
MAIS K., 1975 - Vorlaüfe Beobachtungen über Kondensenwasserkorrosion in der Schlenkendurchgangshöhle (Salzburg). *Proc. 6th Int. Congr. Speleol III, Olomouc* : 203-208.
MALAURENT Ph., VOUVÉ J., BRUNET J., 1992 - Caractéristiques génétiques et conservatoires du climat souterrain en milieu karstique (essai de restitution d'un paléo-faciès thermique, grotte de Lascaux, Dordogne). In *Karst et évolutions climatiques*, sous la dir. de J.N. SALOMON et R. MAIRE : 319-332.
MANDELBROT, 1984 - *Les objets fractals*. 2e édition (1ère en 1975) chez Flammarion, nouvelle bibliothèque scientifique : 204 p.
MANGIN A., 1978 - Le karst, entité physique, abordé par l'étude du système karstique. In Le karst, son originalité physique, son importance économique. *Coll. de Tarbes, Assoc. des Géologues du Sud-ouest* : 21-37.
MANGIN A., ANDRIEUX Cl., 1988 - Infiltration et environnement souterrain, le rôle de l'eau sur les paramètres climatiques. *Actes des Journées Félix Trombe* T 1 : 78-95.
MARTIN J., 1997 - Les glacières françaises, histoire de la glace naturelle. Éditions Errance, Paris : 64 p.
MARTIN P., 1999 - Modélisation des structures spatiales du karst. *Karst 99, colloque européen sur le karst* : 135-140.
MARTIN P., 2000 - Quelle est la dimension du massif karstique de la Sainte-Baume ? *Karstologia* 35 : 13-26.
MARTIN P., 2000 - Forme et rugosité des surfaces karstiques. Conséquences pour une théorie spatiale et fractale de l'interface terrestre. *Karstologia* 36 : 1-16.
MASSEN F., 1997 - *The Mœstroff Cave, a study on the geology and climate of Luxembourg's largest maze cave*. Centre de recherche public, Centre universitaire, Luxembourg : 199 p.
MAURIN V., ZOTL J., 1967 - Saltwater encroachment in the low altitude saltwater horizons of the islands of Kephallinia. In *Hydology of fractured rocks,* vol 2, Intern. Assoc. Sci. Hydrology. Paris : Unesco.
MAVLIUDOV B., 1989 - Snow and ice formations in caves, and their regime. *10th Intern. Congr. of Speleology, Budapest, Proceed.*, 1 : 295-297.
MÉRIGOUX J. Transmission de la chaleur à l'évaporation. Dans Sacadura, 1982 - *Initiation aux transferts thermiques* : 351 - 366.
MILANKOVITCH M., 1920 - *Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire*. Gauthier Villars, Paris.
MIOTKE F.-D., 1974 - Carbon dioxide and the soil atmosphere. Abhand. *Karst u. Höhlenkunde*, 9.
MOLLARD A., 1973 - *Essai de géomorphologie karstique : régions à l'Ouest du synclinal d'Autrans Méaudre*. TER à l'Institut de Géographie Alpine (Grenoble) : 91 à 99.
MONTORIOL POUS J., 1951 - Meteorologia hipogea. *Urania (Tarragona)*, 228 : 1-22.
MONTORIOL POUS J., 1959 - La distribucion térmica en las formaciones hipogeas y sus concuencias en cuanto a la dinamica del aire. Mem. *Asamblea Regional de Espeleologia (Carranza, Vizcaya)* : 3-27.
MONTORIOL POUS J., 1966 - *Estudio geomorfologico e hidrogeologico de la cueva de la Cullalvera*. Notas y communicaciones del Instituto geologico y minero de España 89.
MOODY, LEWIS F., 1944 - Frictions factors for pipe flow. *Trans. ASME* : 671.
MOORE G. W., 1964 - Cave temperature. *NSS news*, 22 (5) : 57 : 60.
MUCKE B., VÖLKER R., 1978 - Kondenswasserkorrosion. *Jahrb. des Höhlenforschers* : 7-16.
MUCKE B., VÖLKER R., WADEWITZ S., 1983 - Cupola formation in occasionally inundated cave roofs. In *Europ. Conf. on Speleology, Sofia* 2 : 129-132.
MÜLLER P., 1974 - On the origin of thermal spring caves and spheric niches. *Karszt és Barlang, I, Budapest* : 7-11.
MURGUE D., 1893 - Recherches expérimentales sur la perte de charge dans les parcours d'air souterrains. *Bulletin de la société de l'Industrie Minérale* 3e série T 7, Saint-Étienne.
MUSY A., SOUTTER M., 1991 - *Physique du sol*. Collection gérer l'environnement. Presse Polytechniques et universitaires romandes, Suisse : 335 p.
MUXART T., 1977 - Note sur l'agressivité potentielle des eaux de percolation de différents sols dans le Vercors en fonction de la nature de la couverture végétale. In *Karsts de montagne, karst et structure. Colloque de Grenoble, Institut de Géographie Alpine*, 6/7 mai 1977 : 173-181.
MYERS J., 1953 - Cave physics, meteorology. In Cullingford. *British caving* (Routledge and Kegan, London) : 144-151.

NEPSTAD J., PISAROWICZ J., 1989 - Wind cave, South Dakota : temperature and humidity variations. *NSS bulletin*, 51(2) : 125-128.
NIELAND L., 1976 - Comparative air temperatures in three caves. *Speleo Digest* : 278.
NIGH D., 1970 - Winds of the Netherworld. *Speleo Digest* : 208-210.
NOIR J. - Altimétrie barométrique souterraine. *Grottes et Gouffres* (SCP).
OURNIÉ B., 1998 - Le puits de l'Ours. *SpéléAude* 7 : 45.

PASHENKO S., DUBLIANSKY Y, ANDREICHUK V., PASHENKO E., 1996 - Transformation of fractal atmospheric aerosol moving through natural cave. *J. of Aerosol Science*, 27 : 127-128.

PASQUINI G., 1973 - Agressive condensation. 6th Intern. *Congr. of Speleology, Olomouc, Proceed.* 8 : 315-318.

PERROUX A.-N., 2001 - La glacière d'Autrans (Vercors). *Karstologia* 37 : 41-46.

PETIT, 1900 - *Étude sur l'aérage des travaux préparatoires dans les mines à grisou*. Saint Étienne.

PIPAN L., 1 956 - Ricerche preliminari di meteorologia ipogea nella grotte del carso Triestino. *Grotte d'Italia*, serie 3, 1 : 225-261.

PLUMMER W. T., 1961 - Meteorology of Martens cave, West Virginia. *Speleo Digest* : 2-59.

PLUMMER W. T., 1962 - A note on cave breathing. *Speleo Digest* : 2-101.

PLUMMER W.T., 1969 - Infrasonic resonances in natural underground cavities. *J. Acoustical Soc. America* 46 (5) : 1074-1080.

POLLI S., 1956 - La grotta Gigante del carso Triestino quale cavità barometrica. *Atti VI Cong. Naz. di Spel.* 1954 (Trieste) : 277-286.

PORCHER G., 1979 - *Cours de climatisation*, numéro spécial de la revue technique CFP (chaud-froid-plomberie).

PROKOFIEV S. S., 1969 - The role of condensation moisture in the development of karst caves. *Speleo Digest* : 167-168.

PULINA M., 1992 - Glacio-karsts gypseux de la zone polaire et périglaciaire (exemple du Spitzberg et de la Sibérie orientale). In *Karst et évolutions climatiques*. Presse Universitaire de Bordeaux : 267-283.

QUATREMER R., TROTIGNON J.-P., 1981 - *Unités et grandeurs. Système international (SI), symboles et normalisation*. Éditions Afnor et Nathan, Paris : 52 p.

QUINIF Y., 1983 - Éléments d'une approche énergétique du karst. Applications à quelques exemples réels de karsts. *Karstologia*, 1 : 47-54.

QUINIF Y., 1998 - Dissipation d'énergie et adaptabilité dans les systèmes karstiques. *Karstologia*, Paris 31 : 1-11.

RACOVITZA G., 1967 - Nouvelles contributions à l'étude du topoclimat de la grotte «Ghetarul de la Scarisoara». *Annales de spéléologie* 23 (4) : 757-786.

RACOVITZA G., 1972 - Sur la corrélation entre l'évolution du climat et la dynamique des dépôts souterrains de glace de la grotte Scarisoara. *Travaux Inst. Spéléol. «E Racovitzà»* , 11 : 373-392.

RACOVITZA G., 1975 - La classification topoclimatique des cavités souterraines. *Travaux Inst. Spéléol. «E Racovitzà»* , XIV : 197-216.

RACOVITCÀ G., VIEMANN J., 1984 - Sur le rôle de la condensation souterraine dans le genèse des stalagmites de glace. *Travaux Inst. Spéléol. «E Racovitzà»* , 23 : 89-97.

RECKNAGEL, SPRENGER, HÖNMANN, *Manuel pratique du génie climatique*, Pyc édition : 1648 p.

RETTICH Margret. *Das Buch vom Bergwerk*. Oetinger.

RENAULT P., 1961 - Première étude météorologique de la grotte de Moulis (Ariège). *Annales de Spéléologie* 16 (1) : 39-45.

RENAULT P., 1968 - Sur la distinction de plusieurs régions karstiques en raison de la teneur en anhydride carbonique des atmosphères de grottes. *C.R.A.S.* 267 : 2288-2290.

RENAULT P., 1971 - La teneur en anhydride carbonique des atmosphères de grottes. *Bull. Assoc. Géograph. Français* 241-145 : 389-390.

RENAULT P., 1972 - Le gaz des cavernes. *Sciences, Progrès, Découverte* mars, 3443 : 12-18.

RENAULT P., 1976 - Le gaz carbonique dans les grottes du Quercy. *Bull. CDS Lot* 2 : 97-104.

RENAULT P., 1979 - Mesures périodiques de la pCO_2 dans les grottes françaises au cours de ces dix dernières années. *Actes du Symp. Intern. sur l'érosion karstique U.I.S., Aix-en-Provence, Mém. Assoc. Fran. de Karstologie*, Nîmes, 1 : 17-33.

RENAULT Ph., BRUNET J., 1981 - Les variations de la pCO_2 atmosphérique dans les grottes des Pyrénées centrales. Grottes de Moulis et de Niaux (Ariège). *Spelunca Mémoires n° 12, colloque de Seyssins sur le karst* : 5-18.

RENAULT P., 1982-1 - Le CO_2 dans l'atmosphère de quelques cavernes du Quercy (Lot, France). *Spéléo-Dordogne, bull. de Spéléo-club de Périgueux (spécial CO_2)*, 74 : 3-116.

RENAULT P., 1982-2 - Rôle de la morphologie et du climat dans le transfert du CO_2 au niveau de la surface aquifère. *3e colloque d'hydrologie en pays calcaire, Neuchatel, Besançon 1982, Ann. Sc. Univ. Besançon - Géologie*, Mém. 1 : 205-209.

RENAULT P., 1983 - Le CO_2 est-il dangereux ? *Spelunca*, 11 (5) : 37-39.

RINEHART, J.-S., 1969 - Waterfall-generated earth vibrations. *Science*, 164 : 1513-1514.

RISER J., 1999 - avec la participation de J.-M. Bardintzeff, R. Bonnefille, M. Fontugne, J.-L. Guendon, C. Guérin, J.

Nicod, S. Occhietti, M. Patou-Mathis, J.-P. Pautreau, D.D. Rousseau, J. Vaudour,et D. Vialou. *Le quaternaire. Géologie et milieux naturels*. Dunod, Paris : 320 p.

ROBERSON J. A., CROWE C. T., 1995 - *Engineerings fluid mechanics*. Fifth edition, John Wiley & Sons, inc, New-York : 823 p.

ROQUES H., 1959 - Sur la répartition de l'acide carbonique dans les karsts. *Annales de spéléologie*, XIV, (1-2) : 9-22.

ROQUES H., 1962 - Appareillages pour le dosage de CO_2 dans les mélanges gazeux (note de laboratoire). *Annales de Spéléologie* XVII (3) : 455-462.

ROQUES H., 1962 - Considération théoriques sur la chimie des carbonates (troisième mémoire). *Annales de Spéléologie* XVII (3) : 463-468.

ROQUES H., 1963 - Sur la répartition du CO_2 dans les karsts. *Annales de spéléologie*, XVIII (2) :141-184.

ROQUES H., 1963 - Observations physico-chimiques sur les eaux d'alimentation de quelques concrétions. *Annales de spéléologie*, XVIII (4) : 377-404.

ROQUES H., 1965 - *Contribution à l'étude statique et cinétique des systèmes gaz carbonique - eau - carbonate*. Thèse fac. Sc. de Toulouse : 238 p.

RUSSEL W. H., 1967 - Unusual types of cave air movements. *Speleo Digest* : 2-40.

RUSSEL B., 1979 - Cave temperature. *Speleo Digest* : 242-244.

SACADURA, 1982 - *Initiation aux transferts thermiques*. Techniques et Documentations, Paris.

SADEH W., CERMAK J., KAWATANI T., 1971 - Flow over high roughness elements. *Boundary layer meteorology (Reidel publishing company, Dordrecht, Holland)* 1 : 321-344.

SAFON A., 1998 - L'aven du Jolivol (Ardèche), explorations du Spéléo-club de Vienne. *Spelunca*,72 : 24-28.

SALOMON J.-N., MAIRE R. (sous la direction de), 1992 - *Karst et évolutions climatiques*. Presse Universitaires de Bordeaux : 520 p.

SALOMON J.-N. 2001 - *Précis de karstologie*. Presses universitaires de Bordeaux, coll. Scieteren : 251 p.

SALVAYRE H., 1995 - *Au delà des siphons, histoire de la plongée souterraine en France*. Éditions Jeanne Laffitte, eau-développement : 236 p (sur les courants d'air : 127-129).

SARTOR J. D., LAMAR D. L., 1962 - *Meteorological-geological investigations of Wupakti Blowhole system*. Rand Corp. Memorandum RM-3139 RC, Publications dept., Rand corp., 1700 Main Street, Santa Monica. USA.

SARTOR J. D., 1964 - Meteorological investigation of the Wupatki Blowhole system. *Plateau*, 37 : 26-34.

SAUGIER B., 1999 - Rôle de la biosphère continentale dans le cycle du carbone. *Colloque bilan et gestion des gaz à effet de serre dans l'espace rural. Académie d'agriculture de France*, n° 6, CRAF, 85 : 1-392.

SCHLEY, 1961 - Diurnal air flow through an earth crevice, Wupatki National Monument. *Plateau*, 33, (4) : 105-111.

SCHOELLER H., 1962 - *Les eaux souterraines* (Masson).

SCHOELLER H., 1967 - Conduite de l'étude hydrogéologique et climatologique des grottes descendantes. *Spelunca Mém.* 5 (4) : 76-93.

SCHMIDT V., 1958 - The ins and outs of breathing cave. *Speleo Digest* : 2-107. reprint in 1959 in NSS news 17 : 6-8.

SCHWENK T. , 1963 - Le Chaos sensible. Création de formes par les mouvements de l'eau et de l'air. Triades-Éditions, Paris : 144 p + 89 pl.

SEELEMANN D., 1962 - Calculs d'aérage. Chapitre V du *document SIM n°1 aérage* (première partie) : 205-231.

SENGER C. M., 1977 - Thoughts on cave microclimate. *Speleo Digest* : 240-242.

SHAW T. R., 1992 - *History of Cave Science ; the exploration and study of limestone caves, to 1900*. Sydney Speleological Society : 338 p.

SIMODE É., 1962 - Les instruments de mesure d'aérage. Ch IV du *document SIM n°2 aérage* (deuxième partie) : 143-201.

SIMODE É., 1976 - Généralisation de la notion d'orifice équivalent. Résistance équivalente. Ch XI : 177-106. Détermination de la nature (stable ou instable) des branches d'un réseau., Ch. XII : 191-209. Stabilisation de l'aérage en cas d'incendie dans les travaux du fond. Ch. XIII. Valeurs pratiques des résistances. Ch. XIV : 231-256. Ventilation secondaire. Ch. XV : 257-281. *Document SIM n° 3 sur l'aérage*. Les unités. Aérage. SIM n°3, chap. 29 : 310-312.

SIVARDIÈRE J., 1995 - *La symétrie en mathématiques, physique et chimie*. Presses Universitaires de Grenoble : 880 p.

SLAVYANOV V., 1961 - Condensation of water from air. *3e congrès inter. spéléologie, Wien.*

SOUTIF M., 1970 - *Vibrations, propagation, diffusion*. Dunod éditeur, Paris : 30.

STETTLER R., 1971 - La glacière de Monlési (Boveresse, NE). *Actes du 4e Congrès nat. de spéléologie (Neuchatel 1970). Stalactite*, suppl. n° 6, Neuchatel : 138-149.

SZUNYOGH G., 1989 - Theoretical investigation of the development of spheroïdal niches of thermal water origin - second

approximation. *10th internat. congress of speleology of Budapest, Hungary, proc*. III, 10 : 766-768.
TARRISSE A., 1998 - Utilisation de la photo-section pour l'estimation du stockage d'eau en conduit karstique. *8e Rencontre d'octobre* Spéléo Club de Paris : 80-83.
TEREY GEOL F., 2001 - *Les mines d'argent carolingiennes de Melle (Deux Sèvres)*. Thèse de l'Université Paris 1, en archéologie. 242 p pour le tome 1 (expérimentation de feux en front de taille).
TEUTSCH G., SAUTER M., 1998 - Distributed parameter modelling approaches in karst-hydrological investigations. In *Modelling in karst systems, special issue of the Bulletin d'Hydrogéologie*, Université de Neuchatel, 16 : 99-109.
THOMAS C., 1996 - La neurotoxicité de l'oxygène (2e partie). *Sifon, bull. des commissions plongée souterraine d'Ile de France*, juin, 27 : 21-27.
THURY W., 1861 - *Études sur les glacières naturelles*. Dissert. Bibli. Univ. Genève, Archives des sciences physiques et naturelles, X, février.
TOMMASINI T., CANDOTT P., 1968 - Due campagne meteorologhiche nella Grotta di Padriciano. *Atti. Mem. Comm. Grotte E. Boegan* : 59-78.
TREXLER K. A., 1967 - Cave atmosphere studies, Lehman cave National Monument. *Speleo Digest* : 2-31.
TRIPLET J.-P., ROCHE G., 1986 - *Météorologie générale*. Météo France : 318 p.
TROESTER J.W., WHITE W. B., 1984 - Seasonal fluctuations in the carbon dioxide partial pressure in a cave atmosphere. *Water Resources Res. 20* : 153-156.
TROMBE F., 1943 - *Gouffres et cavernes du Haut Comminges*. Travaux scientifiques du CAF, II : 80 p.
TROMBE F., 1947 - Météorologie et hydrologie souterraines. Application aux massifs d'Arbas et de Paloumère (Haute Garonne). *Annales de spéléologie* (2-3) : 99-124.
TROMBE F., 1948 - *Le mystère de la Henne Morte*. Susse, Paris : 127 p.
TROMBE F., 1952 - *Traité de spéléologie*. Payot (Paris) (:92-127 et : 250-265).
TROUILLET L., 1885 - La glacière de Chaux-les-Passavant. *Mémoires de la soc. d'émulation du Doubs* 18 avril : 41-95.
TROUILLET L., 1886 - Les dernières observations du capitaine L. Trouillet à la glacière de Chaux-les-Passavant. *Mémoires de la soc. d'émulation du Doubs*.
VASSEUR F., MUGNIER P., 2001 - Le sauveteur et le miraculé racontent … *Spéléo* 38 : 6-11.
VIDAL V., 1961-1962 - *Exploitation des mines*. 3 tomes.
VIEHMAN J., 1973 - Dix ans de recherches périodiques dans une grotte de glace (la grotte Scarisoara, Roumanie). *Actes du 6e Congrès Intern. Spéléologie, Olomouc* 4 : 323-327.
VILLAR E., 1984 - Air temperature and air interchanges of Altamira cave (Spain). Ambiant temperature variations in the hall of paintings of Altamira cave due to the presence of visitors. *Cave Science* 11 (2) : 92-104.
VIOLLET P.-L., 1997 - *Mécanique des fluides à masse volumique variable. Aérodynamique, thermohydraulique, écoulements stratifiés, transferts de chaleur*. Presses de l'École nationale des Ponts et Chaussées : 242 p.
VOUVÉ J., 1981 - Climatologie souterraine naturelle et conditionnée, en liaison avec l'hydrogéologie. Cas de la grotte de Lascaux. *Spelunca Mémoires n° 12, colloque de Seyssins sur le karst* : 31-36.
WALTER J.-J., 1977 - *Psychanalyse des rites*. Denoël : 472 p.
WEFER F. L., 1989 - Yet still more on cave meteorology. *BCCS Newsletter*,15 : 18-38.
WEFER F. L., 1991 - An annotated bibliography of cave meteorology. *Cave geology*, 2 (2) : 83-119. On trouvera dans cet article d'autres références sur le sujet.
WEGENER A., 1912 - Die Entstehung der Kontinente. *Geolog. Rundsch*. 3 (4) : 276-292.
WENGER R., 1986 - *Voyage au centre de la terre*. Collection Double page, non paginé.
WENT F. W., 1970 - Measuring cave air movements with condensation nucleï. *NSS bulletin*, 32 (1) : 1-9.
WERNER A., HÖTZL H., MALOSZEWSKI P., 1998 - Evaluation of a tracer test in the Danube-Aach System (Western Swabian Alb, Germany) with different modelling approaches. In *Modelling in karst systems, special issue of the Bulletin d'Hydrogéologie*, Université de Neuchatel 16 : 111-122.
WHITE W.B., 1988 - *Geomorphology and Hydrology of karst terrains*. Oxford University Press : 464 p.
WIGLEY T., 1967 - Non-steady flow through a porous medium and cave breathing. *J. of Geophysical Research*, 72, (12) : 3199-3205.
WIGLEY T., BROWN M., 1971 - Geophysical application of heat and mass transfer in turbulent pipe flow. *Boundary layer meteorology (Reidel publishing company, Dordrecht, Holland)*. T 1 : 300-320.
WIGLEY T., BROWN M., 1976 - Cave meteorology. In the physics of caves, chapter 9 of *the Science of Speleology* (Ford & Cullingford). Academic Press, New-York.

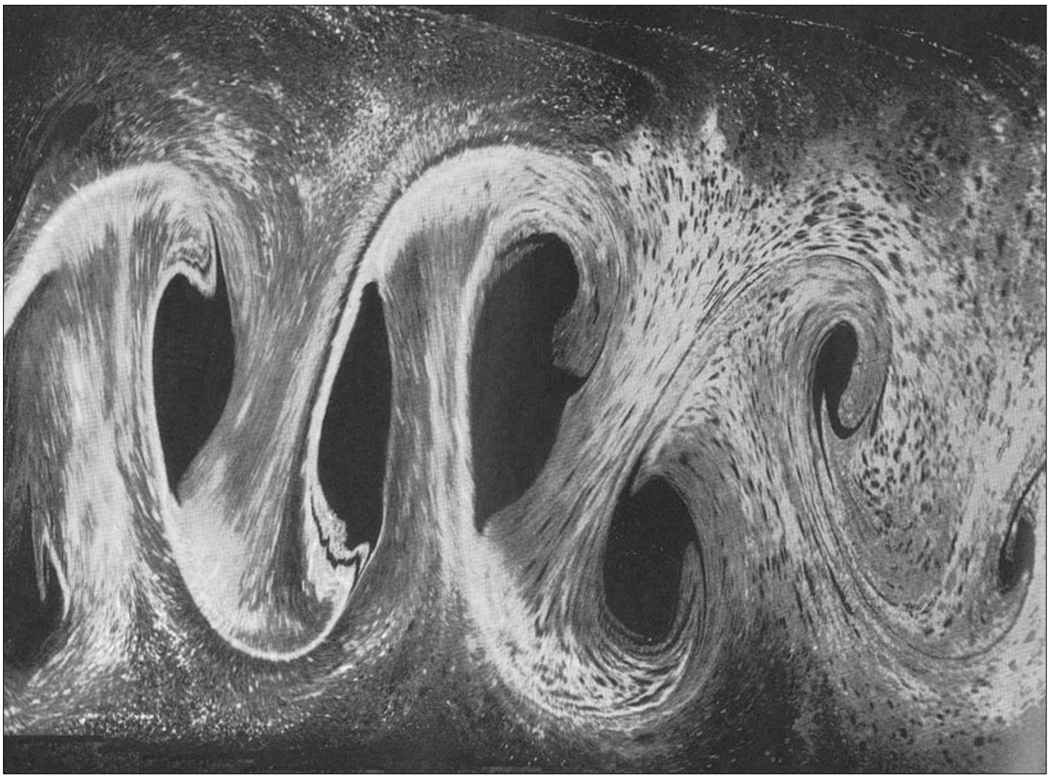


Fig. A-17- Une allée de tourbillons de Von Karman,
structure organisée de tourbillons dans le sillage d'un cylindre.
L'écoulement (de l'eau colorée ici) va de la droite vers la gauche.

Le mouvement des fluides structure les volumes de l'espace.
Il n'est donc pas étonnant que l'eau creuse dans la roche des évidements à sa mesure

Cette photo est extraite du livre de Theodore Schwenk, le Chaos Sensible (1963)
qui offre une vision fascinante des structures géométriques de la nature.

INDEX ALPHABÉTIQUE

Cet index ne concerne que le seul tome 2. On trouvera l'index du tome 1 à la fin de ce dernier.
Un numéro 0 correspond à une introduction

L'auteur

Baudouin LISMONDE est né en 1946 à Périgueux. Il pratique la spéléo depuis 1963 (premier bivouac souterrain) et il a participé à de nombreuses explorations spéléologiques, principalement dans les Alpes du Dauphiné et de Savoie, dans les Pyrénées Occidentales, et en Espagne, toujours au sein du club des Spéléos Grenoblois du Caf.

Son grand plaisir en exploration spéléologique est de découvrir des jonctions entre réseaux voisins, et des connexions entre gouffres et grottes sous-jacentes, autorisant ainsi des traversées spéléologiques. Ce goût l'a conduit à s'intéresser de très près aux courants d'air qui parcourent les cavernes. Il a publié plusieurs ouvrages de spéléo et de nombreux articles.

Il est par ailleurs ingénieur de l'École Centrale de Lille, docteur ès sciences en mécanique des fluides et maître de conférence à l'Université Joseph Fourier de Grenoble (IUT génie Thermique et Énergie), où il enseigne la mécanique des fluides, la climatisation, les transferts de chaleur et de masse. Il appartient au Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels de Grenoble.

L'ouvrage qu'il signe ici sur la climatologie souterraine, est à la croisée de ses deux spécialités.

Coquand imprimeur
26, rue de Comboire 38130 Echirolles